TESTE GRILĂ DE MATEMATICĂ 2017

AUTORI

Prof.univ.dr. Vasile Câmpian
Prof.univ.dr. Iuliu Crivei
Prof.univ.dr. Bogdan Gavrea
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan
Prof.univ.dr. Nicolaie Lung
Prof.univ.dr. Vasile Miheşan
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
Prof.univ.dr. Viorica Mureşan
Prof.univ.dr. Dorian Popa
Prof.univ.dr. Ioan Raşa
Prof.univ.dr. Daniela Roşca
Prof.univ.dr. Alina Sîntămărian
Prof.univ.dr. Gheorghe Toader
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu
Conf.univ.dr. Lucia Blaga
Conf.univ.dr. Maria Câmpian
Conf.univ.dr. Alexandra Ciupa
Conf.univ.dr. Dalia Cîmpean
Conf.univ.dr. Eugenia Duca
Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
Conf.univ.dr. Daniela Inoan
Conf.univ.dr. Adela Novac
Conf.univ.dr. Ioan Radu Peter
Conf.univ.dr. Vasile Pop
Conf.univ.dr. Teodor Potra
Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
Conf.univ.dr. Silvia Toader
Lect.univ.dr. Marius Birou
Lect.univ.dr. Adela Capătă
Lect.univ.dr. Luminiţa Ioana Cotîrlă
Lect.univ.dr. Daria Dumitraş
Lect.univ.dr. Mircia Gurzău
Lect.univ.dr. Adrian Holhoş
Lect.univ.dr. Vasile Ile
Lect.univ.dr. Tania Angelica Lazăr
Lect.univ.dr. Daniela Marian
Lect.univ.dr. Rozica Moga
Lect.univ.dr. Constantin Cosmin Todea
Lect.univ.dr. Floare Ileana Tomuţa

U. T. PRESS
Cluj-Napoca 2017

ISBN 978-606-737-224-3

Coordonator Prof.univ.dr Dumitru Mircea Ivan

Tehnoredactare LATEX Ing. Voichiţa Bărăian

Recenzenţi: Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
Conf.univ.dr. Vasile Pop
Prof.univ.dr. Dorian Popa
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu

Editura U. T. PRESS 2017

Prefaţă

Culegerea de probleme Teste grilă de matematică continuă tradiţia Universităţii Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenţi printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la mai buna pregătire a candidaţilor la admitere şi de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică şi Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din programa pentru bacalaureat.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoştinţe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoştinţe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârşit se dau răspunsurile corecte.

Testul care se va da la concursul de admitere va conţine probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

***

Cuprins

***

1

Algebră

1 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $z^2 = 3 - 4i,\ z \in \mathbb{C},$ este:

$\boxed{\text{A}}$ $\{1,\, 2\}$ $\boxed{\text{B}}$ $\{i,\, 2-i\}$ $\boxed{\text{C}}$ $\{2-i,\, -2+i\}$ $\boxed{\text{D}}$ $\{3, -2+i\}$ $\boxed{\text{E}}$ $\{2-i,\, 3+i\}$.

2 Soluţia ecuaţiei $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

$\boxed{\text{A}}$ $x = \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{B}}$ $x = -1$ $\boxed{\text{C}}$ $x = 1$ $\boxed{\text{D}}$ $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{E}}$ $x = -5$

3 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$ este:

$\boxed{\text{A}}$ $\{-1\}$ $\boxed{\text{B}}$ $\{-1, 1, -i, i\}$ $\boxed{\text{C}}$ $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$
$\boxed{\text{D}}$ $\left\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$ $\boxed{\text{E}}$ $\left\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\right\}$

4 Mulţimea soluţiilor reale ale sistemului: $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

$\boxed{\text{A}}$ $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ $\boxed{\text{B}}$ $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ $\boxed{\text{C}}$ $(-\infty, -4)$ $\boxed{\text{D}}$ $(2, \infty)$ $\boxed{\text{E}}$ $(-1, 1)$.

5 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m + 3$, intersectează axa Ox în două puncte distincte este: $\boxed{\text{A}}$ $\mathbb{R}$ $\boxed{\text{B}}$ $\emptyset$ $\boxed{\text{C}}$ $\{-3\}$ $\boxed{\text{D}}$ $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ $\boxed{\text{E}}$ $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Se dă funcţia $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

6 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (0, +\infty)$ B $m \in (1+\sqrt{2}, +\infty)$ C $m \in (0, 1+\sqrt{2})$
D $m \in (1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1-\sqrt{2}) \cup (1+\sqrt{2}, +\infty)$

7 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (-\infty, 0)$ B $m \in (1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$ C $m \in (-1, 1-\sqrt{2})$
D $m \in (-\infty, 1-\sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1-\sqrt{2}) \cup (0, \infty)$

8 Pentru ce valori ale lui m funcţia admite rădăcină dublă?

A $m \in \{\pm 1\}$ B $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$ C $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$
D $m \in \{-1, 1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}\}$ E $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuaţia $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 şi x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuaţiei.

9 Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparţine intervalului

A $[0,1]$ B $[0,4]$ C $\mathbb{R}$ D $[0,2]$ E $[-1,4]$

10 Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparţine intervalului

A $[0,4]$ B $[-2,4]$ C $[0,8]$ D $\mathbb{R}$ E $[0,3]$

11 Produsul rădăcinilor $x_1 x_2$ aparţine intervalului

A $[-2,0]$ B $[0,4]$ C $[-\frac{1}{2}, 4]$ D $\mathbb{R}$ E $(0,2)$

Fie funcţiile $f_m \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

12 Mulţimea valorilor parametrului m pentru care ecuaţia $f_m(x) = 0$ are cel puţin o rădăcină reală este:

A $(-\infty, 1)$ B $(-\infty, 1]$ C $\mathbb{R}$ D alt răspuns E $[0, \infty)$

13 Vârfurile parabolelor asociate funcţiilor f_m, $m \neq 0$ se găsesc pe:

A parabola $y = x^2 + 2$ B dreapta $x + 2y = 0$ C dreapta $y = x$ D dreapta $y = -x$
E o paralelă la Ox.

Fie funcţia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 3x+2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

14 Soluţia inecuaţiei $g(x) \geq 0$ este:

A $[-2, \infty)$ B $[-2, 0]$ C $[-\frac{2}{3}, \infty)$ D $[-2, -\frac{2}{3}]$ E $[0, \infty)$

15 Funcţia $g^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este dată de:

A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \geq 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$ B $g^{-1}(x) = \begin{cases} x-2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \leq 2 \\ 2x-3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ D $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

16 Se dau funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \geq 0 \\ 5x + 1, & x < 0 \end{cases}$, $\quad g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ 2x - 1, & x > -2 \end{cases}$
Funcţia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

A $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x > -2 \end{cases}$ B $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x \geq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$

C $h(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & x \leq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$ D $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x < -2 \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1-x), & -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

E $h(x) = \begin{cases} 2(5x-2), & x \geq -2 \\ 1 - x^4, & x < -2 \end{cases}$

17 Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distincte două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1,
suma $\dfrac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \dfrac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \dfrac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

A $x_1 + x_2 + x_3$ B $x_1 x_2 x_3$ C $P(x_1 + x_2 + x_3)$ D 1 E 0

18 Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

A $z = \frac{3}{2} - 2i$; B $z = \frac{3}{2} + 2i$; C $z = \frac{1}{2} - 3i$; D $z = \frac{1}{2} + 3i$; E $z = -\frac{1}{2} + 3i$.

19 Fie $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $\quad f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

Soluţiile ecuaţiei $\quad f(z) = 0 \quad$ sunt:

A $\{0, 1+2i, 1-2i\}$ B $\{0, 1+i, 1-i\}$ C $\{0, i, -i\}$ D $\{0, 2+i, 2-i\}$ E $\{0, -1+i, -1-i\}$

20 Soluţiile ecuaţiei $z^2 + |z| = 0,\ z \in \mathbb{C}$ sunt:

A $z = 0$ B $z = 0$ şi $z = i$ C $z = i$ şi $z = -i$ D $z = 0$ şi $z = -i$
E $z = 0$ $z = i$ şi $z = -i$.

21 Se consideră ecuaţia $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei are:

A un element B două elemente C nici un element D trei elemente
E o infinitate de elemente

22 Soluţia S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = \ \ 40 \end{cases}$ este:

A $S = \emptyset$ B $S = \{(1,3)\}$ C $S = \{(1,0),\ (1,3)\}$ D $S = \{(1,0)\}$
E $S = \{(-1,1),\ (1,0)\}$

23 Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

A $x = 0$; B $x = -2$; C $x = 3$; D $x = \frac{1}{2}$; E $x = \frac{1}{3}$.

24 Ecuaţia $\dfrac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1$ are ca mulţime a soluţiilor pe:

A $\{1, 4\}$ B $\{4\}$ C $\{10\}$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

25 Se consideră mulţimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relaţia $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulţime este:

A -1 B $-\frac{3}{4}$ C $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{3}$ E nu există minim

Fie mulţimea $A = A_2 \backslash A_1$, unde $A_1 = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{2n+1}{n+2},\ n \in \mathbb{Z} \right\}$ şi $A_2 = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$.

26 Mulţimea A_1 este:

A $A_1 = \{1, 2, 3\}$ B $A_1 = \mathbb{N}$ C $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ D $A_1 = \{1, 3, 5\}$ E $A_1 = \emptyset$

27 Mulţimea A_2 este:

A $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ B $A_2 = \{3, 5\}$ C $A_2 = \{3\}$ D $A_2 = \emptyset$ E $A_2 = \{-1\}$

28 Mulţimea A este:

A $A = \{-1, 1\}$ B $A = \emptyset$ C $A = \{-1\}$ D $A = \{3, 5\}$ E $A = \{1, 5\}$

29 Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\log_{\frac{1}{3}} (\log_3 x) \geq 1$ este:

A $[3, \infty)$ B $\left(0, \sqrt[3]{9}\right)$ C $\left(1, \sqrt[3]{3}\right]$ D $\left(\frac{1}{3}, 1\right]$ E $(0, 1) \cup \left(\sqrt[3]{3}, +\infty\right)$

Restul împărţirii polinomului X^{10}

30 la $X + 1$ este: A -1 B 0 C 1 D 9 E Alt răspuns

31 la $(X + 1)^2$ este: A -10 B $-10X$ C $10X + 9$ D $-10X - 9$ E $X - 9$

32 la $(X + 1)^3$ este: A $-9X^2 + 22$ B $45X^2 + 80X + 36$ C $X + 2$ D 1 E 0

33 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

A $\left\{n, \frac{n}{2}\right\}$ B $\left\{1, A_n^2\right\}$ C $\{-3\}$ D $\left\{A_n^3\right\}$ E $\emptyset$.

34 Termenul independent de x din dezvoltarea binomului $\left(x - \frac{1}{x^3}\right)^{4n}$ este:

A T_n B T_{n-1} C $(-1)^n \frac{4n!}{n!(3n)!}$ D $(-1)^n \frac{(4n)!}{n!(3n)!}$ E $(-1)^{n-1} C_{4n}^{n-1}$.

35 Să se determine primul termen (a_1) şi raţia (q) a unei progresii geometrice $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dacă: $\begin{cases} a_4 - a_2 = 6 \\ a_3 - a_1 = 3 \end{cases}$.

A $a_1 = -1;\ q = 3$ B $a_1 = 3;\ q = \frac{1}{2}$ C $a_1 = 2;\ q = -2$
D $a_1 = 1;\ q = 2$ E $a_1 = 1;\ q = 3$.

36 Care sunt valorile coeficienţilor reali a şi b din ecuaţia

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă aceşti coeficienţi sunt rădăcini ale ecuaţiei?

A $a = 1,\ b = 0$ B $a = 1,\ b \in \mathbb{R}$ C $a = 1,\ b = -1$ D $a \in \mathbb{R},\ b = -1$ E $a \in \mathbb{R},\ b = 1$.

37 Coeficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-99)(x-100)$$

este: A -4950 B -5050 C 99 D -100 E 3450.

38 Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ şi x^3-1 este:

A x^3-1 B $x-1$ C x^2+x+1 D sunt prime între ele E $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$

39 Valoarea lui $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$, unde $\alpha \in \mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$, $\alpha^3=1$, este:

A -1 B 9 C 0 D $9i$ E $3i$.

40 Fie numerele reale $a,b,c,d \in (0,1)\cup(1,\infty)$. Dacă $\log_a b \log_b c \log_c d = 1$ atunci:

A $a=b\in(0,1)$ şi $c=d\in(1,\infty)$ B $a=b\in(1,\infty)$ şi $c=d\in(0,1)$ C $a=c\in(0,1)$ şi $b=d\in(1,\infty)$ D $a=d$ E $a=c\in(1,\infty)$ şi $b=d\in(0,1)$.

41 Suma $\sum\limits_{k=1}^{n} k\cdot k!$ este: A $n(n+1)$ B $n\cdot n!$ C $(n+1)!-1$ D $n!$ E $2n\cdot n!$

Se consideră matricea $U(a,b)=\begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix}$.

42 Matricea $U(a,b)$ este singulară dacă şi numai dacă

A $a=b$ B $a\neq -3b$ C $(a-b)(3b+a)=0$ D $a+3b=0$ E alt răspuns

43 $U^{11}(1,1)$ este A $U(1,1)$ B $4^{100}U(1,1)$ C $2^{22}U(1,1)$ D $2^{20}U(1,1)$ E $4^8U(1,1)$

44 Inversa matricei $U(1,2)$ este:

A $U(1,2)$ B $U(1,2)-U(1,1)$ C $\frac{U(1,2)-6I_4}{7}$ D nu există E alt răspuns

45 Dacă $a^2+b^2=1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

A $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$.

46 Inversa matricei $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este matricea:

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

E $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

47 Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

$\boxed{\text{A}}$ $a = 0$ $\boxed{\text{B}}$ $a = 1$ $\boxed{\text{C}}$ $a = 7$ $\boxed{\text{D}}$ $a = 21$ $\boxed{\text{E}}$ $a = -21$

48 Sistemul de ecuaţii cu parametrul real m, $\begin{cases} x + 2y & = & 1 \\ 6x - 8y & = & 1 \\ 5x + 2y & = & m \end{cases}$, este compatibil numai dacă:

$\boxed{\text{A}}$ $m = 0$ $\boxed{\text{B}}$ $m = 1$ $\boxed{\text{C}}$ $m = 2$ $\boxed{\text{D}}$ $m = 3$ $\boxed{\text{E}}$ $m = 4$.

49 Sistemul de ecuaţii cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m - 1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

$\boxed{\text{A}}$ $m = 3;\ n \neq 3$ $\boxed{\text{B}}$ $m \neq 3;\ n = 3$ $\boxed{\text{C}}$ $m = 3;\ n = 3$ $\boxed{\text{D}}$ $m \neq 3;\ n \neq 3$ $\boxed{\text{E}}$ $m = 5; n = 3$

50 Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

$\boxed{\text{A}}$ $n = 1$ $\boxed{\text{B}}$ $n = 2$ $\boxed{\text{C}}$ $n = 4$ $\boxed{\text{D}}$ $n = 8$ $\boxed{\text{E}}$ $n = 16$.

51 Fie $m, n \in R$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuaţiei $x^3 + mx + n = 0$ şi matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

$\boxed{\text{A}}$ $-4m^3 - 27n^2$ $\boxed{\text{B}}$ $4m^3 - 27n^2$ $\boxed{\text{C}}$ $-4m^3 + 27n^2$ $\boxed{\text{D}}$ $-2n^3 - 27m^2$ $\boxed{\text{E}}$ $-3n^3 - 27m^2$

52 Mulţimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care rangul matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

este egal cu 2, este

$\boxed{\text{A}}$ $\emptyset$ $\boxed{\text{B}}$ $\{0\}$ $\boxed{\text{C}}$ $\{2\}$ $\boxed{\text{D}}$ $\{-2, 2\}$ $\boxed{\text{E}}$ $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Se consideră sistemul

$$(S): \begin{cases} x & +2y & +3z & = 1 \\ 2x & -y & +az & = -3 \\ 3x & +y & +4z & = b \end{cases}$$

53 (S) este compatibil determinat dacă şi numai dacă

$\boxed{\text{A}}$ $a = 0$ $\boxed{\text{B}}$ $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$ $a = 1, b = -2$

54 (S) este compatibil nederminat dacă

$\boxed{\text{A}}$ $a = 1, b = -2$ $\boxed{\text{B}}$ $a = 1, b = 2$ $\boxed{\text{C}}$ $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ $\boxed{\text{D}}$ $a = 2, b = 1$

55 (S) este incompatibil dacă şi numai dacă

$\boxed{\text{A}}$ $a = 1, b = 2$ $\boxed{\text{B}}$ $a \neq 2, b = 1$ $\boxed{\text{C}}$ $a \neq 1, b \neq -2$ $\boxed{\text{D}}$ $a \neq 0, b = 2$ $\boxed{\text{E}}$ $a = 1, b \neq -2$

56 Sistemul de ecuaţii $\begin{cases} 2x+2y+mxy & = & 5 \\ (m-1)(x+y)+xy & = & 1 \\ 3x+3y-xy & = & m+1 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}$,
este compatibil pentru m aparţinând mulţimii:

$\boxed{\text{A}}$ $[-1,1]$ $\boxed{\text{B}}$ $[-3,-2]$ $\boxed{\text{C}}$ $[2,4]$ $\boxed{\text{D}}$ $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ $\boxed{\text{E}}$ $\{1,2,4\}$.

57 Dacă sistemul de ecuaţii $\begin{cases} 2x+ay+4z & = & 0 \\ x-y-z & = & 0 \\ 3x-2y-z & = & 0 \end{cases}$; $\quad a \in \mathbb{R}$
este compatibil determinat, atunci:

$\boxed{\text{A}}$ $a=1$ $\boxed{\text{B}}$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $\boxed{\text{C}}$ $a \in \mathbb{R}^*$ $\boxed{\text{D}}$ $a \in (0,\infty)$ $\boxed{\text{E}}$ $a \in (1,\infty)$

58 Dacă $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$; $t \in \mathbb{R}$, atunci:

$\boxed{\text{A}}$ $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{B}}$ $A^n = \begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$

$\boxed{\text{C}}$ $A^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{D}}$ $A^n = \begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$

$\boxed{\text{E}}$ $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t - \sin^n t & -n\sin t\cos t \\ n\sin t \cos t & \cos^n t - \sin^n t \end{pmatrix}$

59 Dacă $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$ $\boxed{\text{D}}$ $2^{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\boxed{\text{E}}$ $\begin{pmatrix} \left(\sqrt{3}\right)^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & \left(\sqrt{3}\right)^{12} \end{pmatrix}$.

Se dă mulţimea $M = [5,7]$ şi operaţia $*$ definită prin
$x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$.

60 Valoarea parametrului real α pentru care mulţimea M este parte stabilă în raport cu operaţia $*$ este:

$\boxed{\text{A}}$ $\alpha = 42$ $\boxed{\text{B}}$ $\alpha = 36$ $\boxed{\text{C}}$ $\alpha = -36$ $\boxed{\text{D}}$ $\alpha = 6$ $\boxed{\text{E}}$ $\alpha = -6$.

61 In monoidul $(M,*)$, elementul neutru este:

$\boxed{\text{A}}$ $e=7$ $\boxed{\text{B}}$ $e=6$ $\boxed{\text{C}}$ $e=5$ $\boxed{\text{D}}$ $e=1$ $\boxed{\text{E}}$ nu există.

62 In monoidul $(M,*)$, mulţimea elementelor simetrizabile este:

$\boxed{\text{A}}$ $[5,7] \setminus \{6\}$ $\boxed{\text{B}}$ $\{6\}$ $\boxed{\text{C}}$ $\{5,7\}$ $\boxed{\text{D}}$ $[5,7]$ $\boxed{\text{E}}$ $\mathbb{R} \setminus \{6\}$.

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compoziţie $(x,y) * (a,b) = (xa, xb+ya)$.

63 Elementul neutru al legii $*$ este: $\boxed{\text{A}}$ $(0,1)$ $\boxed{\text{B}}$ $(1,0)$ $\boxed{\text{C}}$ $(0,0)$ $\boxed{\text{D}}$ $(1,1)$ $\boxed{\text{E}}$ $(-1,1)$

64 Fie legea de compoziţie $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x,y \in (-1,1)$. Elementul neutru pentru această lege este: $\boxed{\text{A}}$ $e=0$ $\boxed{\text{B}}$ nu există $\boxed{\text{C}}$ $e=1$ $\boxed{\text{D}}$ $e=-1$ $\boxed{\text{E}}$ $\frac{1}{2}$.

65 Pe mulţimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se defineşte legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x (dacă există).

A x' nu există B $x' = 1 - x$ C $x' = 4 - x$ D $x' = \frac{1}{x}$ E $x' = -x$

Pe mulţimea $\mathbb{C}$ a numerelor complexe definim legea de compoziţie $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

66 Numărul $2 * i$ este: A $2 - i$ B $2i$ C $2 + i$

67 Elementul neutru faţă de $*$ este: A 1 B 0 C i D -1

68 Elementul simetric al lui i faţă de $*$ este: A $-i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m-1)x + 3m - 4, m \in \mathbb{R}$.

69 Mulţimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0,1)$ şi $f(x) \geq 0$, $\forall x \in (0,1)$ este:

A $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2}$ B $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2} \cup (7 + 4\sqrt{2}, \infty)$ C $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$ D $\{7 - 4\sqrt{2}\}$ E $[7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}]$

70 Mulţimea valorilor lui m pentru care $f(x) < 0$, $\forall x \in (0,1)$ este

A $(0,1)$ B $(2,\infty)$ C $(-\infty, 1]$ D $\emptyset$ E $(0,\infty)$

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2, \quad m \in \mathbb{R}$.

71 Mulţimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1,1]$ este

A $[-2,2]$ B $(-\infty,-2)$ C $(-\infty,-2]$ D $\mathbb{R}$ E Alt răspuns

72 Mulţimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1,1]$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(-1,1)$ C $(-\infty,-2] \cup (2,\infty)$ D $(-2,2)$ E Alt răspuns

73 Familia de parabole asociate funcţiilor

$$f_m(x) = (m+1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

A are un punct fix pe axa Oy
B are un punct fix situat pe prima bisectoare
C are două puncte fixe
D are trei puncte fixe
E nu are puncte fixe .

74 Fie $E(x) = \dfrac{x^2 - 2(m-1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$. Mulţimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

A $\mathbb{R}$ B $\{4\}$ C $\{-1\}$ D $(0,4)$ E alt răspuns.

75 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m-1)x^2 + (m-1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este: A $\emptyset$ B $(-\infty,1) \cup (\frac{11}{3},\infty)$ C $(-\infty,0)$ D $\mathbb{R}$ E alt răspuns.

76 Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcţiilor $f_a(x) = ax^2 - (a+2)x - 1$ şi $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

A $\{-1, 2\}$ B $\{3, -1\}$ C $\{3\}$ D $\left\{\frac{1}{3}, 3\right\}$ E $\emptyset$.

77 Ecuaţia $x^4 + (2m-1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x şi parametrul real m, are toate rădăcinile reale dacă: A $m = 0$ B $1 \le m \le 2$ C $-1 \le m \le -\frac{1}{2}$ D $m \in \emptyset$ E $m > \frac{1}{2}$.

78 Se dă ecuaţia $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă şi numai dacă A $a = 0$ B $a \in \{0, 1\}$ C $a \in \{-1, 1\}$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuaţiei $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k,\ k \in \mathbb{Z}$.

79 S_{-1} este: A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$

80 S_{-2} este: A $\frac{4}{9}$ B $-\frac{4}{9}$ C $\frac{2}{3}$ D $-\frac{3}{2}$

81 S_4 este: A 4 B $\frac{4}{9}$ C -4 D 8 E -8

82 Dacă funcţia polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifică egalităţile:

$$P(0) + \cdots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \ldots,$$

atunci: A $P(0) = 0$ B $P(0) = 1$ C $P(0) = 2$ D $P(0) = 3$ E alt ăspuns

83 Dacă funcţia polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisface egalităţile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^{n} k^{10}, \qquad n = 1, 2, \ldots,$$

atunci $P(-2)$ este: A 0 B -1 C 1023 D -1025 E nu are sens

Se dă ecuaţia $x^3 - px^2 + qx - r = 0$.

84 Ecuaţia admite două rădăcini opuse, dacă

A $p + q = r$ B $r^2 - pq = 0$ C $rp - q = 1$ D $q^2 - rp = 0$ E $pq - r = 0$

85 Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

A $p^2 r - q = 0$ B $p^3 - rq = 0$ C $q^2 - rp = 0$ D $q^3 + p + q = 0$ E $p^3 r - q^3 = 0$

86 Mulţimea soluţiilor reale ale ecuaţiei

$$\sqrt{x + 2 - 4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x + 7 - 6\sqrt{x-2}} = 1$$

este: A $\{5, 12\}$ B $\{7, 10\}$ C $[2, \infty)$ D $[6, 11]$ E $\{8, 12\}$.

87 Mulţimea soluţiilor reale ale inecuaţiei $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} < \sqrt{2} - \sqrt{3}$ este:

A $(-\infty, 0)$ B $[-2, 0)$ C $[-2, \infty)$ D $\emptyset$ E $(0, \infty)$

Se consideră funcţia $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x - 11}$.

88 Mulţimea de definiţie a funcţiei este:

A $\mathbb{R}$ B $[0, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $[11, \infty)$ E $(-\infty, 11)$

89 Mulţimea soluţiilor reale ale ecuaţiei $f(x) = 7$ este

A $\{27\}$ B $\{0\}$ C $\{11\}$ D $\{1\}$ E conţine cel puţin două elemente

90 Câte soluţii întregi are ecuaţia

$$8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0?$$

A 2 B 4 C 1 D nici una E 3

91 Mulţimea valorilor reale ale lui a, pentru care funcţia

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 + ax + 1,$$

este injectivă, este: A $(-\infty, 0)$ B $[0, \infty)$ C $\emptyset$ D $\{1\}$ E $\mathbb{R}$.

92 Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\sqrt{2 - x} + \sqrt{x - 1} \leq 1$ este:

A $[1, \infty)$ B $\{1, 2\}$ C $[1, 2]$ D $\emptyset$ E $\{1, \frac{3}{2}, 2\}$.

93 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care ecuaţia

$$(m - 2)x^2 - (2m + 1)x + m - 3 = 0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

A $\left(-\frac{1}{2}, \frac{23}{24}\right)$ B $\left(-\infty, \frac{23}{24}\right)$ C $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$ D $\left[\frac{23}{24}, \infty\right)$ E $\emptyset$

94 Valoarea minimă a funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \cdots + (x - a_n)^2$$

unde $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$, se obţine pentru:

A $x = 0$ B $x = a_1$ C $x = a_2$ D $x = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$ E $x = \frac{a_1 + a_n}{2}$.

95 Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2mx - 1 & ; \quad x \leq 0 \\ mx - 1 & ; \quad x > 0 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

A $m \in (-\infty, 1)$ B $m \in (1, \infty)$ C $m \in (-\infty, 0)$ D $m \in (0, \infty)$ E $m \in (-1, 1)$.

96 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\quad f(x) = \begin{cases} x + m, & x \leq 1 \\ 2mx - 1, & x > 1 \end{cases}$. Funcţia f este surjectivă dacă şi numai dacă:

A $m \in (0, 1)$; B $m \in (-\infty, 2]$; C $m = 2$; D $m \in (0, 2]$; E $m \in (-\infty, 1]$.

97 Sistemul $\begin{cases} x^2 + y^2 & = & z \\ x + y + z & = & a \end{cases}$, are o singură soluţie $(x, y, z) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, dacă:

A $a = -\frac{1}{2}$ B $a = \frac{1}{2}$ C $a = 2$ D $a = \frac{1}{4}$ E $a = -\frac{1}{4}$.

98 Pentru ca funcţia $f:\mathbb{R}\to B$, $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+x+1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

A $B=\mathbb{R}$ B $B=\left[\frac{9-2\sqrt{21}}{3},\frac{9+2\sqrt{21}}{3}\right]$ C $B=[1,2]$ D $B=(1,2)$ E $B=[-3,3]$.

99 Mulţimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care valorile funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-ax+1}{x^2+1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0,3)$, este:

A $(-4,4)$ B $(-\infty,-4)$ C $(0,3)$ D $(-2,2)$ E $\{-2,2\}$.

100 Numărul soluţiilor $(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ale ecuaţiei $2\mid x-2\mid+3\mid y-3\mid=0$ este: A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate.

101 Mulţimea soluţiilor reale ale ecuaţiei $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+4x+4}=2x$ este:

A $[-1,3]$ B $(0,\infty)$ C $[2,\infty)$ D $[-2,2]$ E $(-\infty,2]$

102 Soluţia ecuaţiei $\left(3-2\sqrt{2}\right)^x-2\left(\sqrt{2}-1\right)^x=3$ este:

A -1 B $\ln 2$ C 2 D $\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{1}{\log_3\left(\sqrt{2}-1\right)}$.

103 Soluţia ecuaţiei $\left(\frac{1}{2}\right)^x+\left(\frac{1}{6}\right)^x+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x=1$ este:

A orice număr real B 1 C 0 D $-\frac{1}{2}$ E ecuaţia nu are soluţie.

104 Ecuaţia $\left(5+\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}+\left(5-\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}=98$ are mulţimea soluţiilor:

A $\{3\}$ B $\{-3;3\}$ C $\{-3\}$ D $\left\{\sqrt{3};3\right\}$ E $\left\{\frac{1}{3};3\right\}$.

Fie $f\colon(0,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{\log_x 2\log_x 4}+\frac{1}{\log_x 4\log_x 8}+\cdots+\frac{1}{\log_x 2^n\log_x 2^{n+1}}$, unde $n\geq 5$ este un număr întreg.

105 $f(\frac{1}{2})$ este: A $\frac{n}{n+1}$ B 1 C $\frac{n+1}{n}$ D $\frac{1}{2}\frac{n+1}{n}$ E $2\frac{n+1}{n}$

106 Soluţia ecuaţiei $f(x)=\frac{4n}{n+1}$ este: A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D 4 E $\frac{1}{2^n}$

107 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\log_2\left(9^{x-1}+7\right)=2+\log_2\left(3^{x-1}+1\right)$ este:

A $\{1;3\}$ B $\{1;4\}$ C $\{0;2\}$ D $\{2;3\}$ E $\{1;2\}$

108 Mulţimea soluţiilor sistemului de ecuaţii $\begin{cases} x^2+y^2 = 425 \\ \lg x+\lg y = 2\end{cases}$ este:

A $\{(1;1)\}$ B $\{(1;1);\ (10;10)\}$ C $\{(20;5);\ (5;20)\}$ D $\{(1;10);\ (10;1)\}$ E $\{(20;5)\}$.

109 Soluţiile ecuaţiei $\log_{2x}4x+\log_{4x}16x=4$ aparţin mulţimii:

A $\{3\}$ B $\{2\}$ C $\left[\frac{1}{2\sqrt{2}};2\right]$ D $\{\log_2 3\}$ E $(2,\infty)$.

110 Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\lg(x^3-x-1)^2<2\lg(x^3+x-1)$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(1,\infty)$ D $(0,1)$ E alt răspuns.

Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 9^x - 5^x - 4^x$.

111 Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $f(x) = 0$ este: $\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ 2 $\boxed{D}$ 3 $\boxed{E}$ 4

112 Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $f(x) - 2\sqrt{20^x} = 0$ este:

$\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ 2 $\boxed{D}$ 3 $\boxed{E}$ 4

113 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\log_3 x^2 - 2\log_{-x} 9 = 2$ este:

$\boxed{A}$ $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0,\ x \neq -1\}$ $\boxed{B}$ $\{-9\}$ $\boxed{C}$ $\emptyset$ $\boxed{D}$ $\{9\}$ $\boxed{E}$ $\left\{-\frac{1}{3}, -9\right\}$.

Se consideră funcţia $f : D \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}}, \quad a \in \mathbb{R}$.

114 Domeniul de definiţie al funcţiei este:

$\boxed{A}$ $(0, \infty)$ $\boxed{B}$ $(0, \infty)\setminus\{1\}$ $\boxed{C}$ $x \in (a, \infty)$ $\boxed{D}$ $x \in (-a, \infty)$
$\boxed{E}$ $x \in (\frac{-a+|a|}{2}, \infty)$

115 Mulţimea valorilor lui a pentru care $f(x) > 0$, pentru orice $x \in D$ este:

$\boxed{A}$ $(-\infty, 0)$ $\boxed{B}$ $(-1, 1)$ $\boxed{C}$ $[1, \infty)$ $\boxed{D}$ $(2, \infty)$ $\boxed{E}$ alt răspuns

116 Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

$\boxed{A}$ $a + 3$ $\boxed{B}$ $5a - 2$ $\boxed{C}$ $4 - 2a$ $\boxed{D}$ $a^2(2-a)^4$ $\boxed{E}$ $3 + 2a$.

117 Fie $a = \lg 2$ şi $b = \lg 3$. Dacă $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

$\boxed{A}$ $x = 3 - 2b + a$ $\boxed{B}$ $x = 2 + b - a$ $\boxed{C}$ $x = 1$ $\boxed{D}$ $x + 1 = a + b$ $\boxed{E}$ $x = 81ab$.

118 Mulţimea valorilor parametrului real m, pentru care ecuaţia $X^4 - mX^2 - 4 = 0$ admite rădăcina reală $\sqrt[4]{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt[4]{3 + 2\sqrt{2}}$, este: $\boxed{A}$ $\emptyset$ $\boxed{B}$ $\{0\}$ $\boxed{C}$ $\{4\}$ $\boxed{D}$ $\{1\}$ $\boxed{E}$ $\{-4, 4\}$

119 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m\,9^x + 4(m-1)3^x + m > 1$$

oricare ar fi x real este: $\boxed{A}$ $(-\infty, 1)$ $\boxed{B}$ $[1, \infty)$ $\boxed{C}$ $[-1, 1]$ $\boxed{D}$ $(1, \infty)$ $\boxed{E}$ $\emptyset$

120 Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\lg\left((x-1)^{10}\right) < 10\lg x$ este:

$\boxed{A}$ $\mathbb{R}$ $\boxed{B}$ $(0, \infty)$ $\boxed{C}$ $(0, 1) \cup (1, \infty)$ $\boxed{D}$ $\left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup (1, \infty)$ $\boxed{E}$ $\emptyset$.

121 Mulţimea soluţiilor inecuaţiei

$$\log_x(1+x) + \log_{x^2}(1+x) + \log_{x^4}(1+x) \geq \frac{7}{4}$$

este: $\boxed{A}$ $(0, 1) \cup (1, \infty)$ $\boxed{B}$ $(1, \infty)$ $\boxed{C}$ $(0, \infty)$ $\boxed{D}$ $\emptyset$ $\boxed{E}$ $\mathbb{R}$.

122 Valoarea sumei $S_n = \frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este:

$\boxed{A}$ $\frac{n}{3n+1}$ $\boxed{B}$ $\frac{3n}{3n+1}$ $\boxed{C}$ $\frac{n+1}{3n+1}$ $\boxed{D}$ $\frac{n-1}{3n+1}$ $\boxed{E}$ $\frac{n}{3(3n+1)}$.

123 Suma $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{2n-1}{2}$ C $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ D $\frac{n^2}{(n+1)!}$ E $\frac{n}{n+1}$.

124 Suma $\sum_{k=3}^{n} A_k^3 C_n^k$ are valoarea: A $8C_n^3$ B $2^n A_n^3$ C $A_n^3 2^{n-3}$ D $2^{n-2}C_{n+1}^3$ E 3^n

125 Suma $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + nC_n^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $n2^{n-1}$ B $n2^n - 1$ C n D $\frac{n(n+1)}{2}$ E alt răspuns.

126 Suma $\sum_{k=1}^{n} \frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{n(n+1)}{2}$ B $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ C $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ D $n(2n-1)$ E $n^3 - n^2 + n$.

127 Soluţia ecuaţiei $A_x^6 - 24xC_x^4 = 11A_x^4$ aparţine mulţimii:

A $[5,7]$ B $[8,10)$ C $\{10\}$ D $\{4\}$ E $\{6\}$.

128 Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

A C_{17}^6 B C_{17}^7 C C_{17}^8 D C_{17}^{10} E C_{17}^{11}.

129 Termenul care-l conţine pe x^5 din dezvoltarea binomului $\left(\sqrt{\frac{a}{x}} + \sqrt[3]{ax}\right)^{20}$ este:

A T_3 B T_{10} C T_{15} D T_{16} E T_{19}.

130 O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n\geq 1}$ verifică relaţiile $a_9 + a_{10} + a_{11} = 15$ şi $a_9 a_{10} a_{11} = 120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

A 150 B 100 C 120 D 110 E 160

131 Ecuaţia $x^3 - (4-i)x^2 - (1+i)x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă şi numai dacă a aparţine mulţimii:

A $\{1,2\}$ B $\{0,1\}$ C $\{-1,4\}$ D $\{0,4\}$ E $\mathbb{R}$

132 Pentru ce valori ale parametrului real b ecuaţia

$$x^3 + a(a+1)x^2 + ax - a(a+b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de a? A 0 B 1 C 2 D a E -1.

133 Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuaţiei $x^3 - a\,x^2 + b\,x + c = 0$. În acest caz tripletul (a,b,c) este:

A $(1,1,1)$ B $(-1,-1,-1)$ C $(1,-1,1)$ D $(1,-1,-1)$ E alt răspuns.

134 Care este valoarea parametrului raţional m, dacă ecuaţia

$$x^4 - 7x^3 + (13+m)x^2 - (3+4m)x + m = 0$$

admite soluţia $x_1 = 2+\sqrt{3}$ şi soluţiile x_3 şi x_4 verifică relaţia $x_3 = 2x_4$?

A -1 B $\frac{3}{4}$ C $\frac{5}{3}$ D 2 E 4.

135 Soluţiile ecuaţiei $z\overline{z} + 2(z-\overline{z}) = 20+8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

A $\pm 2+4i$ B $\pm 4+2i$ C $4+2i$ D $4-2i$ E alt răspuns.

136 Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ rădăcinile ecuaţiei $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei $S = \sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{x_k - 1}$ este: A $3n-5$ B $2n+1$ C $\frac{n}{n-1}$ D $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ E 0

Fie $P(x)$ un polinom de gradul 7 cu coeficientul lui x^7 egal cu 1. Dacă există $a \in \mathbb{R}$ pentru care $P(x) - a$ se divide cu $(x+1)^4$ şi $P(x)+a$ se divide cu $(x-1)^4$ atunci

137 Coeficientul lui x^5 este A -7 B $\frac{21}{4}$ C $\frac{-21}{5}$ D 14 E $-\frac{22}{4}$

138 a este A 0 B $\frac{16}{5}$ C $\frac{-16}{5}$ D $\frac{21}{5}$ E $\frac{-21}{5}$

139 Valoarea lui m pentru care ecuaţia $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparţine mulţimii:

A $[-1,1]$ B $[2,4]$ C $[-4,-2]$ D $[-7,-5]$ E $[5,6]$.

140 Dacă ecuaţia $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină dublă, atunci m aparţine mulţimii:
A $[-5,0]$ B $[0,2]$ C $[-8,-5]$ D $\{3\}$ E $(6,\infty)$.

141 Mulţimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

A $\{48\}$ B $\{-48\}$ C $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ E $\{-48, +48\}$.

142 Sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \end{cases}$ are:

A o soluţie B două soluţii C trei soluţii D patru soluţii E şase soluţii.

Se consideră ecuaţia $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real.

143 Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{x_i}$, unde x_i sunt rădăcinile ecuaţiei, este

A $-\frac{7}{2}$ B $-\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{3}{2}$ E $\frac{7}{2}$

144 Valoarea parametrului a pentru care ecuaţia are rădăcină triplă este

A $\{\frac{63}{64}\}$ B $\{\frac{7}{5}, 3\}$ C $\{9\}$ D $\{3,7,9\}$

145 Valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care suma a două rădăcini ale ecuaţiei $x^4 + 10x^3 + m\,x^2 + 50x + 24 = 0$ este egală cu suma celorlalte două rădăcini aparţin mulţimii:

A $[0, 10]$ B $[-4, -1]$ C $\{5\}$ D $[30, 40]$ E $[-1, 1]$.

Fie $(x+1)(x^2+2)(x^2+3)(x^2+4)(x^2+5) = \sum_{k=0}^{9} A_k x^k$.

146 $\sum_{k=0}^{9} A_k$ este: A 720 B 724 C 120 D 600 E alt răspuns

147 $\sum_{k=0}^{4} A_{2k}$ este: A 360 B 120 C 100 D 240 E 300

148 Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3. Să se determine polinomul cu rădăcinile $x_1^2,\ x_2^2,\ x_3^2$.

A $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ B $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$
C $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$ D $X^4 + qX^2 + 5$ E $X^3 - pX^2 + qX + q^2$.

149 Restul împărţirii polinomului $1 + X + X^2 + \cdots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

A 0 B -1 C 1 D 1997 E 1999.

150 Polinomul $(X^2 + X - 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 - 1$ dacă şi numai dacă:

A $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 2k - 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 3k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ E $n = 3k + 2,\ k \in \mathbb{N}^*$

151 Polinomul $(X^2 + X + 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 + 1$ dacă şi numai dacă:

A $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 4k + 1,\ k \in \mathbb{N}$ D $n = 4k + 2,\ k \in \mathbb{N}^*$ E $n = 4k + 3,\ k \in \mathbb{N}^*$.

152 Mulţimea valorilor parametrului real a, pentru care ecuaţia $x^3 + ax + 1 = 0$ are toate rădăcinile reale şi ele verifică relaţia $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 18$, este:

A $\{-12\}$ B $\{3\}$ C $\{-3\}$ D $\{-3, 3\}$ E $\emptyset$.

153 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care ecuaţia

$$x(x-1)(x-2)(x-3) = m$$

are toate rădăcinile reale este: A $[-1, 9/4]$ B $[-1, 9/16]$ C $[-1, 9]$ D $[1, 1/16]$ E $\emptyset$

154 Restul împărţirii polinomului $P(X) = X^{100} + X^{50} - 2X^4 - X^3 + X + 1$ la polinomul $X^3 + X$ este: A $X + 1$ B $2X^2 + 1$ C $2X^2 - 2X - 1$ D $2X^2 + 2X + 1$ E $X^2 + 1$.

155 Se consideră polinoamele cu coeficienţi complecşi $P(X) = a_0 + a_1X + \cdots + a_nX^n$ şi $Q(X) = b_0 + b_1X + \cdots + b_mX^m$. Ştiind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X - 1$, să se determine suma coeficienţilor polinomului $P(Q(X))$.

A $\sum_{i=0}^{n} a_i$ B $\left(\sum_{i=0}^{n} a_i\right)\left(\sum_{i=0}^{m} b_i\right)$ C a_nb_m D a_0 E a_0b_0.

156 Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărţit la $X-1$ dă restul 3 şi împărţit la $X+1$ dă restul -5. Restul împărţirii la X^2-1 este:

A -15 B $3X-5$ C $-3X+5$ D $4X-1$ E nu se poate determina din datele problemei.

157 Restul împărţirii polinomului $X^{400}+400X^{399}+400$ la polinomul X^2+1 este:

A $400X+401$ B $400X-399$ C $-400X+401$ D $-400X+399$ E 0

158 Mulţimea valorilor reale m pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuaţiei $x^3+mx-1=0$ satisfac relaţia $x_1^4+x_2^4+x_3^4=8$ este:

A $\{-2,2\}$ B $\{8\}$ C $\{-4,4\}$ D $\{-8,8\}$ E $\mathbb{R}$.

Fie numărul complex $z=1+i$.

159 Numărul complex $\frac{1}{z}$ este:

A $-1-i$ B $1-i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$ E Alt răspuns

160 Dacă z^n este real, pentru o anume valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:
A i^n B -1 C 1 D 2^n E $\left(\sqrt{2}\right)^n$

161 Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $\mid z_1+z_2 \mid = \sqrt{3}$ şi $\mid z_1 \mid = \mid z_2 \mid = 1$, atunci $\mid z_1-z_2 \mid$ este:

A 2 B 1 C $\sqrt{3}$ D $\sqrt{2}$ E $\sqrt{3}-1$.

162 Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuaţiei $x^3+x+m=0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relaţia $x_1^5+x_2^5+x_3^5=10$ este:

A 1 B -1 C 3 D 2 E -2.

163 Dacă $a<b<c$ şi $D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

A $D=0$ B $D \leq 0$ C $D<0$ D $D>0$ E $D=-a^2-b^2-c^2$.

164 Există matrice nenule $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel ca $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
dacă şi numai dacă:

A $a=\sqrt{2}$ B $a \in \{-3,2\}$ C $a \in \{-1,1\}$ D $a \in \mathbb{R}^*$ E $a \in \{-2,2\}$.

165 Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuaţiei $x^3-2x^2+2x+6=0$, atunci valoarea determinatului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

este: A 6 B 4 C 2 D 0 E -2.

166 Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A+A^{-1}=2I_n$, atunci are loc egalitatea:

A $A=3I_n$ B $A^3+A^{-3}=2I_n$ C $A=-A$ D $A^2+A^{-2}=I_n$ E $A-A^{-1}=2I_n$.

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

167 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este: A -1 B 1 C -2 D $1/2$ E 0

168 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este: A 1 B -1 C -2 D -4 E 0

169 $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este: A 1 B -2^3 C 2^4 D -1 E $4(1+i)$

Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

170 $\det A$ este: A 1 B 0 C -1 D 2 E ∞

171 Numărul de soluţii în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuaţiei $X^2 = A$ este:

A 10 B 1 C 2 D 0 E ∞

172 Numărul de soluţii în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuaţiei $X^{20} + X^{10} = A^{19} + A^9$ este:

A 0 B 1 C 2 D 10 E ∞

173 Numărul soluţiilor ecuaţiei $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 16.

174 Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

A strict pozitiv B strict negativ C zero D de modul 1 E 1

Se dă ecuaţia: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $X \in M_2(\mathbb{R})$.

175 Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este: A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

176 Câte soluţii are ecuaţia pentru n impar? A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

177 Câte soluţii are ecuaţia pentru n par? A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

178 Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x + y + z = 0$, $x + 2y + az = 0$, $x + 4y + a^2z = 0$ are soluţie nebanală, este:

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$ C $\{1, 3\}$ D $\{1, 2\}$ E $\{2, 3\}$

179 Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ şi $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:

A $A^n = (a^2 + bc)I_2$ B $A^n = (a^2 + bc)^n I_2$ C $A^{2n} = (a^2 + bc)^n I_2$
D $A^{2n+1} = (a^2 + bc)^n I_2$ E $A^{2n} = (a^2 + bc)^n A$.

180 Mulţimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuaţii

$$\begin{cases} ax + y + z &= 0 \\ x + ay + z &= 0 \\ x + y + az &= 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 &= 1 \end{cases}$$

este compatibil este: A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $\{-2, 1\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$ E $\{-2\}$.

181 Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ verifică relaţia $A^3 = pA^2 + qA$ pentru:

A $p = -2$, $q = 3$ B $p = -2$, $q = 2$ C $p = 3$, $q = -2$ D $p = -3$,$q = 2$ E $p = 1$, $q = 1$.

182 Mulţimea valorilor reale ale lui m, pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx + y + z &= 1 \\ x + 2my + z &= 1 \\ x + y + z &= 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat şi soluţia (x, y, z) verifică relaţia $x + y \geq z$, este:

A $(-\infty, 1]$ B $[-1, \infty)$ C $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right] \cup (1, \infty)$ D $(0, 1)$ E $(-1, 1)$.

183 Mulţimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este: A $\{-1, 1, 2\}$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1, -2\}$ C $\{-1, 1, -2\}$ D $\emptyset$ E $\{1\}$.

184 Rangul matricei $\begin{pmatrix} b & 1 & 2 & 4 \\ 1 & a & 2 & 3 \\ 1 & 2a & 2 & 4 \end{pmatrix}$ este egal cu 2, dacă şi numai dacă:

A $a = 1$, $b = 1$ B $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{2}$ C $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$ D $a = 2$, $b = 1$ E $a = 1$, $b = 3$.

185 Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie: $x * y = xy - ax + by$. Numerele $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R}, *)$ este monoid sunt:

A $a = b \neq 0$ B $a = 0$, $b = 1$ C $a = b = 0$ sau $a = -1$, $b = 1$ D $a = -1$, $b = 0$ E nu există astfel de numere.

Pe intervalul $(1, \infty)$ definim legea: $x * y = x^{\ln y}$

186 Această lege este: A necomutativă B comutativă C neasociativă

187 Elementul unitate este: A 1 B e C 10 D 11 E -1

188 Simetricul lui x este: A $x' = e^x$ B $x' = e^{\frac{1}{\ln x}}$ C $x' = e^{-x}$ D $x' = x$ E $x' = \frac{1}{x}$

189 Fie grupurile $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ şi $(\mathbb{R}^*, \cdot)$. Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ şi $b \in \mathbb{R}$ astfel ca funcţia $f : \mathbb{C}^* \to \mathbb{R}^*$, $f(z) = a|z| + b$, să fie morfism de grupuri.

A $a = 2$, $b = 1$ B $a = -1$, $b = 1$ C $a = 1$, $b = 0$ D $a = -2$, $b = 3$ E $a = 0$, $b = 2$.

190 Mulţimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{1 - i,\ 1 + i\}$ D $\{1, i, 2i, -2\}$ E $\emptyset$.

191 Fie $m \in \mathbb{Z}$ şi operaţia $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operaţia $*$ defineşte o structură de monoid pe $\mathbb{Z}$ este:

A $1 - m$ B m^2 C $m - 1$ D 0 E $m^2 - m$.

Pe mulţimea numerelor reale $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie " $*$ " prin $x * y = xy - 2x - 2y + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

192 Legea " $*$ " este asociativă pentru:

[A] $\lambda = 1$ [B] $\lambda = 2$ [C] $\lambda = -1$ [D] $\lambda = -3$ [E] $\lambda = 6$

193 Mulţimea $M = (2; \infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea " $*$ " pentru:

[A] $\lambda = 2$ [B] $\lambda = 3$ [C] $\lambda < 3$ [D] $\lambda \geq 6$ [E] $\lambda = 5$

194 Legea " $*$ " are element neutru pentru:

[A] $\lambda = 4$ [B] $\lambda = 6$ [C] $\lambda = -6$ [D] $\lambda = 1$

195 Legea de compoziţie $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe $\mathbb{R}$ o structură de grup, dacă şi numai dacă:

[A] $n = 1$ [B] $n = 3$ [C] $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}^*$ [D] $n = 2k + 1$, $k \in \mathbb{N}^*$ [E] $n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$.

196 In monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulţimea elementelor inversabile este:

[A] $\{A \mid \det A \neq 0\}$ [B] $\{A \mid \det A = 1\}$ [C] $\{-I_2, I_2\}$
[D] $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ [E] $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$.

197 Să se determine grupul $(G, *)$, ştiind că funcţia

$$f : (0, \infty) \to G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ şi $(G, *)$.

[A] $G = (0, \infty)$ şi $x * y = xy$ [B] $G = (1, \infty)$ şi $x * y = xy$
[C] $G = (1, \infty)$ şi $x * y = xy - x - y + 2$ [D] $G = \mathbb{R}$ şi $x * y = x + y$
[E] $G = (1, \infty)$ şi $x * y = x + y - 1$.

198 Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ şi $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x * y = x + y + 1$. Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H, dacă şi numai dacă:

[A] $a = b = 1$ [B] $a = -1$, $b = 1$ [C] $a \neq 0$, $b = -1$ [D] $a = 1$, $b \neq 0$
[E] $a = 1$, şi $b = 0$.

Fie funcţia $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ între grupurile $((-1, 1), *)$ şi $((0, \infty), \cdot)$, unde $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$.

199 Funcţia f păstrează unităţile grupurilor dacă:

[A] $b = d$ [B] $a = c$ [C] $c = 0$

200 Funcţia f este izomorfism între cele două grupuri dacă:

[A] $a = b = d = 1, c = -1$ [B] $a = b = c, d = -1$ [C] $a = b = 1$ [D] $d = c = -1$

Fie monoidul $(M, \cdot)$ unde $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$ cu $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

201 Matricea $A_1 \cdot A_1$ este: [A] A_1 [B] A_2 [C] A_3

202 Elementul unitate este: [A] I_3 [B] A_1 [C] A_0 [D] $A_{\frac{1}{2}}$

203 Inversul elementului A_1 este: [A] $A_{\frac{1}{4}}$ [B] A_{-1} [C] $A_{\frac{1}{2}}$ [D] A_2

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziţie $x * y = ax + by + c,\ a \neq 0, b \neq 0$.

204 $*$ este asociativă dacă şi numai dacă

[A] $a = b, c = 0$ [B] $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ [C] $a = b = c = 2$

205 $*$ este asociativă şi admite element neutru dacă şi numai dacă

[A] $a = b = 1, c = 0$ [B] $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ [C] $a = b = c = 2$
[D] $a = b = 2, c = 0$.

206 $(\mathbb{R}, *)$ este grup dacă şi numai dacă

[A] $a = b = 1, c = 0$ [B] $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ [C] $a = b = c = 2$
[D] $a = b = 2, c = 0$ [E] alt răspuns

207 Funcţia $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ f(x) = ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z}, +)$ dacă şi numai dacă:

[A] $a = 1$, [B] $a = -1$ [C] $a \in \{-1, 1\}$ [D] $a \in \mathbb{Z}^*$ [E] $a \in \{0, 1\}$.

208 Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{ax + b}{x^2 + 1}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Mulţimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care imaginea funcţiei f este $\operatorname{Im} f = [-3, 1]$ este:

[A] $\{(0,0)\}$ [B] $\{(1, -\sqrt{2})\}$ [C] $\{(2\sqrt{3}, -2), (-2\sqrt{3}, -2)\}$ [D] $\{(\frac{1}{2}, \sqrt{2}), (-\frac{1}{2}, \sqrt{2})\}$
[E] $\{(0,1), (1,0)\}$.

209 Imaginea funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1}$, $a \in \mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0, 2]$, dacă:

[A] $a \geq 3$ [B] $a \leq -2$ [C] $a \in [-1, 0)$ [D] $a \in [0, 2]$ [E] $a \in (-2, -1)$.

210 Mulţimea valorilor lui x, pentru care este definit radicalul $\sqrt[6-x^2]{x}$, conţine:

[A] 5 elemente [B] 7 elemente [C] un interval [D] 4 elemente [E] nici un element

211 Mulţimea numerelor complexe z care verifică ecuaţia $z^2 - 2|z| + 1 = 0$ este:

[A] $\{-1, 1\}$ [B] $\{1 - i,\ i + 1\}$ [C] $\{-1, 1,\ (\sqrt{2} - 1)i,\ (1 - \sqrt{2})i\}$
[D] $\{-1,\ 1,\ 1 - i\}$ [E] $\emptyset$.

212 Se consideră ecuaţia $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmaţii este adevărată?

[A] ecuaţia are o rădăcină pară [B] ecuaţia are o rădăcină impară
[C] ecuaţia are două rădăcini pare [D] ecuaţia nu are rădăcini întregi
[E] ecuaţia are două rădăcini impare.

213 Ecuaţia $\sqrt{mx^2 + x + 1} + \sqrt{mx^2 - x + 1} = x$ are soluţii reale dacă şi numai dacă: [A] $m = 0$ [B] $m = 1$ [C] $m = \frac{1}{2}$ [D] $m = \frac{1}{4}$ [E] $m > 0$.

214 Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia

$$x^4 + 4x^3 + ax^2 + 4x + 1 = 0$$

are toate rădăcinile reale este:

[A] $(-\infty, -10]$ [B] $(-\infty, -10] \cup \{6\}$ [C] $[4, \infty)$ [D] $\{0\}$ [E] $\emptyset$.

215 Soluţiile ecuaţiei $1 - 3^{x-1} + 2^{\frac{x}{2}} - 2^{\frac{x}{2}} 3^{\frac{x-1}{2}} = 0$ aparţin mulţimii:

[A] $[-3, 0]$ [B] $[0, 2]$ [C] $\{0; -2\}$ [D] $[3, \infty)$ [E] $\{\frac{1}{2}\}$.

216 Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a \left(x^2 + 4\right) \geq 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, este:

[A] $(1, 2]$ [B] $[-2, 0)$ [C] $(0, 4]$ [D] $[2, 3]$ [E] $(1, 3)$.

217 Soluţia x a ecuaţiei $\log_x(x + 1) + \log_{x^3}(x^3 + 1) = 2\log_{x^2}(x^2 + 1)$ verifică:

[A] $x \in [0, 1)$ [B] $x \in \emptyset$ [C] $x \in (2, 3)$ [D] $x \in (3, 4)$ [E] $x \in (1, 2)$

218 Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $\left(1 + \sqrt{2}\right)^{100}$ este:

[A] T_{57} [B] T_{58} [C] T_{59} [D] T_{60} [E] T_{61}.

219 Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, şi $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

[A] $m + n - p$ [B] $p - m - n$ [C] $m + n - 2p$ [D] $2p - m - n$ [E] $m + n + p$.

Fie polinomul $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$, unde a este un parametru real.

220 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

[A] $a = 1$ [B] $a = -1$ [C] $a = 2$ [D] $a = \frac{1}{2}$ [E] $a = -\frac{3}{2}$

221 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

[A] $a = 1$ [B] nu există un astfel de a [C] $a = -1$ [D] $a = 2$ [E] $a = -2$

Fie $x_n = (2 + \sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

222 Câte perechi $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?
[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] o infinitate

223 Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este: [A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] $\sqrt{3}$

224 Câte soluţii are ecuaţia $x^2 = 3y^2 + 1$ în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

[A] 1 [B] 3 [C] 5 [D] 6 [E] o infinitate

225 Fie x_1, x_2, x_3, x_4 şi x_5 rădăcinile ecuaţiei $x^5 + x^4 + 1 = 0$.

Valoarea sumei $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este: [A] -4 [B] -3 [C] -2 [D] -1 [E] 0

Ecuaţia $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, a, $b \in \mathbb{R}$.

226 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

[A] 1 [B] 2 [C] 0 [D] 4 [E] 8

227 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

[A] 2 [B] 1 [C] 4 [D] 0 [E] 16

228 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia are toate rădăcinile reale şi pozitive sunt:

[A] $a = 1, b = 0$ [B] $a = 24, b = 32$ [C] $a = 24, b = 1$ [D] $a = 32, b = 24$ [E] $a = 1, b = 32$

Fie $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$ rădăcinile ecuaţiei $x^2 + x + 1 = 0$.

229 Valoarea sumei $x_1 + x_2$ este: $\boxed{\text{A}}$ -1 $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ 1 $\boxed{\text{D}}$ 2 $\boxed{\text{E}}$ ∞

230 Valoarea sumei $x_1^3 + x_2^3$ este: $\boxed{\text{A}}$ -2 $\boxed{\text{B}}$ 3 $\boxed{\text{C}}$ 0 $\boxed{\text{D}}$ 2 $\boxed{\text{E}}$ -3

231 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$ astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(x_1 I_2 - A) = x_1^2.$$

Valoarea lui $\det(I_2 + x_1 A + x_1^2 A^2)$ este: $\boxed{\text{A}}$ -1 $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ x_1 $\boxed{\text{E}}$ 1

232 Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ şi există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este:

$\boxed{\text{A}}$ 2 $\boxed{\text{B}}$ 3 $\boxed{\text{C}}$ 4 $\boxed{\text{D}}$ 5 $\boxed{\text{E}}$ 6.

233 Dacă $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ şi $A^n = \begin{pmatrix} a_n & -b_n \\ b_n & a_n \end{pmatrix}$, atunci:

$\boxed{\text{A}}$ $a_n = a^n$ şi $b_n = b^n$ $\boxed{\text{B}}$ $a_{2n} = (a^2 - b^2)$ şi $b_{2n} = 2a^n b^n$
$\boxed{\text{C}}$ $a_n = \frac{(a+ib)^n + (a-ib)^n}{2}$ şi $b_n = \frac{(a+ib)^n - (a-ib)^n}{2i}$
$\boxed{\text{D}}$ $a_n = (a + ib)^n$ şi $b_n = (a - ib)^n$
$\boxed{\text{E}}$ $a_n = a^n + b^n$ şi $b_n = 2a^{n-1}b^{n-1}$.

234 Mulţimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ dacă: $\boxed{\text{A}}$ $b = 0$ $\boxed{\text{B}}$ $a = b$ $\boxed{\text{C}}$ $\mid a \mid = \mid b \mid$ $\boxed{\text{D}}$ $a = -b$ $\boxed{\text{E}}$ $a^n = b$.

235 Câte elemente inversabile are monoidului $\left(\mathbb{Z}\left[\sqrt{2}\right], \cdot\right)$?

$\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ 4 $\boxed{\text{E}}$ o infinitate

236 Funcţia $f(x, y) = \dfrac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compoziţie pe intervalul $(-1, 1)$ dacă:

$\boxed{\text{A}}$ $a = b = 2$ $\boxed{\text{B}}$ $a + b \in (-1, 1)$ $\boxed{\text{C}}$ $a \in (-1, 1)$ şi $b \in (-1, 1)$ $\boxed{\text{D}}$ $a = b \in [-1, 1]$ $\boxed{\text{E}}$ $a + b = 1$.

237 Fie $x * y = \dfrac{x + y}{1 + xy}$, $x, y \in (-1, 1)$. Numărul $\dfrac{1}{2} * \dfrac{1}{3} * \cdots * \dfrac{1}{1000}$ este:

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{500499}{500502}$; $\boxed{\text{B}}$ $\frac{500499}{500501}$; $\boxed{\text{C}}$ $\frac{500500}{500501}$; $\boxed{\text{D}}$ $\frac{500501}{500502}$; $\boxed{\text{E}}$ $\frac{500400}{500501}$.

2

Analiză matematică

238 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\dots+\frac{n}{n^2}\right)$ este: [A] $\frac{1}{2}$ [B] 4 [C] 1 [D] ∞ [E] 0

239 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\sin\frac{x}{2^n}\right)^{2^n}$ este: [A] e [B] $\frac{2}{x}$ [C] e^x [D] e^{-x} [E] $\frac{1}{e}$

240 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{\ln n}(\sqrt[n]{n}-1)$ [A] 1 [B] e [C] ∞ [D] 0 [E] $\frac{1}{e}$

241 Se dă şirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$ prin relaţiile:
$a_0=2$; $a_1=16$; $\quad a_{n+1}^2=a_na_{n-1}, \quad \forall n\geq 1$.
Limita şirului $(a_n)_{n\geq 0}$ este: [A] 1 [B] 2 [C] 4 [D] 8 [E] ∞

Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin: $\quad x_{n+1}-a\,x_n+2=0, \quad x_0=a$.

242 Mulţimea valorilor lui a pentru care şirul (x_n) este strict descrescător este:
[A] $\emptyset$ [B] $(-1,2)$ [C] $(-1,1)$ [D] $(0,\infty)$ [E] $(0,2)$.

243 Pentru $a\in(-1,1)$, $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ este: [A] $\frac{2}{a}$ [B] $\frac{2}{a-1}$ [C] 0 [D] 1 [E] ∞.

244 Fie $a\in\mathbb{R}$, $a>0$ un număr fixat. Se consideră şirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definite prin
$x_{n+1}=a^{\frac{1}{(n+1)!}}\cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}, \quad n\geq 1,\ x_1=1, \qquad b_n=\prod\limits_{k=1}^{n}x_k$.

Limita $\lim\limits_{n\to\infty}b_n$ este: [A] $\sqrt{a}$ [B] a [C] a^2 [D] ∞ [E] 0

Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1}=x_n+\frac{2}{x_n}$, $x_0=1$.

245 Limita şirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este: [A] 0 [B] 1 [C] e [D] ∞ [E] nu există

246 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu: [A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] π [E] ∞

247 Fie $x_n > 0,\ \ n \in \mathbb{N},$ astfel ca

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^n < 1.$$

Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este: $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ e $\boxed{\text{E}}$ ∞

Valorile limitelor următoare sunt:

248 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2}$ $\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$ 2 $\boxed{\text{E}}$ ∞

249 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$ $\boxed{\text{A}}$ $\dfrac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ 1 $\boxed{\text{D}}$ 2 $\boxed{\text{E}}$ ∞

250 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt[3]{2}) \cdots (2 - \sqrt[n]{2})$ $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ $\sqrt{2}$ $\boxed{\text{E}}$ e

251 Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un şir de numere reale, astfel ca şirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$, să fie mărginit. Limita şirului $(a_n)_{n\geq 1}$ este: $\boxed{\text{A}}$ e $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ ∞ $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ $\frac{1}{e}$

252 Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

$\boxed{\text{A}}$ 3 $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ ∞ $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro.

253 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - 1}$ este: $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ $\frac{4}{3}$

254 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2 - 3n + 1}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}}$ este: $\boxed{\text{A}}$ e^6 $\boxed{\text{B}}$ e^{-1} $\boxed{\text{C}}$ e^{-3} $\boxed{\text{D}}$ e^{-2} $\boxed{\text{E}}$ e^9

255 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\ln(1 + e^{2n})}{\ln(1 + e^{3n})}$ este: $\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ $\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{E}}$ $\ln 2$

256 Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \cdots - 2n}{3n + 1}$ este: $\boxed{\text{A}}$ $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{B}}$ -2 $\boxed{\text{C}}$ ∞ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{E}}$ $-\frac{1}{3}$

257 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2 + 1}{n + 1}\right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$ este: $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ e $\boxed{\text{E}}$ ∞

258 $\lim\limits_{n\to\infty} \prod\limits_{k=1}^{n} \dfrac{(k + 1)^2}{k(k + 2)}$ este: $\boxed{\text{A}}$ 5 $\boxed{\text{B}}$ 4 $\boxed{\text{C}}$ 1 $\boxed{\text{D}}$ 2 $\boxed{\text{E}}$ 3

259 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{(k + 1)\sqrt{k} + k\sqrt{k + 1}}$ $\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{1}{1 + \sqrt{2}}$ $\boxed{\text{D}}$ ∞ $\boxed{\text{E}}$ nu există

260 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{2^{k-1}}{(1 + 2^k)(1 + 2^{k+1})}$ este: $\boxed{\text{A}}$ $-\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{B}}$ $-\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{1}{6}$ $\boxed{\text{E}}$ $\frac{1}{2}$

261 $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este:

A 0 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

262 $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k), $k \in \mathbb{N}^*$, $a_1 > 0$, formează o progresie aritmetică cu raţia $r > 0$, este:

A ∞ B $\frac{1}{a_1 r}$ C 1 D a_1 E 0

263 Fie $S = \sum_{k=2}^{n} \frac{k^2-2}{k!}$. Alegeţi afirmaţia corectă:

A $S < 3$ B $S > 3$ C $S = e$ D $S < 0$ E $S = e - \dfrac{1}{2}$

264 $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{4k^2-1}$

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D -1 E nu există

265 $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{6}{k(k+1)(k+3)}$

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{7}{6}$ D 1 E $\frac{3}{2}$

266 Limita şirului $(x_n)_{n\geq 0}$, $x_n = \cos\left(\pi\sqrt{4n^2+n+1}\right)$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D nu există E 1.

267 $\lim_{n\to\infty} \frac{5^n\, n!}{2^n\, n^n}$

A 0 B ∞ C 1 D e E 2

268 Fie $p \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$, $q > 0$ Se cere valoara limitei:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{qn+1}{qn} \, \frac{qn+p+1}{qn+p} \cdots \frac{qn+np+1}{qn+np}.$$

A $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ B $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$ C $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$ D $p\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ E $p^2\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

269 $\lim_{n\to\infty} \frac{\mathrm{C}_{4n}^{2n}}{4^n \mathrm{C}_{2n}^{n}}$.

A $\sqrt{2}$ B $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C 0 D 1 E ∞

270 Fie x_0 un întreg pozitiv. Se defineşte şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \dfrac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \qquad n = 0, 1, \ldots \end{cases}$$

Limita şirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D e E Nu există pentru unele valori ale lui x_0

271 $\lim_{n\to\infty} \frac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \cdots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}$, $a > 0$, este:

A 0 B $\ln a$ C ∞ D e E a

272 $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k}\right)$ este: A 1 B $\frac{7}{2}$ C $\frac{8}{3}$ D $\frac{3}{2}$ E 0

273 Limita $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{C_n^k}{(2n)^k}$ este A 0 B 1 C $e^{\frac{1}{2}}$ D e^2 E ∞.

274 Fie $p_n = \prod_{k=1}^{n} \cos(2^{k-1}x)$, $x \neq k\pi$. Atunci $\lim_{n\to\infty} p_n$ este:

A 1 B $\frac{\cos x}{x}$ C 0 D $\frac{\sin x}{x}$ E nu există

275 $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{C_n^k}{n2^n + k}$ este: A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞.

276 $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{kC_n^k}{n2^n + k}$ este: A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞.

277 $\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{\cos n\pi}{n}\right)^n$ este: A ∞ B 0 C 1 D e E nu există

278 $\lim_{n\to\infty} \frac{1 + x^n(x^2+4)}{x(x^n+1)}$, $x > 0$ este: A $\frac{1}{x}$ B ∞ C x D $\frac{x^2+4}{x}$ E alt răspuns

279 $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \arcsin \frac{k}{n^2}$ este: A 0 B 1 C ∞ D $\frac{1}{2}$ E 2π

280 Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 2}$, $x_n = \sqrt[n]{1 + \sum_{k=2}^{n} (k-1)(k-1)!}$.

Limita $\lim_{n\to\infty} \frac{x_n}{n}$ este: A ∞ B $\frac{1}{e}$ C 0 D 1 E e.

281 Fie $x \in \mathbb{R}$. Notăm cu $\lfloor x \rfloor$ partea întreagă a numărului x. Limita şirului

$$x_n = \frac{\lfloor x \rfloor + \lfloor 3^2 x \rfloor + \cdots + \lfloor (2n-1)^2 x \rfloor}{n^3}, \quad n \geq 1,$$

este: A $\frac{x}{2}$ B 1 C 0 D $\frac{3x}{4}$ E $\frac{4x}{3}$

282 $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$, unde $a \in (1, \infty)$, este:

A $1 - \ln a$ B $1 + \ln a$ C $2 + \ln a$ D $-\ln a$ E $\ln a$

283 $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \cdots + \frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$ este: A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 2 E nu există

284 Şirul $a_n = 1^9 + 2^9 + \cdots + n^9 - a\,n^{10}$, $a \in \mathbb{R}$, este convergent dacă:

[A] $a = 9$ [B] $a = 10$ [C] $a = 1/9$ [D] $a = 1/10$
[E] nu există un astfel de a.

285 Fie şirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = ac + (a+ab)c^2 + \cdots + (a+ab+\cdots+ab^n)c^{n+1}$.
Atunci, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu proprietăţile $|c| < 1$, $b \neq 1$ şi $|bc| < 1$, avem:

[A] (x_n) nu este convergent [B] $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$ [C] $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$
[D] $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$ [E] $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$.

286 Pentru numărul natural $n \geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este:

[A] 0 [B] 1 [C] $\log_3 2$ [D] 2008 [E] Limita nu există.

Fie $0 < b < a$ şi $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a+b)x_{n+1} - ab\,x_n, \quad n \in \mathbb{N}$$

287 Dacă $0 < b < a$ şi $l = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

[A] $l = a$ [B] $l = b$ [C] $l = \frac{a}{b}$ [D] $l = \frac{b}{a}$ [E] nu se poate calcula

288 Dacă $0 < b < a < 1$ şi $L = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} x_k$ atunci:

[A] $L = 1$ [B] $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$ [C] $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$ [D] $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$
[E] $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

289 Mulţimea tuturor valorilor lui a pentru care şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin recurenţa $x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

[A] $\{1\}$ [B] $[-1, 2]$ [C] $\{0\}$ [D] $(0, 1)$ [E] $[1, 3]$.

290 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(p+n)!}{n!n^p}\right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este: [A] ∞ [B] 0 [C] e [D] $e^{1/6}$ [E] $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$.

291 Câte şiruri convergente de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ verifică relaţia

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$? [A] 1 [B] 10 [C] 0 [D] o infinitate [E] 2

292 Şirul (x_n), $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita şirului (y_n), $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2}$. [A] $\frac{\pi^2}{8}$ [B] $\frac{\pi^2}{3}$ [C] $\frac{\pi^2}{16}$ [D] $\frac{\pi}{3}$ [E] $\frac{\pi^2}{12}$.

293 Fie x_n soluţia ecuaţiei $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $\left(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}\right)$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} n\left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n\right)$$

este: A 1 B 0 C $\dfrac{1}{\pi}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi}{4}$

294 Mulţimea valorilor funcţiei $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ este:

A $\left[-1, e^{\frac{1}{e}}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $[0, 1]$ D $(0, \frac{1}{e}) \cup [1, e]$ E $\left(0, e^{\frac{1}{e}}\right]$

295 $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}$. A e B -1 C 1 D $-e$ E 0

296 $\displaystyle\lim_{x\to +0} ((1+x)^x - 1)^x$ A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

297 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori } \sin}}{x^3}$

A 0 B $n/2$ C $n/3$ D $n/4$ E alt răspuns

298 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{(x+\sqrt{2})^{\sqrt{2}} - (x-\sqrt{2})^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{2}-1}}$. A $\sqrt{2}$ B $2\sqrt{2}$ C 4 D 0 E alt răspuns.

299 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1+ax)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}$, $a \in \mathbb{R}$.

A $\frac{a(1-a)}{2}$ B $a(1-a)$ C 0 D $a\,e$ E $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

300 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\arcsin(\sin x)}{x}$ A 0 B 1 C ∞ D $-\infty$ E nu există

301 $\displaystyle\lim_{x\to 0} x\left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$ este: A 0 B ∞ C nu există D -1 E 1.

302 $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\sin\left(ax^2 + bx + c\right)}{x^2 - 1}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $a + b + c = \pi$, este:

A $a + b$ B $\pi - a - b$ C $2a + b$ D $-\frac{2a+b}{2}$ E $2(a + b)$.

303 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$ este: A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞.

304 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sqrt[3]{x+8} - 2}$ A 3 B $\dfrac{1}{3}$ C $\dfrac{2}{3}$ D nu există E 0

305 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x + \sin 2x + \cdots + \sin nx}{x}$

A $n(n+x)$ B n^2 C $\frac{n(n+1)}{2}$ D $(n+1)(n+2)$ E $n(n+3)$

306 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{m} \operatorname{arctg} k^2 x}{\sum\limits_{k=1}^{m} \ln(1+k^3x)}$

A $\frac{m(m+1)}{m+2}$ B $\frac{2}{3}\frac{2m+1}{m(m+1)}$ C $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ D 0 E $\frac{\pi}{2e}$

307 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a_1^x a_2^{2x} \cdots a_n^{nx} - 1}{x}, \quad a_1, a_2, \dots, a_n > 0.$

A $\ln(a_1 a_2 \cdots a_n)$ B $\ln a_1 + \ln a_2 + \cdots + \ln a_n$ C $\ln(a_1 a_2^2 \cdots a_n^n)$ D $e^{a_1 + 2a_2 + \cdots + na_n}$
E $e^{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}$

308 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\left(2x + \sqrt{x^2-1}\right)^n + \left(2x - \sqrt{x^2-1}\right)^n}{x^n}$

A 2^n B $2^n - 3^n$ C 1 D $3^n + 1$ E 0

309 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x - x^2 \ln\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)\right)$

A ∞ B $-\infty$ C 0 D 1 E $\frac{1}{2}$

310 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + x + 1}\right)$

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 1

311 $\lim\limits_{x\to 0} x e^{-\frac{1}{x}}$

A 0 B e C ∞ D nu există E 1

312 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x - ex\right)$

A $-\dfrac{e}{2}$ B e C 0 D ∞ E $2e$

Valoarea limitelor:

313 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x^n - \sin^n x}{x^{n+2}}, \ n \in \mathbb{N}, \ n \geq 2;$

A ∞ B 0 C $-\frac{n}{6}$ D $\frac{n}{6}$ E 1

314 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{e^x - 1}\right).$

A e B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{e}{2}$ D $-\dfrac{1}{2}$ E 0

315 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}(\sin x) - x}{x^3}$

A $1/3$ B $1/6$ C ∞ D -1 E $\pi/2$

316 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{a^x + b^x + c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}, \quad a, b, c > 0,$

A $\sqrt[3]{abc}$ B nu există C $\ln abc$ D $\frac{a+b+c}{3}$ E 1

317 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right)^{\frac{1}{x}}$

A 1 B 0 C e D $\sqrt{e}$ E $\frac{1}{\sqrt{e}}$

318 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

A 1 B e^2 C $e^{\frac{3}{2}}$ D $e^{\frac{1}{2}}$ E e^3

319 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$ [A] $\sqrt[3]{2}$ [B] $\sqrt[3]{e}$ [C] e [D] e^{-1} [E] $e^{\frac{3}{2}}$

320 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\ \frac{\ln(e^x+x)}{x}\right)$ este: [A] 0 [B] 1 [C] -1 [D] $-\frac{1}{2}$ [E] ∞

321 $\lim\limits_{x\to 0}(a^x+x)^{\frac{1}{\sin x}}$, $a>1$, este: [A] ae [B] $e^{\ln a}$ [C] a [D] 1 [E] e^a

322 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(x^2\right)^{\frac{1}{\ln x}}$ [A] 2 [B] e^2 [C] 1 [D] 2 [E] nu există

323 $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\cdot\left(e^{\frac{1}{n+1}}-e^{\frac{1}{n}}\right)$: [A] -1 [B] 1 [C] $-\infty$ [D] Limita nu există [E] e.

324 Dacă $|a|>1$, atunci limita $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{1+a^n}$ are valoarea:

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] ∞ [E] limita nu există, pentru $a<-1$.

325 Pentru ce valori ale parametrilor reali a şi b avem
$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}+\sqrt{x^2+2x+2}-ax-b\right)=0$?

[A] $a=b=1$ [B] $a=b=-1$ [C] $a=2,\ b=1$ [D] $a=1,\ b=2$ [E] $a=2,\ b=\frac{3}{2}$.

326 Mulţimea punctelor de continuitate ale funcţiei
$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\cos x+|x-1|e^{nx}}{1+e^{nx}}$ este:

[A] $\mathbb{R}-\{1\}$ [B] $\mathbb{R}-\{0\}$ [C] $\mathbb{R}_+$ [D] $\mathbb{R}$ [E] $[0,2\pi]$.

Se consideră funcţia $f\colon D\to\mathbb{R},\quad f(x)=\arcsin\left(x-\sqrt{1-x^2}\right),$ unde D este domeniul maxim de definiţie.

327 Mulţimea punctelor de continuitate ale funcţiei este:

[A] $[-1,1]$ [B] $(-1,1)$ [C] $(0,1)$ [D] $[0,1]$ [E] alt răspuns.

328 Mulţimea punctelor de derivabilitate ale funcţiei este:

[A] $[-1,1]$ [B] $[0,1]$ [C] $[0,1)$ [D] $(0,1)$ [E] alt răspuns.

329 Mulţimea punctelor în care funcţia are derivată este:

[A] $[-1,1]$ [B] $[0,1]$ [C] $[0,1)$ [D] $(0,1]$ [E] alt răspuns.

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcţie continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcţiei f dacă:

330 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ şi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este strict crescătoare B f este injectivă C f este surjectivă D f este inversabilă E f nu este injectivă

331 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este descrescătoare B f este injectivă C f este surjectivă D f este inversabilă E f nu este injectivă

332 f este injectivă.

A f este surjectivă B f este strict monotonă C f are cel puţin două zerouri D f este inversabilă E f este o funcţie impară

333 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(e^x + x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}$ este: A 1 B $n+1$ C 0 D ∞ E e.

334 Funcţia f definită prin $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^2e^{nx} + x}{e^{nx} + 1}$

A este definită numai pentru $x \leq 0$ B este definită şi continuă pe $\mathbb{R}$
C este definită şi derivabilă pe $\mathbb{R}$
D este definită pe $\mathbb{R}$ dar nu este continuă pe $\mathbb{R}$
E este definită numai pentru $x = 0$.

335 Fie funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^n + x}{x^{2n} + 1}$.
Care din afirmaţiile de mai jos sunt adevărate?

A f nu e bine definită pe $(-\infty, -1)$ căci limita nu există.
B f este continuă în 1.
C singurul punct de discontinuitate este $x = 1$
D f are limită în $x = -1$ E f continuă pe $(-\infty, 1)$.

336 Mulţimea punctelor de continuitate ale funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{1 + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \cdots + x^{2n}}$$

este: A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ C $\mathbb{R}^*$ D $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

337 Ecuaţia $x^2 + 1 = me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluţii reale şi distincte dacă: A $m = -1$ B $m = 2e$ C $m = \pi$ D $m = 3\sqrt{2}$ E $m = 7$.

338 Fie funcţia $f(x) = \dfrac{|x^3 - 1|}{ax^2 + bx}$. Valorile numerelor reale a şi b pentru care dreapta $y = x+4$ este asimptotă la ∞ sunt:

A $a = 4; b = 1$ B $a = 1; b = -4$ C $a = -4; b = 1$ D $a = 1; b = 4$ E $a = -1; b = -4$

Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{(x+1)^3}{x^2-x+1}$.

339 Ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul în care graficul funcţiei intersectează axa Oy este:

A $y-2x+1=0$ B $2y-2x+1=0$ C $y-4x-1=0$ D $4y-x+1=0$ E $4y-4x+1=0$

340 Ecuaţia normalei la graficul funcţiei f în punctul în care graficul funcţiei intersectează axa Oy este:

A $2y-2x+1=0$ B $\frac{1}{4}y-2x+1=0$ C $y-x+1=0$ D $y+\frac{1}{4}x-1=0$ E $4y-x+1=0$

341 Fie polinomul $P(x)=ax^3+x^2-bx-6,\ a,b\in\mathbb{R}$. Valorile lui a şi b pentru care polinomul $P(x+1)+P'(x)$ este divizibil cu $(x-1)$ şi $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{P(x)}{x(bx+1)(x-1)}=\dfrac{1}{3}$ sunt:

A $a=-1,\ b=2$ B $a=1,\ b=0$ C $a=3,\ b=\frac{1}{2}$ D $a=0,\ b=0$
E nu există astfel de a şi b

342 Funcţia $f(x)=\dfrac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}}$, $x\in(0,\infty)$, admite asimptota oblică de ecuaţie:

A $y=-x-1$ B $y=-x+\frac{1}{2}$ C $y=-x+1$ D $y=-x$ E $y=x$.

343 Fie $f:D\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{x^2+bx+2}{x^2+2x+c}$, D-domeniul maxim de definiţie al lui f. Mulţimea tuturor valorilor $(b,c)\in\mathbb{R}^2$ pentru care funcţia f are o singură asimptotă verticală şi graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

A $\{(b,c)\in\mathbb{R}^2|b\neq 0,\ c=1\}$ B $\{(b,c)\in\mathbb{R}^2|c=1\}$
C $\{(b,c)\in\mathbb{R}^2|b=3,\ c=1\}$ D $\{(b,c)\in\mathbb{R}^2|c=1,\ b=2 \text{ sau } c=1,\ b=3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect.

344 Graficul funcţiei $f:\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$ admite:

A o asimptotă verticală şi una orizontală
B o asimptotă verticală şi una oblică
C o asimptotă orizontală şi una oblică
D o asimptotă verticală şi două oblice
E o asimptotă verticală şi două orizontale.

345 Valorile lui $m\in R$ astfel încât $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{(m-1)^2x^2+1}}{3x+2}=-1$ sunt:

A $-2,\ 4$ B $-1,\ 3$ C $2,\ 3$ D $-1,\ 4$ E $-2,\ 2$

346 Funcţia $f:D\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{x-a}{x^2-b}$, $a,b\in\mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiţie două asimptote verticale dacă:

A $a=b=0$ B $a=1,\ b=-1$ C $a=b=1$ D $a=2,\ b=1$ E $b>0,\ a^2-b\neq 0$.

347 Abscisele punctelor în care graficele funcţiilor $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{şi} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt: [A] $\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ [B] $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ [C] $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ [D] nu există [E] 0

348 Egalitatea

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă şi numai dacă numerele reale a şi b satisfac condiţia:

[A] $ab > 1$ [B] $ab < 1$ [C] $ab \neq 1$ [D] $ab > 0$ [E] $b = 0,\ a \in \mathbb{R}$.

349 Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0,1]$ pentru care funcţia $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x - a|$, este convexă pe $[0,1]$ este:

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 4 [E] infinit.

350 Fie $Q(x)$ câtul împărţirii polinomului $99(x^{101} - 1) - 101\,x(x^{99} - 1)$ la $(x-1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este: [A] 9999 [B] 18000 [C] 5050 [D] 3333 [E] alt răspuns.

351 Funcţia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este derivabilă şi sunt verificate condiţiile: $f(0) = 2,\ \ f'(x) = 3\,f(x),\ \ \forall x \in \mathbb{R}$. Valoarea $f(\ln 2)$ este: [A] 2 [B] 4 [C] 6 [D] 16 [E] 32

352 O funcţie polinomială neconstantă $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, este strict crescătoare dacă şi numai dacă:

[A] $P'(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ [B] $P'(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ [C] $P'(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
[C] $P''(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ [C] $P''(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

353 Să se studieze derivabilitatea funcţiei $f : [1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x-1}}.$$

[A] f derivabilă pe $(2, \infty)$ [B] f are în $(5,0)$ punct de întoarcere
[C] f are în $(5,0)$ punct unghiular [D] f este derivabilă în $x = 5$
[E] f este derivabilă numai pe $(5, \infty)$.

354 Dacă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{\dfrac{1}{6}x^3 - x + \sin x}$, atunci $f'(0)$ este:

[A] $1/\sqrt[5]{120}$ [B] $-1/\sqrt[5]{120}$ [C] ∞ [D] nu există [E] $-\infty$

355 Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x|x - a_1| + |x - a_2|$, care depinde de parametrii reali a_1 şi a_2 este derivabilă pe $\mathbb{R}$ pentru:

[A] $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ [B] $a_1 = 0,\ a_2 > 0$ [C] $a_1 = a_2 = -1$ [D] $a_1 = a_2 = 1$ [E] $a_1 = a_2 = 0$.

356 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Care din afirmaţiile următoare este adevărată?

[A] f nu e continuă în 0 [B] f este derivabilă în 0 [C] f nu are limită în 0 [D] $\exists \lim\limits_{x \to 0} f'(x)$
[E] f are limită la $+\infty$, egală cu 1, şi la $-\infty$, egală cu -1.

357 Se consideră funcţia $f : D \to \mathbb{R},\ f(x) = \operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1} + \arcsin\frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiţie al funcţiei f. Mulţimea valorilor funcţiei f este:

A $\left(-\infty, \frac{\pi}{2}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $\left(-\frac{\pi}{2}, \infty\right)$ D $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ E $\left(-\infty, -\frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \infty\right)$.

Se consideră funcţia $f : D \to \mathbb{R},\quad f(x) = \ln(1 + \sqrt{|x|} - x)$, unde D este domeniul maxim de definiţie.

358 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este: A 0 B 1 C -1 D e E ∞

359 $f'(\frac{1}{4})$ este: A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{2}$

360 Numărul punctelor de extrem local ale funcţiei f este: A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

361 Valoarea lui a pentru care funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x|x-a|$, este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A $a = 1$ B $a = -1$ C $a = 0$ D $a = 2$ E $a = -2$.

362 Fie g şi h două funcţii derivabile pe $\mathbb{R}$ şi $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0) = 0$, atunci funcţia f este derivabilă în x_0 dacă şi numai dacă:

A $h'(x_0) = 0$ B $g(x_0) > 0$ C $g(x_0) = 0$ D $g(x_0)h'(x_0) = 0$ E alt răspuns

363 Funcţia $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax}{x^2+b}, & 0 \le x \le 1 \\ \ln(x^2-3x+3)+2x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, este o funcţie derivabilă pentru:

A $a = 6,\ b = 2$ B $a = 8,\ b = 3$ C $a = 8,\ b = 30$ D $a = 10,\ b = 4$ E $a - 2b = 1$.

364 Derivata funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

A ∞ B 0 C 1/3 D 1 E nu există.

365 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $(f^{-1})'(3)$ este:

A 1 B -1 C $\frac{1}{3}$ D -2 E $\frac{1}{5}$.

366 Fie funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2+\alpha x+\beta}{x-1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α şi β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0,1)$ sunt:

A $\alpha = 1,\ \beta = -1$ B $\alpha = 0,\ \beta = 1$ C $\alpha = \beta = 2$ D $\alpha = 3,\ \beta = -1$ E $\alpha = -1,\ \beta = 1$

367 Se consideră funcţia $f : [-1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2+x+1) & ; \quad -1 \le x \le 0 \\ \sqrt{x|x^2-4|} & ; \quad x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare şi cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcţiei f. Atunci:

A $\alpha = 5,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$ B $\alpha = 5,\ \beta = \gamma = 1$ C $\alpha = 5,\ \beta = 2,\ \gamma = 0$
D $\alpha - \beta = 4,\ \beta - \gamma = 1$ E $\alpha = 4,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$.

368 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(1+x^2)-x$. Care din următoarele afirmaţii sunt adevărate?

[A] f e strict pozitivă pe $\mathbb{R}$ [B] f e strict crescătoare pe $\mathbb{R}$
[C] f e strict negativă pe $\mathbb{R}$
[D] f verifică inegalitatea $f(x)>0,\ \forall x\in(-\infty,0)$
[E] f verifică inegalitatea $f(x)>0,\ \forall x\in(0,\infty)$.

369 Mulţimea valorilor parametrului real a pentru care ecuaţia $e^x-a=\ln(x+a)$ nu are nici o soluţie este: [A] $\mathbb{R}$ [B] $\emptyset$ [C] $(-\infty,1)$ [D] $(0,1)$ [E] $(1,\infty)$

370 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+2x^2+4x+4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

[A] 0 [B] 1 [C] $\frac{1}{4}$ [D] $\frac{1}{116}$ [E] $\frac{1}{68}$.

371 Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o funcţie cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2)=f'(2)=f''(2)=2$, iar funcţia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este definită prin $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+3}\right)$, atunci:

[A] $g(1)=g'(1)=2$ [B] $g'(1)=\sqrt{2}$ [C] $g(1)+g''(1)\in\mathbb{N}$ [D] $g'(1)=g''(1)=1$
[E] $g'(1)=1,\ g''(1)=\frac{5}{4}$.

Fie funcţia f dată prin $f(x)=\frac{2}{x^2-1}$

372 Mulţimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcţiei este:

[A] $\{0\}$ [B] $\{-1;0;1\}$ [C] $\emptyset$ [D] $\{0;2\}$

373 Mulţimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcţiei este:

[A] $\{0\}$ [B] $\{-1;0;1\}$ [C] $\emptyset$ [D] $\{0;2\}$

Fie $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ o funcţie de două ori derivabilă astfel încât $f''(x)=\dfrac{1}{x},\ \forall x>0$ şi $f(1)=f'(1)=0$.

374 $f'(x)$ are expresia:

[A] $-\frac{1}{x^2}$ [B] $1-\frac{1}{x^2}$ [C] $\frac{1}{x^2}-1$ [D] $\ln x$ [E] Alt răspuns

375 $f(x)$ are expresia:

[A] $\frac{2}{x^3}$ [B] $\frac{2}{x^3}-2$ [C] $x\ln x-x$ [D] $x\ln x+x-1$ [E] Alt răspuns

376 Numărul soluţiilor reale ale ecuaţiei $\ln x=1-\frac{1}{x}$ este:

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] Alt răspuns

Se dă funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2^{x^4}+2^{x^2-1}$.

377 Care este valoarea lui $f(-1)$?

[A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 5

378 Care este soluţia inecuaţiei $f(x)\le 3$?

[A] $\emptyset$ [B] $[-1,1]$ [C] $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$ [D] $(-\infty,-1]$ [E] alt răspuns

379 Numărul punctelor de extrem local ale funcţiei f este:

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] 4

Se consideră funcţia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

380 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcţiei este egală cu:

A 25 B 1 C $5+\sqrt{17}$ D 5 E $5-\sqrt{17}$

381 Aria mărginită de graficul funcţiei f', dreptele $x=-2, x=1$ şi axa OX este egală cu:

A $\frac{1}{e}-\frac{4}{e^2}$ B $\frac{4}{e^2}-\frac{1}{e}$ C $\frac{3}{e}-\frac{4}{e^4}$ D 1 E alt răspuns

382 Funcţia $f : (-1,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \alpha x^2 + 1 - \ln(1+x)$, $\alpha \in \mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru: A $\alpha=-2$ B $\alpha=-1$ C $\alpha \in (-2,-1)$ D $\alpha > 2$ E $\alpha < -2$.

383 Se dă funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2+6x+m)$, unde m este un parametru real. Funcţia f admite puncte de extrem pentru:

A $m \in (-\infty, 10]$ B $m \in (10,\infty)$ C $m \in \mathbb{R}$ D $m \in (-\infty, 10)$ E $m \in [10,\infty)$

384 Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată pentru orice funcţie $f : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ care are derivată strict pozitivă?

A f este crescătoare pe $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ B f este crescătoare pe $(0,\infty)$
C f este descrescătoare D f este mărginită
E f este convexă.

385 Inegalitatea $a^x \geq x+1$ are loc pentru orice $x \in \mathbb{R}$ dacă şi numai dacă:

A $a=1$ B $a=e$ C $a>1$ D $a>e$ E $a<e$.

386 Dacă ecuaţia $a^x = x$, cu $a>1$ are o singură soluţie reală atunci:

A $a=\frac{1}{e}$ B $a=e$ C $a=e^{\frac{1}{e}}$ D $a=e^e$ E $a=\frac{1}{e^e}$

387 Mulţimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuaţia $a^x = x+2$, are două soluţii reale este:

A $(1,\infty)$ B $(0,1)$ C $(\frac{1}{e}, e)$ D $(\frac{1}{e^e}, e^e)$ E $(e^{\frac{1}{e}}, \infty)$

388 Mulţimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x \geq x^a$, are loc pentru orice $x>0$ este:

A $\{e\}$ B $(0,1)$ C $(1,\infty)$ D $(\frac{1}{e},1)$ E $(1,e)$

389 Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2-2x+2} + \sqrt{x^2+2x+2}$ are proprietatea:

A este crescătoate pe $\mathbb{R}$
B este descrescătoare pe $(-\infty,0]$ şi crescătoare pe $[0,\infty)$
C este impară D $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} = 2$
E graficul funcţiei f intersectează axa Ox într-un punct.

390 Să se determine un punct $P(x_0,y_0)$ pe curba a cărei ecuaţie este $y=(x-2)\sqrt{x}$, $x>0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuaţie $2y=5x+2$.

A $P(4,4)$ B $P(9,21)$ C $P(1,-1)$ D $P(2,0)$ E $P(3,\sqrt{3})$.

391 Valoarea parametrului real a pentru care graficul funcţiei $f\colon(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x+a\,x^2$, este tangent axei Ox este:

A $-\frac{1}{e}$ B e C $2e$ D $-e$ E 1.

392 Funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\sqrt{x^2+a}$, $a\geq 0$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

A $a=1+e$ B $a=0$ C $a=1$ D $a=e-\pi$ E $a=-1$.

393 Ecuaţia tangentei la graficul funcţiei $f(x)=\ln\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x=2$ este:

A $x-7y-2=0$ B $x-6y-2=0$ C $x-5y-2=0$ D $x-4y-2=0$ E $x-3y-2=0$.

394 Graficele funcţiilor $f(x)=ax^2+bx+2$ şi $g(x)=\dfrac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0=1$ dacă:

A $a+b=-1$ B $a=0,\ b=1$ C $a=1,\ b=-2$ D $a=3,\ b=-5$ E $a=3,\ b=-4$.

395 Tangenta la graficul funcţiei $f(x)=(a\sin x+b\cos x)e^x$ în punctul $(0,f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

A $a=b=1$ B $a=2,\ b=1$ C $a-b=1$ D $a+b=1$ E $a^2+b^2=1$.

396 Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuaţiei $x^2-2(m+1)x+3m+1=0$. Atunci $\lim\limits_{m\to\infty}x_1$ este:

A 1 B $\dfrac{3}{2}$ C 0 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

397 Mulţimea valorilor paramentrului real a pentru care ecuaţia $ax-\ln|x|=0$ are trei rădăcini reale distincte este:

A $(-\infty,0)$ B $(0,1)$ C $(-e^{-1},0)\cup(0,e^{-1})$ D (e^{-1},∞) E $\emptyset$.

398 Mulţimea valorilor lui $x\in\mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2\operatorname{arctg}x+\arcsin\frac{2x}{1+x^2}=\pi$$

este:

A $(0,\infty)$ B $(-\infty,-1)\cup[1,\infty)$ C $[1,\infty)$ D $[-1,1]$ E $[2,\infty)$.

399 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^*$ o funcţie care admite primitive şi verifică relaţiile $\cos f(x)=1$, $\forall x\in\mathbb{R}$ şi $|f(\pi)-\pi|\leq\pi$.

$f(100)$ este:

A 16π B 8π C 4π D 2π E 0.

400 Mulţimea primitivelor funcţiei $f:(0,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$, este:

A $\arccos\sqrt{x}+C$ B $\arcsin\sqrt{x}+C$ C $\arccos\frac{1}{x}+C$ D $\arcsin\frac{1}{\sqrt{x}}+C$ E $\operatorname{arctg}\sqrt{x}+C$

401 Mulţimea primitivelor funcţiei $f : \left(\frac{3\pi}{4},\ \frac{5\pi}{4}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{\cos^2 x}$, este:

A $x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ B $-x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ C $x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + c$ D $-x \operatorname{tg} x - \ln(-\cos x) + c$ E $x \operatorname{tg} x + \ln(-\cos x) + c$.

402 Mulţimea primitivelor funcţiei $f : \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\sin x}{1 + \sin x}$, este:

A $x + \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ B $\frac{2}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ C $x + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ D $\frac{2}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ E $x + \frac{2}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$

403 Mulţimea primitivelor funcţiei $f : (1, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$ este:

A $\arcsin e^x + c$ B $\arccos e^x + c$ C $\operatorname{arctg} x$ D $\ln \left(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}\right) + c$ E $2\sqrt{e^{2x} - 1} + c$.

404 Mulţimea primitivelor funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$ este:

A $\ln \frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ B $\ln \frac{1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ C $2\sqrt{e^x + 1} + c$
D $\ln \left(\sqrt{e^x + 1} + 1\right) + c$ E $\ln \left(\sqrt{e^x + 1} - e^x\right) + c$.

405 Mulţimea primitivelor funcţiei $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x(x^3 + 1)}$ este:

A $\ln x - \ln(x^3 + 1) + c$ B $\ln \frac{x^3}{x^3+1} + c$ C $\frac{1}{3} \ln \frac{x^3}{x^3+1} + c$
D $\ln x + \operatorname{arctg} x + c$ E $\ln x \ \ln(x + 1) + c$.

406 Mulţimea primitivelor funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x \left(x^2 - 2x + 1\right)}{\left(x^2 + 1\right)^2}$ este:

A $e^x \operatorname{arctg} x + c$ B $e^x \left(1 + x^2\right)^{-1} + c$ C $\frac{xe^x}{x^2+1} + c$ D $\frac{x^2e^x}{x^2+1} + c$ E $\frac{(x+1)e^x}{x^2+1} + c$.

407 Mulţimea primitivelor funcţiei $f : (-\infty, -1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ este:

A $\arccos \frac{1}{x} + c$ B $\arcsin \frac{1}{x} + c$ C $-\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} + c$ D $\ln \sqrt{x^2 - 1} + c$ E $\operatorname{arctg} \frac{1}{x} + c$.

408 Mulţimea primitivelor funcţiei $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^x + \cos x}{e^x + \cos x + \sin x},$$

este:

A $\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ B $x + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$
C $\frac{x}{2} + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ D $\frac{1}{2}[x + \ln(e^x + \cos x + \sin x)] + c$
E $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$.

409 $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1}\,\mathrm{d}x$ A $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ B $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ C $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ D $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

410 Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$
are primitive dacă şi numai dacă: [A] $a=0$ [B] $a=1$ [C] $a=-1$ [D] $a>0$ [E] $a<0$.

411 Fie $F\colon \mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x)=\frac{1}{x}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}^*$, $F(-1)=1$ şi $F(1)=0$. Atunci $F(e)+F(-e)$ este: [A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] nu există o astfel de funcţie F.

Fie F o primitivă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^{x^2}$.

412 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este: [A] 0 [B] 1 [C] $\frac{1}{2}$ [D] ∞ [E] e.

413 $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este: [A] ∞ [B] 1 [C] $\frac{1}{2}$ [D] 0 [E] e.

414 Integrala $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}}\,\mathrm{d}x$ este:
[A] $-\frac{1}{16}-\ln\frac{15}{16}$ [B] $\ln 3-1$ [C] $\ln\frac{3}{4}-1$ [D] $-\frac{1}{4}+\operatorname{arctg}\frac{1}{4}$ [E] $\frac{1}{4}$

415 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\int_0^x\frac{\mathrm{d}t}{2+\cos t}$ [A] 0 [B] nu există [C] $\frac{1}{\sqrt{3}}$ [D] $\frac{1}{\sqrt{2}}$ [E] ∞

416 $\displaystyle\int_{-5}^{5}(2x-1)\operatorname{sgn}x\ \mathrm{d}x$ [A] 0 [B] -50 [C] 10 [D] 15 [E] 50.

417 $\displaystyle\int_0^2\frac{2x^3-6x^2+9x-5}{(x^2-2x+5)^n}\,\mathrm{d}x$ [A] 1 [B] -1 [C] 0 [D] $\frac{2}{n}$ [E] $\frac{n}{2}$.

418 $\displaystyle\int_0^1\frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x$ [A] $\dfrac{\pi}{4}+1$ [B] $\pi+\dfrac{1}{2}$ [C] $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}$ [D] $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{3}{2}$ [E] $\pi+\dfrac{1}{4}$

419 $\displaystyle\int_0^3\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{3-x}}\,\mathrm{d}x$ este: [A] $\frac{3}{2}$ [B] $\frac{2}{3}$ [C] $\frac{4}{3}$ [D] $\frac{3}{4}$ [E] $\frac{5}{3}$

420 $\displaystyle\int_3^8\frac{\mathrm{d}x}{x-1+\sqrt{x+1}}$ [A] $\frac{2}{3}\ln\frac{25}{8}$ [B] $\ln 3$ [C] 5 [D] $\sqrt{11}$ [E] $3\operatorname{arctg}\sqrt{3}-2$.

421 $\displaystyle\int_{\sqrt{e}}^{e}\frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$ este: [A] $\frac{3}{8}$ [B] $\frac{3}{4}$ [C] $\frac{e}{2}$ [D] $\frac{2}{e}$ [E] $\frac{1}{8}$

422 Dacă funcţia polinomială $P\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ verifică egalităţile:
$P(1)+\cdots+P(n)=n^5,\quad n=1,2,\ldots,$
atunci integrala $\displaystyle\int_0^1 P(x)\,\mathrm{d}x$ este: [A] $\frac{1}{2}$ [B] $\frac{1}{3}$ [C] $\frac{1}{4}$ [D] 1 [E] $\frac{1}{5}$

423 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\sin x}{\cos^3 x}\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{A}}$ $\frac{1}{2}-\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{\pi}{2}-1$ $\boxed{\text{E}}$ $\frac{\pi}{8}-2$.

424 Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{2\pi} \sin(mx)\cos(nx)\,\mathrm{d}x$, unde m si n sunt doua numere intregi.

$\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ $m\pi$ $\boxed{\text{C}}$ π $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ $(n+m)\pi$.

425 $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{A}}$ $\text{arctg } e$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ $\text{arctg } e-\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{D}}$ 0 $\boxed{\text{E}}$ $\text{arctg } e+\pi$.

426 $\displaystyle\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|}\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{A}}$ $\frac{4014}{e}(e-1)$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{4016}{e}(e-1)$ $\boxed{\text{C}}$ ∞ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{2}{e}(e-1)$ $\boxed{\text{E}}$ $2006-\frac{2006}{e}$

427 $\displaystyle\int_{-1}^2 \min\{1,x,x^2\}\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{A}}$ $\frac{6}{5}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{5}{6}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{3}{4}$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{4}{3}$ $\boxed{\text{E}}$ 0

428 Integrala $\displaystyle\int_1^e \ln x\,\mathrm{d}x$ este: $\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ 2 $\boxed{\text{C}}$ 0 $\boxed{\text{D}}$ $e-1$ $\boxed{\text{E}}$ $e-2$

429 Integrala $\displaystyle\int_1^e \ln^2 x\,\mathrm{d}x$ este: $\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ 2 $\boxed{\text{C}}$ 0 $\boxed{\text{D}}$ $e-1$ $\boxed{\text{E}}$ $e-2$

430 Soluţia ecuaţiei $\displaystyle\int_0^x t\,e^t\,\mathrm{d}t=1$ este: $\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ 2 $\boxed{\text{C}}$ 0 $\boxed{\text{D}}$ $e-1$ $\boxed{\text{E}}$ $e-2$

431 $\displaystyle\int_1^{2e} |\ln x-1|\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{A}}$ $2\ln 2$ $\boxed{\text{B}}$ $2(e\ln 2-1)$ $\boxed{\text{C}}$ $e\ln 2$ $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ $\ln 2-1$.

432 $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} x\ \text{arctg}\ x\ \mathrm{d}x$ $\boxed{\text{A}}$ π $\boxed{\text{B}}$ $2-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{2\pi}{3}$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\text{E}}$ $\frac{\pi}{3}-2\sqrt{3}$.

433 $\displaystyle\int_1^e \frac{1+\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{A}}$ $\frac{3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ 1 $\boxed{\text{D}}$ $\frac{5}{2}$ $\boxed{\text{E}}$ 2.

434 Să se calculeze $\displaystyle\int_0^a \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}}\,\mathrm{d}x$, unde $a>0$, $n\in\mathbb{N}^*$

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{1}{2na}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{n}{2a}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{a}{2n}$ $\boxed{\text{D}}$ $2an$ $\boxed{\text{E}}$ $\frac{2a}{n}$.

435 $\displaystyle\int_{-1}^1 \sin x\,\ln(2+x^2)\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ $\ln 2$ $\boxed{\text{C}}$ 1 $\boxed{\text{D}}$ $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{E}}$ $\ln 3$.

436 $\int\limits_0^1 x\ln(1+x)\,\mathrm{d}x$ este: A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{2}\ln 2$ C $\ln 2$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}\ln 2$.

437 $\lim\limits_{a\to 1}\int_0^a x\ln(1-x)\,\mathrm{d}x$, $\quad a\in(0,1)$: A 0 B $-\frac{1}{4}$ C $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{3}{4}$ E -1.

438 $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}x}{2\cos x+3}$ este: A 0 B $\frac{2}{\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{5}}$ C $\operatorname{arctg}\sqrt{5}$ D $\operatorname{arctg}\frac{2}{\sqrt{5}}$ E $\frac{1}{\sqrt{5}}$

439 $\int\limits_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}x}{5+4\cos x}$ este: A $\frac{4\pi}{3}$ B 0 C $\frac{4}{5}\pi$ D $\frac{5}{4}\pi$ E π

440 Integrala $\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left\lfloor\frac{1}{x}\right\rfloor \mathrm{d}x$, $n\in\mathbb{N}^*$ este: A $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ B 0 C $3n$ D $\frac{4n}{5n+1}$ E $6n$.

441 Valoarea lui $I_n=\int\limits_1^n \frac{\mathrm{d}x}{x+[x]}$ este:

A $\ln\frac{2n-1}{2}$ B $\ln\frac{3\cdot 5\cdot\dots\cdot(2n-1)}{2\cdot 4\cdot\dots\cdot(2n-2)}$ C $\ln 2-\ln(2n-1)$ D $\frac{1}{2}\ln x$ E $\frac{1}{2}\ln n$.

442 Fie n un număr natural nenul. Să se calculeze $\int_0^1 \{nx\}^2\,\mathrm{d}x$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracţionară a numărului a. A 1 B $\frac{1}{n}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$.

443 $\int_0^{2\pi} \cos^2(nx)\,\mathrm{d}x$, unde n este un număr natural nenul, este:

A 0 B π C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{n}$ E $n\pi$.

444 Dacă $a\in\mathbb{N}$ şi $L(a)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_0^1 [ne^{ax}]\,\mathrm{d}x$, atunci mulţimea soluţiilor inecuaţiei $L(a)\le e$ este: A $\{0,1\}$ B $\{1,2\}$ C $\emptyset$ D $\{0\}$ E $\mathbb{N}^*$

445 Limita $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}\sum_{k=1}^{2n}\frac{k^2}{8}\arcsin\frac{k}{2n}$ este: A 0 B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{\pi}{6}-\frac{2}{9}$ D $\frac{-\pi}{3}$ E 1

446 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x\,\mathrm{d}x$ A $\frac{\pi^2}{4}$ B $\frac{\pi^2-4}{16}$ C $\frac{\pi^2}{4}-1$ D $\frac{\pi}{2}$ E alt rezultat

Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definită prin $f(a)=\int_0^1 |x-a|\,\mathrm{d}x$.

447 Valoarea $f(2)$ este: A $-\frac{5}{2}$ B 0 C $\frac{x^2}{2}-1$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

448 Valoarea $f'(2)$ este: A 1 B 0 C x D $-\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

449 Valoarea minimă a funcţiei este: A 0 B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

450 $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x}\, \mathrm{d}x$ este: A $\frac{\pi}{4}$ B 2 C 0 D π E 1

451 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \ \mathrm{d}x$ A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\frac{4}{3}$.

452 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x|\, \mathrm{d}x$ A 1 B $2(\sqrt{2}-1)$ C $2\sqrt{2}$ D $2-\sqrt{2}$ E $3-\sqrt{2}$.

453 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x)\, \mathrm{d}x$ A $\frac{\pi^2}{4}$ B $8\pi^2$ C 1 D 2π E $\frac{\pi^2}{2}$.

454 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin\left(\cos^3 x\right)\, \mathrm{d}x$ A $\frac{\pi^2}{4}$ B 0 C 1 D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x) = \dfrac{\sin^{2n} x}{\cos^{2n} x + \sin^{2n} x}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$ este fixat.

455 Funcţia f este o funcţie periodică având perioada principală egală cu:

A 2π B $\frac{\pi}{2}$ C π D $\frac{\pi}{4}$ E alt răspuns

456 Funcţia $f + c$, $c \in \mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă şi numai dacă c are valoarea:

A π B $\frac{-1}{2}$ C $\frac{-\pi}{4}$ D $-\pi$ E 2π

457 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^{\pi/3} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x}\, \mathrm{d}x$ A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{6}$ D 0 E ∞.

458 $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{x\ \sin^{100} x}{\sin^{100} x + \cos^{100} x}\ \mathrm{d}x$ A 0 B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{2}$ D 2π E π^2.

459 Fie $f:[0, b-a] \to (0,\infty)$ o funcţie continuă şi $a < b$. Dacă

$$I = \int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a) + f(b-x)}\, \mathrm{d}x,$$

atunci: A $I = \frac{a+b}{2}$ B $I = \frac{a-b}{2}$ C $I = 0$ D $I = \frac{b-a}{2}$ E $I = \frac{b^2-a^2}{2}$.

460 Se consideră funcţiile: $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{1}{x(x^n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$ şi fie $F_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ primitiva funcţiei f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1,0)$. Soluţia inecuaţiei $|\lim\limits_{n\to\infty} F_n(x)| \le 1$ este: A $(0,e]$ B $[\frac{1}{\sqrt{e}}, e]$ C $[\frac{1}{e}, e]$ D $[\frac{1}{e}, \infty)$ E $\emptyset$

461 $\lim\limits_{x\to\infty}\int\limits_0^x t^2e^{-t}\,dt$ $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ $\ln 3$ $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ ∞.

462 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int\limits_1^n \frac{x-1}{x+1}\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ e $\boxed{\text{E}}$ ∞.

Fie $I_n=\int\limits_0^1 x^{2004}\cos(n\,x)\,\mathrm{d}x,\ \ n\in\mathbb{N}$.

463 Limita şirului (I_n) este: $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ $\cos 1$ $\boxed{\text{E}}$ nu există

464 Limita şirului $(n\,I_n)_{n\geq 0}$ este: $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ $\cos 1$ $\boxed{\text{E}}$ nu există

465 Fie $f:(-1,1]\to\mathbb{R}$ o funcţie continuă. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} n\int\limits_a^1 x^n f(x)\,\mathrm{d}x,\qquad -1<a<1,$$

este: $\boxed{\text{A}}$ $+\infty$ $\boxed{\text{B}}$ $-\infty$ $\boxed{\text{C}}$ $f(1)$ $\boxed{\text{D}}$ $1+f(1)$ $\boxed{\text{E}}$ $-1+f(1)$.

466 Fie $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ continuă. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} n\int_0^1 x^n\,f(x^n)\,\mathrm{d}x$$

este: $\boxed{\text{A}}$ $2f(1)$ $\boxed{\text{B}}$ $f(1)$ $\boxed{\text{C}}$ $f(0)$ $\boxed{\text{D}}$ $\int\limits_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t$ $\boxed{\text{E}}$ alt răspuns

467 Dacă $f\colon[0,\infty)\to\mathbb{R}$ este continuă şi are perioada $T>0$, atunci

$\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x$ este: $\boxed{\text{A}}$ $\frac{1}{T}\int\limits_0^T f(x)\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ ∞ $\boxed{\text{D}}$ $f(0)$ $\boxed{\text{E}}$ $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$

468 Fie $a,\,b>0$. Dacă $f\colon[-b,b]\to\mathbb{R}$ este o funcţie continuă pară, atunci

$\int_{-b}^{b}\frac{f(x)}{a^x+1}\,\mathrm{d}x$ este: $\boxed{\text{A}}$ $\int\limits_0^b f(x)\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ 1 $\boxed{\text{D}}$ $\int\limits_0^b f(x)a^x\,\mathrm{d}x$ $\boxed{\text{E}}$ $\int\limits_0^b f(x)a^{-x}\,\mathrm{d}x$

469 Să se calculeze:

$$\int_2^4\frac{x^4-x^2-4x-6}{x^4-x^2-2x}\,\mathrm{d}x;$$

$\boxed{\text{A}}$ $2-4\ln 2+\ln 29$ $\boxed{\text{B}}$ $2+4\ln 2-\ln 29$ $\boxed{\text{C}}$ $-4\ln 2$ $\boxed{\text{D}}$ $2-\ln 29$ $\boxed{\text{E}}$ 2

470 Să se calculeze:

$$\int_1^2\frac{x^3-x-2}{x^3e^x}\,\mathrm{d}x;$$

$\boxed{\text{A}}$ $-\frac{3}{4e^2}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{3}{4e^2}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{1}{e^2}$ $\boxed{\text{E}}$ $-\frac{1}{2e^2}$

471 $\lim\limits_{n\to\infty} n^3 \int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6+1}\,\mathrm{d}x$ A 0 B ∞ C 1 D $\frac{1}{2}$ E 3

472 Fie $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\int\limits_0^{x^2} e^{t^3}dt$. Atunci $F'(2)$ este:

A $4e^{64}$ B e^8 C $12e^8$ D $3e^2$ E $12e^6$.

473 $\lim\limits_{t\to 0} \frac{1}{t} \int_t^{2t} \frac{\ln(1+x)}{\sin x}\,\mathrm{d}x$ A ∞ B 0 C 1 D 2 E $\frac{\ln 2}{\sin 1}$

474 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int\limits_0^1 [nx]\,\mathrm{d}x$ A 1 B ∞ C 0 D $\frac{1}{2}$ E 2.

475 $\lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_n^{n+1} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3+x+1}}$ este: A $\ln\pi$ B 0 C 1 D $\ln 2$ E $\ln 3$.

476 Aria domeniului mărginit de axa Ox, curba $y=\ln x$ şi de tangenta la această curbă care trece prin origine este: A e B $\frac{e}{2}-1$ C $\frac{e}{2}$ D $e-1$ E $2e$.

477 Aria cuprinsă între axa Ox, dreptele $x=0$ şi $x=\pi$ şi graficul funcţiei $f:[0,\pi]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}$ este egală cu: A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{6}$ C $\frac{\pi^2}{4}$ D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$.

Se consideră integrala $I=\int_0^\pi x\,f(\sin x)\,\mathrm{d}x$, unde f este o funcţie continuă pe un interval ce conţine $[0,1]$.

478 Are loc egalitatea:

A $I=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,\mathrm{d}x$ B $I=\pi\int_0^{\pi} f(\sin x)\,\mathrm{d}x$ C $I=\frac{\pi}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,\mathrm{d}x$ D $I=2\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\,\mathrm{d}x$ E $I=\frac{\pi}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\,\mathrm{d}x$.

479 $I_1=\int_0^\pi \frac{x\sin x\,\mathrm{d}x}{1+\sin^2 x}$ este:

A $\frac{\pi}{\sqrt{2}}\ln\left(3+2\sqrt{2}\right)$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\ln\left(3+2\sqrt{2}\right)$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\ln\left(3-2\sqrt{2}\right)$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}}\ln\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{\pi}{2}\ln\left(3+\sqrt{2}\right)$.

480 Aria domeniului mărginit de graficul funcţiei $f:\left[0,\frac{3\pi}{4}\right]\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\frac{\cos x}{1+\cos x},$$

axa Ox şi dreptele $x=0$ şi $x=\frac{3\pi}{4}$, este: A $\frac{\pi}{4}$ B $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8}$ C 2π D $\frac{\pi}{4}+\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8}-2$ E 0

Fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ inversa funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

481 $g(1)$ este: A -1 B 0 C 1 D ∞ E $\frac{1}{3}$

482 Limita $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{g(e^x)}$ este: A 1 B $\frac{1}{2}$ C 2 D $\frac{3}{2}$ E 0

483 Integrala $\displaystyle\int_1^{1+e} g(t)dt$ este: A $\frac{1}{2}$ B $e + \frac{1}{2}$ C $2e + \frac{3}{2}$ D $\frac{3}{2}$ E $e + 1$

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \mathrm{e}^{-x}$ şi fie g inversa lui f.

484 $f'(x)$ are expresia: A $1 + \mathrm{e}^x$ B $1 + \mathrm{e}^{-x}$ C $x\mathrm{e}^{-x}$ D $1 - \mathrm{e}^{-x-1}$ E e^{-x-1}.

485 $g'(-1)$ este: A 0 B -1 C 2 D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}}$.

486 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ este: A $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$ B $\frac{3}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ C $\frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ D $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{3}{2}$ E $\frac{3}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}}$.

487 $\displaystyle\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\,\mathrm{d}x$ este: A -1 B 0 C $\frac{3}{2} - \frac{2}{\mathrm{e}}$ D $\frac{3}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$.

488 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x$ este: A 0 B 1 C $\frac{3}{4}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$.

489 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \ln\left(1 + e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x$ este: A 0 B e C $\frac{1}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{1}{3}$.

490 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\int_0^1 (1 + x^n)^n\,\mathrm{d}x}$. A 0 B 1 C 2 D $\frac{e}{2}$ E $\frac{1}{4}$.

491 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n \int_{-1}^{0} (x + e^x)^n\,\mathrm{d}x$ este: A e B 0 C ∞ D $1 + e$ E $1/2$.

492 $\displaystyle\int_1^3 \frac{\ln x}{x^2 + 3}\,\mathrm{d}x$ A $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$ D $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ E alt răspuns

493 $\displaystyle\int_0^2 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 2x + 2}\,\mathrm{d}x$ A π B 2π C $\frac{1}{2}\operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ D 0 E 1

494 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + x + 1}\,\mathrm{d}x$ A $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ B $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ C $\dfrac{\pi^2}{6}$ D 0 E ∞

495 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\mathrm{d}x}{1 + n^2 \cos^2 x}$

A 0 B π C ∞ D limita nu există E alt răspuns

***

3

Geometrie analitică

496 Fie punctele $A(\lambda,1),\ B(2,3),\ C(3,-1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B şi C.

[A] 2 [B] 3 [C] $\frac{5}{2}$ [D] $\frac{1}{2}$ [E] $\frac{2}{3}$

497 Se dă dreapta $\alpha x+(\alpha-1)\,y-\alpha+2=0$, $\alpha\in R$. Notăm cu A, B punctele de intersecţie ale dreptei cu axa Ox respectiv Oy. Valorile lui α pentru care are loc relaţia $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=10$ sunt:

[A] $\alpha=\frac{13}{4},\ \alpha=\frac{3}{2}$ [B] $\alpha=\frac{11}{4},\ \alpha=\frac{3}{2}$ [C] $\alpha=\frac{7}{4},\ \alpha=\frac{5}{2}$ [D] $\alpha=\frac{7}{2},\ \alpha=\frac{3}{2}$
[E] $\alpha=\frac{11}{4},\ \alpha=\frac{5}{2}$

498 Dreptele $4x-y+2=0$, $x-4y-8=0$, $x+4y-8=0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

[A] $\left(\frac{6}{5},0\right)$ [B] $\left(\frac{6}{5},1\right)$ [C] $\left(\frac{5}{6},0\right)$ [D] $\left(\frac{5}{6},1\right)$ [E] $\left(\frac{6}{5},\frac{5}{6}\right)$

499 Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x+y-8=0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x+5y-24=0$, iar vârfurile B şi C pe axa Ox. Ecuaţia medianei corespunzătoare vârfului A este:

[A] $2x+3y=0$ [B] $3x+2y=0$ [C] $5x+y=9$ [D] $4x+3y-16=0$ [E] $x+4y-17=0$

500 Se dau punctele $A(2,1)$ şi $B(0,-1)$. Ecuaţia simetricei dreptei AB faţă de dreapta OA este:

[A] $x+2y-1=0$ [B] $3x-7y+1=0$ [C] $2x+y+5=0$ [D] $x+y+1=0$ [E] $x-7y+5=0$

501 Fie triunghiul ABC, unde $B(-4,-5)$. Ecuaţia înălţimii duse din A este $5x+3y-4=0$. Ecuaţia dreptei BC este:

[A] $5y-3x+13=0$ [B] $3x-5y+37=0$ [C] $y=-5$ [D] $x+y-2=0$ [E] $y-2x=3$

502 În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-3,-4)$ şi $C(3,-4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt:

[A] $(1,1)$ [B] $(-1,0)$ [C] $(0,0)$ [D] $(0,1)$ [E] $(0,-1)$

503 Fie C simetricul punctului $A(-1,-3)$ faţă de punctul $B(2,1)$. Care sunt coordonatele punctului C? [A] $(5,5)$ [B] $(4,5)$ [C] $(6,5)$ [D] $(5,6)$ [E] $(4,6)$

504 Fie punctele $A(0,2)$ şi $B(3,3)$. Notăm cu P proiecţia punctului $O(0,0)$ pe dreapta AB. Care sunt coordonatele punctului P? Care este aria triunghiului OAB?

[A] $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ [B] $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);6$ [C] $\left(\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ [D] $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);3$ [E] $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);6$

505 Fie $A(0,-1)$, $d_1 : x-y+1=0$ şi $d_2 : 2x-y=0$. Coordonatele punctelor $B \in d_1$ şi $C \in d_2$ pentru care dreptele d_1 şi d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

[A] $(0,1)$, $(3,6)$ [B] $(0,1)$, $(0,1)$ [C] $(-1,0)$, $(1,1)$ [D] $(0,0)$, $(-1,1)$ [E] $(-1,-1)$, $(1,1)$

506 Fie dreptele

$$\begin{aligned} (AB): &\quad x+2y-1 &= 0 \\ (BC): &\quad 2x-y+1 &= 0 \\ (AC): &\quad 2x+y-1 &= 0 \end{aligned}$$

care determină triunghiul ABC. Bisectoarea unghiului B are ecuaţia:

[A] $x-3y+2=0$ [B] $x+y-1=0$ [C] $3x-y+2=0$ [D] $x-y+1=0$

507 Pentru ce valori ale parametrului α ecuaţiile $3\alpha x-8y+13=0$, $(\alpha+1)x-2\alpha y-5=0$ reprezintă două drepte paralele:

[A] $\alpha_1=-2$, $\alpha_2=\frac{1}{3}$ [B] $\alpha_1=-2$, $\alpha_2=-\frac{1}{3}$ [C] $\alpha_1=2$, $\alpha_2=\frac{2}{3}$
[D] $\alpha_1=2$, $\alpha_2=-\frac{2}{3}$ [E] $\alpha_1=\frac{1}{2}$, $\alpha_2=3$

508 Se consideră în plan punctele $A(0,0)$, $B(2,0)$ şi dreapta de ecuaţie $d: x-2y+10=0$. Valoarea minimă a sumei $S(M)=MA+MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

[A] 2 [B] 10 [C] $\sqrt{101}$ [D] $\sqrt{98}$ [E] $7\sqrt{2}$

509 Dreapta care trece prin $C(1,2)$, neparalelă cu AB faţă de care punctele $A(-1,1)$ şi $B(5,-3)$ sunt egal depărtate, are ecuaţia:

[A] $3x+y-5=0$ [B] $2x+y-4=0$ [C] $3x+2y-6=0$ [D] $2x+3y-4=0$ [E] $2x+3y-6=0$

510 Fie punctele $A(1,1)$, $B(2,-3)$, $C(6,0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt: [A] $(4,4)$ [B] $(5,4)$ [C] $(3,5)$ [D] $(3,3)$ [E] $(4,5)$

511 Raza cercului care trece prin punctele $A(-4,0)$, $B(4,4)$, $O(0,0)$ este:

[A] 6 [B] 7 [C] 8 [D] $2\sqrt{10}$ [E] $3\sqrt{5}$

512 Laturile AB, BC, CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuaţiile:

$$x+21y-22=0, \quad 5x-12y+7=0, \quad 4x-33y+146=0.$$

Distanţa de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

[A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 5.

513 Ecuaţiile dreptelor care trec prin punctul de intersecţie al dreptelor de ecuaţii $11x+3y-7=0$ şi $12x+y-19=0$ şi se află la egală distanţă de punctele $A(3,-2)$ şi $B(-1,6)$ sunt:

A $7x+y-9=0$, $2x+y+1=0$ B $x+7y-8=0$, $2x+y-1=0$ C $7x+y-8=0$, $2x+y+2=0$ D $7x+y-9=0$, $2x+y-1=0$ E $x+7y-9=0$, $x+2y+1=0$.

Fie în planul xOy punctele $A(4,0)$, $B(5,1)$, $C(1,5)$, $D(0,4)$.

514 Patrulaterul $ABCD$ este:

A patrulater oarecare B trapez isoscel C romb D dreptunghi E trapez dreptunghic

515 Aria patrulaterului este A 4 B 8 C 1 D 16 E 2

516 Simetricul punctului A faţă de dreapta BC este punctul de coordonate

A $(1,5)$ B $(5,1)$ C $(5,2)$ D $(6,2)$ E $(6,4)$

517 În sistemul cartezian xOy, o dreaptă variabilă d care conţine punctul $A(0,5)$ intersectează dreptele $x-2=0$ şi $x-3=0$ în punctele B, respectiv C. Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

A $m=0$ B $m=-1$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m=0$ E nu există.

518 Fie dreapta $\mathcal{D}: x+y=0$ şi punctele $A(4,0)$, $B(0,3)$. Valoarea minimă a sumei MA^2+MB^2, pentru $M\in\mathcal{D}$ este: A $\frac{99}{4}$ B 25 C $\frac{101}{4}$ D 26 E $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x,y)=x^2+y^2-6x-10y$.

519 Distanţa de la punctul (x,y) la punctul $(3,5)$ este:

A $\sqrt{E(x,y)+34}$ B $\sqrt{E(x,y)-34}$ C $\sqrt{E(x,y)}$ D $\sqrt{E(x,y)+1}$ E alt răspuns

520 Valoarea minimă a lui $E(x,y)$, pentru $(x,y)\in\mathbb{R}^2$, este:

A 0 B -34 C 34 D -1 E 1

521 Se consideră mulţimea $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2-2y\le 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x,y)$, pentru $(x,y)\in D$, este:

A 8 B 0 C 4 D 6 E 2

522 Valoarea minimă a lui $E(x,x)$, pentru $x\in\mathbb{R}$, este:

A -32 B -34 C 0 D -30 E -36

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris şi $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

523 Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{\mathbf{0}}$ este: [A] G [B] H [C] I [D] O [E] A

524 Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{\mathbf{0}}$ este: [A] G [B] H [C] I [D] O [E] A

525 Punctul P din planul triunghiului ABC pentru care $\sin(2A)\overrightarrow{PA} + \sin(2B)\overrightarrow{PB} + \sin(2C)\overrightarrow{PC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

[A] G [B] H [C] I [D] O [E] A

526 Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este: [A] G [B] H [C] I [D] O [E] A

4

Trigonometrie

527 Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

A 3 B -3 C 0 D $\pi - 3$ E $-\cos 3$

528 Valoarea lui $\sin 15^0$ este:

A $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ C $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ D $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ E $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$.

Fie numerele complexe $z_k = \cos\dfrac{2k\pi}{5} + i\sin\dfrac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

529 Ecuaţia polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k $(k = 1, 2, 3, 4)$ este:

A $x^4+1=0$ B $x^5-1=0$ C $x^5+1=0$ D $x^4+x^3+x^2+x+1=0$ E $x^4+x^2+1=0$

530 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{6\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5}$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 1 E 2

531 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5}$ este: A $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ B $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ D $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ E 1

532 $\cos x\cos\dfrac{5\pi}{4} - \sin x\sin\dfrac{5\pi}{4} = 1$ dacă şi numai dacă:

A $x \in \left\{2k\pi - \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $x \in \left\{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $x \in \left\{k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $x \in \left\{2k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $x \in \left\{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

Se consideră funţia $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

533 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $f(x) = 1$ este:

A $\left\{2k\pi\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ B $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ C $\left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ D $\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ E $\emptyset$

534 Mulţimea valorilor funcţiei f este

A $[0, 1]$ B $[-1, 1]$ C $[0, \frac{1}{n}]$ D $[\frac{1}{2^{n-1}}, 1]$ E Alt răspuns

Se consideră ecuaţia:

$$(\sin x+\cos x)^n - a\ \sin x\cos x + 1 = 0, \quad n\in\mathbb{N}, \quad a\in\mathbb{R}.$$

535 Pentru $n=2$ ecuaţia are soluţie dacă şi numai dacă

[A] $a\in[2,6]$ [B] $a\in(-\infty,-2]\cup[6,\infty)$ [C] $a\in(-2,6)$ [D] $a\in(-1,1]$ [E] alt răspuns

536 Pentru $n=1$ şi $a=3$ mulţimea soluţiilor ecuaţiei este:

[A] $\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ [B] $\emptyset$ [C] $\{(2k+1)\pi|k\in\mathbb{Z}\}\cup\{2k\pi-\frac{\pi}{2}|k\in\mathbb{Z}\}$
[D] $\{\frac{\pi}{6}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ [E] $\{2k\pi+\frac{\pi}{4}|k\in\mathbb{Z}\}$

537 Dacă $x\in(\pi,2\pi)$ şi $\cos x=\frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

[A] $-\frac{24}{25}$ [B] $-\frac{7}{8}$ [C] $-\frac{23}{25}$ [D] $\frac{7}{8}$ [E] $\frac{24}{25}$.

538 $\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{12}$ are valoarea: [A] $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ [B] $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ [C] $\frac{\sqrt{3}}{6}$ [D] $\frac{2}{\sqrt{3}}$ [E] alt răspuns.

539 Fie $x\in[\pi,\frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg}x=\frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin\ x,\ \cos\ x)$ este

[A] $\left(\frac{1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ [B] $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ [C] $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}},\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$ [D] $\left(\frac{-2}{\sqrt{5}},\frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$ [E] $\left(\frac{2}{\sqrt{5}},\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

540 Pentru orice $a,b\in\mathbb{R}$ expresia $(\cos a+\cos b)^2+(\sin a+\sin b)^2$ este egală cu:

[A] $2\sin^2(a+b)$ [B] $2\cos^2(a+b)$ [C] $4\sin^2\frac{a-b}{2}$ [D] $4\cos^2\frac{a-b}{2}$ [E] 2.

541 Oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$, suma $\sin^6 x+\cos^6 x$ este egală cu:

[A] $3-\sin^2 x\cos^2 x$ [B] $1-3\sin^2 2x$ [C] 1 [D] $1-3\sin^3 x\cos^3 x$
[E] $1-3\sin^2 x\cos^2 x$.

542 Dacă $E=\cos^2(a+b)+\cos^2(a-b)-\cos 2a\cdot\cos 2b$ atunci, pentru orice $a,b\in\mathbb{R}$ are loc egalitatea:

[A] $2E=1$ [B] $E=1$ [C] $2E+1=0$ [D] $E=0$ [E] $E=-1$.

543 Dacă numerele reale α şi β satisfac egalitatea

$$(\cos\alpha+\cos\beta)^2+(\sin\alpha+\sin\beta)^2=2\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2},$$

atunci:

[A] $\alpha-\beta=\frac{\pi}{3}$ [B] $\alpha-\beta\in\{2k\pi|k\in\mathbb{Z}.\}$ [C] $\alpha-\beta\in\{(2k+1)\pi|k\in\mathbb{Z}.\}$ [D] $\alpha-\beta\in\left\{\frac{\pi}{2}+4k\pi|k\in\mathbb{Z}.\right\}$ [E] $\alpha-\beta\in\left\{\frac{\pi}{6}+10k\pi|k\in\mathbb{Z}.\right\}$

544 Numărul $\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+\operatorname{arctg}\frac{1}{5}+\operatorname{arctg}\frac{1}{7}+\operatorname{arctg}\frac{1}{8}$ este egal cu:

[A] $\frac{\pi}{12}$ [B] $\frac{\pi}{6}$ [C] $\frac{\pi}{4}$ [D] $\frac{5\pi}{12}$ [E] $\frac{\pi}{2}$.

545 Inversa funcţiei $f:\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]\to[-1,1]$, $f(x)=\sin x$, este funcţia $f^{-1}:[-1,1]\to\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ definită prin:

[A] $f^{-1}(x)=\pi+\arcsin x$ [B] $f^{-1}(x)=\pi-\arcsin x$
[C] $f^{-1}(x)=\arcsin x$ [D] $f^{-1}(x)=2\pi-\arcsin x$ [E] $f^{-1}(x)=-\pi+\arcsin x$.

546 Egalitatea $\arcsin(\sin x) = x$ are loc pentru:

[A] orice $x \in \mathbb{R}$ [B] orice $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x \in (-1, 1)$
[C] orice $x \in [0, 2\pi)$ [D] $\emptyset$ [E] orice $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

547 Mulţimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m\sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m\cos^2 x}$$

este constantă pe $\mathbb{R}$ este: [A] $\{0\}$ [B] $\{0, 4\}$ [C] $\{1, 4\}$ [D] $\{-1, 0\}$ [E] $\emptyset$.

548 Valorile minimă m şi maximă M ale expresiei $E(x) = \cos^2 x - 4\sin x$, unde $x \in \mathbb{R}$, sunt:

[A] $m = -1,\ M = 1$ [B] $m = -5,\ M = 5$ [C] $m = -4,\ M = 3$
[D] $m = -4,\ M = 4$ [E] $m = -3,\ M = 3$.

549 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $2\cos^2 x - 11\cos x + 5 = 0$ este:

[A] $\emptyset$ [B] $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[C] $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[D] $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[E] $\left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

550 Ecuaţia $4\sin^2 x - 4\sin x + 1 = 0$ are următoarea mulţime de soluţii:

[A] $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [B] $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[C] $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [D] $\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[E] $\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

551 Ecuaţia $\sin x = 2\,\mathrm{tg}\, x$ are următoarea mulţime de soluţii:

[A] $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ [B] $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [C] $\emptyset$
[D] $\{0, 1, \pi, 2\pi\}$ [E] $\left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Fie S_n, $n \in \mathbb{N}^*$, mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\sin x \sin 2x \ldots \sin nx = 1$.

552 S_1 este:

[A] $\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | \in \mathbb{Z}\}$ [B] $\{(-1)^k\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ [C] $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ [D] $\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\}$ [E] $\emptyset$

553 S_{100} este:

[A] $\{\frac{\pi}{101} + k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ [B] $\{\frac{\pi}{101} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ [C] $\emptyset$
[D] $\bigsqcup_{n=1}^{100}\{\frac{\pi}{5n} + \frac{k\pi}{n+1} / k \in \mathbb{Z}\}$ [E] $\{\frac{\pi}{6} + k\,\pi / k \in \mathbb{Z}\}$

554 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\cos 2x = \cos x$ este:

[A] $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [B] $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[C] $\left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [D] $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ [E] $\{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

555 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\sin x = \cos 3x$ este:

[A] $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [B] $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [C] $\left\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ [D] $\left\{-\frac{4k\pm 1}{8}\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[E] $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

556 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\sin 5x = \sin x$ este:

$\boxed{\text{A}}$ $\left\{\frac{k\pi}{5-(-1)^k} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ $\boxed{\text{B}}$ $\left\{\frac{k\pi}{5} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
$\boxed{\text{C}}$ $\left\{\frac{k\pi}{10} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ $\boxed{\text{D}}$ $\left\{(-1)^k \arcsin\frac{1}{5} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
$\boxed{\text{E}}$ $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

557 Ecuaţia $2\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$ are următoarele soluţii în intervalul $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$:

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{\pi}{4}$ şi $\frac{\pi}{6}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{\pi}{4}$ şi $\operatorname{arctg}(-5)$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{\pi}{12}$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{\pi}{4}$ şi $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{E}}$ $\frac{\pi}{4}$ şi $\operatorname{arctg} 2$.

558 Dacă $\sqrt{3}\sin x + \cos x - 2 = 0$, atunci:

$\boxed{\text{A}}$ $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z}$; $\boxed{\text{B}}$ $x = \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$;
$\boxed{\text{C}}$ $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z}$; $\boxed{\text{D}}$ $x = k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z}$; $\boxed{\text{E}}$ $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

559 Ecuaţia $\sin x + p\cos x = 2p,\ p \in \mathbb{R}$, are soluţii pentru:

$\boxed{\text{A}}$ $|p| > 5$ $\boxed{\text{B}}$ $p \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ $\boxed{\text{C}}$ $|p| > \frac{2}{3}$ $\boxed{\text{D}}$ $|p| = 3$ $\boxed{\text{E}}$ $3p^2 > 1$.

560 Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuaţia

$$2\sin^2 2x - 2\sin x \sin 3x = 4\cos x + \cos 2x$$

este: $\boxed{\text{A}}$ $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ $-\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{\text{E}}$ 0.

561 Următoarea mulţime reprezintă soluţia ecuaţiei $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \frac{3}{2}$:

$\boxed{\text{A}}$ $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ $\boxed{\text{B}}$ $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right\}$
$\boxed{\text{C}}$ $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ $\boxed{\text{D}}$ $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
$\boxed{\text{E}}$ $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

562 Mulţimea tuturor valorilor $x \in \mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

este: $\boxed{\text{A}}$ $\emptyset$ $\boxed{\text{B}}$ $\mathbb{R}$ $\boxed{\text{C}}$ $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ $\boxed{\text{D}}$ $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ $\boxed{\text{E}}$ $\{2k\pi | k \in \mathbb{N}\}$.

563 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} - \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\right)\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} - \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}\right) = -4$$

este:

$\boxed{\text{A}}$ $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ $\boxed{\text{B}}$ $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}} (\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$ $\boxed{\text{C}}$ $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}} \left((2k-1)\frac{\pi}{2}, k\pi\right)$
$\boxed{\text{D}}$ $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ $\boxed{\text{E}}$ $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

564 Ecuaţia $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 + \sin 2x$ are următoarea mulţime de soluţii:

$\boxed{\text{A}}$ $\emptyset$ $\boxed{\text{B}}$ $\left\{\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ $\boxed{\text{C}}$ $\left\{\frac{3\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
$\boxed{\text{D}}$ $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ $\boxed{\text{E}}$ $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

565 Egalitatea $\max(\sin x, \cos x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă şi numai dacă:

A $x \in \left\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $x \in \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
C $x \in \left\{-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$ D $x \in \left\{\frac{11\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $x \in \left\{\pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

566 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $4 \sin x \cos^3 x - 4 \sin^3 x \cos x = 1$ este:

A $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{8} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

567 Soluţia ecuaţiei $2 \arcsin x = \arccos 2x$ este:

A $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{6}$ D $\sqrt{2} - 1$ E $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

568 Mulţimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuaţia $(\sin x - m)^2 + (2m \sin x - 1)^2 = 0$ are soluţii este:

A $[-1, 1]$ B $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ C $\{-1, 0, 1\}$ D $\left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right]$ E $\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

569 Dacă S este mulţimea soluţiilor ecuaţiei $(1 - \cos x)^4 + 2 \sin^2 x^2 = 0$, atunci:

A $S = \emptyset$ B $S \cap \mathbb{Q} = \emptyset$ C $S = \{\pi\}$ D $S = \{0\}$ E $S = \{0, 2\pi\}$.

570 Ecuaţia $\sin x + \cos 2x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluţii dacă şi numai dacă:

A $m \in \left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $m = 1$ C $m = -3$ D $m < -2$ E $m \in \left[-2, \frac{9}{8}\right]$.

571 Mulţimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuaţia
$\cos^2 x + (m + 1) \sin x = 2m - 1$ are soluţii este:

A $[1, 2]$ B $\emptyset$ C $\{0\}$ D $[0, 2]$ E $[3, \infty)$.

572 Ecuaţia $\sin^6 x + \cos^6 x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluţii dacă şi numai dacă:

A $m \leq 2$ B $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ C $m = 1$ D $0 \leq m \leq 2$ E $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$.

573 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\emptyset$.

Se consideră funcţia $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R},\ f(x) = 3 \cos^2 x - 4 \sin x$.

574 Soluţia ecuaţiei $f(x) = \dfrac{1}{4}$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$ D $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

575 Valoarea maximă a funcţiei f este:

A -1 B $\frac{13}{3}$ C 3 D $\frac{11}{3}$ E $\frac{14}{3}$

576 Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia $f(x) = a$ are soluţie este:

A $\left[-4, \frac{13}{3}\right]$ B $\left[-3, \frac{11}{3}\right]$ C $\left[-4, \frac{14}{3}\right]$ D $\left[-3, \frac{13}{3}\right]$ E $\left[-4, \frac{11}{3}\right]$

577 Numărul soluţiilor ecuaţiei $f(x) = 5$ este:

A 2 B 1 C 0 D 3 E 4

578 Să se arate că dacă $a = 41,\ b = 28$ şi $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

A dreptunghic B ascuţitunghic C obtuzunghic D isoscel
E echilateral.

579 Să se determine unghiurile A şi C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2}$, $b = 2$, $B = \frac{\pi}{4}$.

A $A = \frac{\pi}{4},\ C = \frac{\pi}{2}$ B $A = \frac{\pi}{6},\ C = \frac{7\pi}{12}$ C $A = \frac{\pi}{3},\ C = \frac{5\pi}{12}$
D $A = \frac{7\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{6}$ E $A = \frac{5\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{3}$.

580 Dacă în $\triangle\ ABC$ se dau $AB = 2,\ AC = 3$ şi $m(\widehat{A}) = 60^o$, atunci:

A $\mathcal{A}(ABC) = \frac{3}{2}$ B $BC = \sqrt{7}$ C $\widehat{B} \equiv \widehat{C}$ D $m(\widehat{B}) = \frac{1}{2}$ E $\triangle\ ABC$ este dreptunghic în B.

581 În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\widehat{A}) = 60^o$, $m(\widehat{B}) = 45^o$. Atunci AC are lungimea:

A $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C $\sqrt{6}$ D $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ E $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

Se dă un număr complex de forma $z = \left(1 + \dfrac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

582 Valoarea lui z este: A 1 B $2i$ C $-i$ D i E $-2i + 1$

583 Modulul lui $z + i$ este: A $\sqrt{2}$ B 2 C 1 D $\sqrt{3}$ E $\sqrt{5}$

584 Valoarea expresiei $\overline{2z + \bar{z}}$ este A $-i$ B $-2i$ C $2i + 3$ D 3 E i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + i)$. Atunci:

585 x^{2004} este A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$ B $-\frac{1}{2^{2004}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2004}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$.

586 x^{2008} este A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$ B $-\frac{1}{2^{2008}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2008}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$.

587 Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ şi $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

A S are n elemente, $\forall\ n \in \mathbb{N},\ n \geq 2$;
B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n;\ k \in \mathbb{N};\ k \neq \frac{n}{2}\}$
C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
D $S = \{\operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq 2$.

588 Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

A echilateral B dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$
C dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$ sau $C = \frac{\pi}{2}$
D ascuţitunghic E obtuzunghic.

589 Fie $z = \dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^n}{\left(\sqrt{3}-i\right)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relaţia dintre m şi n astfel încât z să fie real.

A $n - m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$ B $n + m = 3k,\ k \in \mathbb{N}$ C $n - m = 3k,\ k \in \mathbb{Z}$ D $n - m = 0$
E $n + m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$.

590 Numărul $E = (\cos\alpha - i\sin\alpha)(\cos 5\alpha + i\sin 5\alpha)$ este real pentru

[A] $\alpha = \frac{k\pi}{4},\ k\in\mathbb{Z}$; [B] $\alpha = \frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$; [C] $\alpha = k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$;
[D] $\alpha = \frac{k\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}$; [E] $\alpha = \frac{2k\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}$.

Se consideră numerele complexe $z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a)$
$z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a)$

591 Mulţimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

[A] $\{2k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$ [B] $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k\in\mathbb{Z}\}$ [C] $\{\frac{2k\pi}{n} | k\in\mathbb{Z}\}$ [D] $\{\frac{k\pi}{n} | k\in\mathbb{Z}\}$
[E] alt răspuns

592 Mulţimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

[A] $\{k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$ [B] $\{2k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$ [C] $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k\in\mathbb{Z}\}$ [D] $\emptyset$
[E] $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k\in\mathbb{Z}\}$

593 Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n$, $n\in\mathbb{N}^*$, este real şi pozitiv sunt:

[A] $n = 5$ [B] $n = 4k,\ k\in\mathbb{N}^*$ [C] $n = 8k+1,\ k\in\mathbb{N}^*$ [D] $n = 0$
[E] $n = 8k+2,\ k\in\mathbb{Z}$

Pentru n şi k numere naturale nenule cu n fixat, notăm

$$a_k = \cos\frac{2k\pi}{n} - 2 + i\sin\frac{2k\pi}{n}.$$

594 Valoarea $\overline{a_n}$ este: [A] 1 [B] i [C] -1 [D] 0 [E] $-i$

595 Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n > 1$, este:

[A] $-2n$ [B] $2n$ [C] $1 - 2^n$ [D] $ni - 2n$ [E] $i + 2n$

596 Valoarea produsului $a_1 a_2 \ldots a_n$ este:

[A] $2^n - 1$ [B] $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ [C] $(2n-1)(-1)^n$ [D] $(-1)^n(2^n - 1)$

597 Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8(-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

[A] $E = 2^{11}$; [B] $E = 2^{19}$; [C] $E = 2^{15}$; [D] $E = 2^5$; [E] 2^7.

598 Dacă $z + \frac{1}{z} = 2\cos\alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n\in\mathbb{Z}$ şi pentru orice $\alpha\in\mathbb{R}$, valoarea:

[A] $zi\sin n\alpha$ [B] $\cos n\alpha + i\sin n\alpha$ [C] $\operatorname{tg} n\alpha$ [D] $2\cos n\alpha$ [E] $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$.

599 Se consideră în $\mathbb{C}$ ecuaţia $z^2 + \overline{z} = 0$. Soluţiile ecuaţiei sunt:

[A] $z_1 = 0;\ z_2 = -1;\ z_3 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2};\ z_4 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ [B] $z = \pm i$
[C] $z_1 = 1 + i$; $z_2 = 1 - i$; [D] $z_1 = i;\ z_2 = -i;\ z_3 = 1 + i;\ z_4 = 1 - i$
[E] $z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = 0$.

600 Câte rădăcini complexe are ecuaţia $z^3 = \overline{z}$? [A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 5.

601 Câte rădăcini complexe are ecuaţia $z^{n-1} = i\,\overline{z},\ n > 2,\ n\in\mathbb{N}$?

[A] $n-2$ [B] $n-1$ [C] n [D] $n+1$ [E] $n+2$.

602 Fie numărul complex: $z = \left(\frac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$. Este adevărată afirmaţia:

$\boxed{\text{A}}$ $z = 2^6$ $\boxed{\text{B}}$ $\arg z = \pi$ $\boxed{\text{C}}$ $|z| = 2^{12}$ $\boxed{\text{D}}$ $z = 64i$ $\boxed{\text{E}}$ $\arg z = 2\pi$

5

Exemplu Test Admitere

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 9, & x < 0, \\ 2x + 9, & x \geq 0. \end{cases}$

1 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ este: $\boxed{\text{A}}$ 10 $\boxed{\text{B}}$ $\dfrac{35}{4}$ $\boxed{\text{C}}$ 9 $\boxed{\text{D}}$ -9 $\boxed{\text{E}}$ 2

2 Valoarea inversei funcţiei f în punctul 8 este:

$\boxed{\text{A}}$ -3 $\boxed{\text{B}}$ -1 $\boxed{\text{C}}$ 1 $\boxed{\text{D}}$ 3 $\boxed{\text{E}}$ f nu este inversabilă

Fie a o rădăcină a ecuaţiei $x^2 + x + 1 = 0$.

3 a^3 este: $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ i $\boxed{\text{D}}$ $1 + i\sqrt{3}$ $\boxed{\text{E}}$ -1

4 $(1 + a)^{2016} + (1 + \overline{a})^{2016}$ este: $\boxed{\text{A}}$ -1 $\boxed{\text{B}}$ $1 + i\sqrt{3}$ $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ i

Se consideră sistemul de ecuaţii

$$\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y + az = b \end{cases}$$

unde $a, b \in \mathbb{R}$.

5 Sistemul are soluţie unică dacă şi numai dacă:

$\boxed{\text{A}}$ $a \neq -2$ $\boxed{\text{B}}$ $a \neq 0$ $\boxed{\text{C}}$ $a \neq 2$ $\boxed{\text{D}}$ $a > 0$ $\boxed{\text{E}}$ $a \leq 0$

6 Sistemul are o infinitate de soluţii dacă şi numai dacă:

$\boxed{\text{A}}$ $a = b = 1$ $\boxed{\text{B}}$ $a = -2, b = 0$ $\boxed{\text{C}}$ $a = 2, b = 1$ $\boxed{\text{D}}$ $a = -1, b = 1$ $\boxed{\text{E}}$ $a = -2, b = -2$

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziţie $x * y = a\,x + a\,y - x\,y$, $x, y \in \mathbb{R}$, unde a este un parametru real.

7 Mulţimea valorilor lui a pentru care legea este asociativă este:

A $[0, \infty)$ B $\mathbb{R}$ C $\{-1, 0, 1\}$ D $\{0, 1\}$ E $[0, 1]$

8 Mulţimea valorilor lui a pentru care intervalul $[0, 1]$ este parte stabilă a lui $(\mathbb{R}, *)$ este:

A $[\frac{1}{2}, 1]$ B $[0, \frac{1}{2}]$ C $[0, 1]$ D $[1, \infty)$ E $\mathbb{R}$

9 Mulţimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care $\big(\mathbb{R} \setminus \{b\}, *\big)$ este grup este:

A $\{(0, 0),\ (1, 0)\}$ B $\{(0, 0),\ (1, 1)\}$ C $\{(0, 0),\ (0, 1)\}$ D $\{(-1, 0),\ (1, 0)\}$
E $\{(-1, -1),\ (1, 0)\}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

10 A^2 este: A 0_2 B I_2 C A D $I_2 + A$ E $-A$

11 Numărul soluţiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuaţiei $X^{25} = A$ este:

A 2 B 0 C 10 D 25 E ∞

Se consideră polinomul $P = X^3 + X^2 + aX + b \in \mathbb{Z}[X]$, având rădăcininile x_1, x_2, x_3.

12 Perechea (a, b) pentru care $x = 1$ este rădăcina dublă a polinomului P este:

A $(5, 3)$ B $(5, -3)$ C $(3, 5)$ D $(-5, 3)$ E $(0, 0)$

Să se calculeze integralele:

13 $\displaystyle\int_0^1 |2x - 1|\, \mathrm{d}x$ A 0 B 1 C $\dfrac{1}{4}$ D 2 E $\dfrac{1}{2}$

14 $\displaystyle\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x))\, \mathrm{d}x$ A 0 B π C π^2 D $2\pi^2$ E $4\pi^2$

Să se calculeze:

15 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{2x + 2}{x^2 + 1}\, \mathrm{d}x$ A $\frac{\pi}{4}$ B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D π E $\ln 2 + \pi$

16 $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \cos(nx)\, \mathrm{d}x$ A ∞ B 1 C $\frac{\pi}{2}$ D π E 0

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\quad f(x) = \sqrt{|x^2 - 4|}$.

17 Mulţimea de derivabilitate a funcţiei f este:

A $\mathbb{R} \setminus \{2, -2\}$ B $\mathbb{R}$ C $\emptyset$ D $\{-2, 2\}$ E $(-2, 2)$

18 Numărul punctelor de extrem local a lui f este: A 0 B 3 C 1 D 2 E 4

19 Numărul asimptotelor lui f este: A 1 B 0 C 2 D 3 E 4

Să se calculeze limitele:

20 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+2n+3}{n^2+3n+2}$ A 0 B 1 C 2 D 3 E $\dfrac{2}{3}$

21 $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$ A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D 2 E nu există

22 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-\sin n}{n+\sin n}$ A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞.

23 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(n+3)!}{n!n^3}\right)^n$ A e B e^2 C e^4 D e^6 E ∞

24 $\lim\limits_{x\to+0} ((1+x)^x-1)^x$ A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

Se consideră punctul $A(-1,1)$ şi dreapta $(d):\ x-y=2$.

25 Simetricul punctului A faţa de origine este:

A $(1,1)$ B $(-1,-1)$ C $(1,-1)$ D $(2,-1)$ E $(-1,2)$

26 Distanţa de la punctul A la dreapta (d) este: A $\sqrt{2}$ B 2 C $3\sqrt{2}$ D $2\sqrt{2}$ E 1.

27 Simetricul punctului A faţă de dreapta (d) este:

A $(1,-1)$ B $(2,-2)$ C $(\sqrt{5},-\sqrt{5})$ D $(2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$ E (3,-3)

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sin^2 x+4\cos x$.

28 $f(\frac{\pi}{3})$ este: A $\frac{11}{4}$ B $\frac{5}{2}$ C π D 0 E $\frac{1}{2}$

29 Valoarea maximă a lui f este: A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

30 Ecuaţia $f(x)=m,\ m\in\mathbb{R}$, are soluţii dacă şi numai dacă m aparţine mulţimii:

A $[0,1]$ B $[-1,1]$ C $[-4,4]$ D $[-2,0]$ E $[0,3]$

***

Problemele au fost propuse/prelucrate/alese de către:

1 - Maria Câmpian
2 - Daria Dumitraş
3 - Floare Tomuţa
4 - Maria Câmpian
5 - Eugenia Duca
6 - Dalia Cîmpean
7 - Dalia Cîmpean
8 - Dalia Cîmpean
9 - Maria Câmpian
10 - Maria Câmpian
11 - Maria Câmpian
12 - Alexandra Ciupa
13 - Alexandra Ciupa
14 - Viorica Muresan
15 - Viorica Muresan
16 - Dalia Cîmpean
17 - Radu Peter
18 - Daria Dumitraş
19 - Daniela Inoan
20 - Viorica Mureşan
21 - Nicolaie Lung
22 - Viorica Mureşan
23 - Daria Dumitraş
24 - Daniela Roşca
25 - Daniela Roşca
26 - Adela Novac
27 - Adela Novac
28 - Adela Novac
29 - Floare Tomuţa
30 - Mircea Dan Rus
31 - Mircea Dan Rus
32 - Mircea Dan Rus
33 - Floare Tomuţa
34 - Alexandra Ciupa
35 - Iuliu Crivei
36 - Viorica Mureşan
37 - Neculae Vornicescu
38 - Neculae Vornicescu
39 - Alexandra Ciupa
40 - Vasile Pop
41 - Vasile Câmpian
42 - Ioan Gavrea
43 - Ioan Gavrea
44 - Ioan Gavrea
45 - Daniela Roşca
46 - Eugenia Duca
47 - Eugenia Duca
48 - Eugenia Duca
49 - Tania Lazar
50 - Gheorghe Toader
51 - Daniela Marian
52 - Ioan Raşa
53 - Ioan Raşa
54 - Ioan Raşa
55 - Ioan Raşa
56 - Alexandru Mitrea
57 - Ioan Raşa
58 - Daniela Roşca
59 - Daniela Roşca
60 - Daniela Roşca
61 - Daniela Roşca
62 - Daniela Roşca
63 - Alexandru Mitrea
64 - Gheorghe Toader
65 - Eugenia Duca
66 - Silvia Toader
67 - Silvia Toader
68 - Silvia Toader
69 - Ioan Gavrea
70 - Ioan Gavrea
71 - Bogdan Gavrea
72 - Bogdan Gavrea
73 - Alexandra Ciupa
74 - Eugenia Duca
75 - Mircea Ivan
76 - Alexandra Ciupa
77 - Alexandru Mitrea
78 - Ioan Raşa
79 - Ioan Raşa
80 - Ioan Raşa
81 - Ioan Raşa
82 - Mircea Ivan
83 - Mircea Ivan
84 - Daria Dumitraş
85 - Daria Dumitraş
86 - Vasile Pop
87 - Silvia Toader
88 - Nicolaie Lung
89 - Nicolaie Lung
90 - Daniela Roşca
91 - Dorian Popa
92 - Dorian Popa
93 - Neculae Vornicescu
94 - Neculae Vornicescu
95 - Vasile Miheşan
96 - Daria Dumitraş
97 - Vasile Miheşan
98 - Daniela Roşca
99 - Daniela Roşca
100 - Vasile Pop
101 - Vasile Pop
102 - Silvia Toader
103 - Silvia Toader
104 - Gheorghe Toader
105 - Rozica Moga
106 - Rozica Moga
107 - Maria Câmpian
108 - Viorica Mureşan
109 - Dorian Popa
110 - Mircea Ivan
111 - Iuliu Crivei
112 - Iuliu Crivei
113 - Daniela Roşca
114 - Ioan Gavrea
115 - Ioan Gavrea
116 - Vasile Pop
117 - Alexandru Mitrea
118 - Eugenia Duca
119 - Vasile Pop
120 - Mircea Ivan
121 - Mircea Ivan
122 - Eugenia Duca
123 - Neculae Vornicescu
124 - Iuliu Crivei
125 - Gheorghe Toader
126 - Alexandra Ciupa
127 - Silvia Toader
128 - Vasile Câmpian
129 - Floare Tomuţa

130 - Daniela Inoan
131 - Dorian Popa
132 - Neculae Vornicescu
133 - Mircea Ivan
134 - Vasile Pop
135 - Mircea Ivan
136 - Daniela Inoan
137 - Neculae Vornicescu
138 - Neculae Vornicescu
139 - Dorian Popa
140 - Gheorghe Toader
141 - Viorica Mureşan
142 - Vasile Pop
143 - Floare Tomuţa
144 - Floare Tomuţa
145 - Vasile Miheşan
146 - Ioan Gavrea
147 - Ioan Gavrea
148 - Radu Peter
149 - Ioan Raşa
150 - Vasile Pop
151 - Vasile Pop
152 - Neculae Vornicescu
153 - Alexandru Mitrea
154 - Alexandru Mitrea
155 - Floare Tomuţa
156 - Daniela Roşca
157 - Mircea Ivan
158 - Daniela Roşca
159 - Mircea Dan Rus
160 - Mircea Dan Rus
161 - Alexandra Ciupa
162 - Vasile Miheşan
163 - Ioan Raşa
164 - Vasile Pop
165 - Floare Tomuţa
166 - Alexandru Mitrea
167 - Alexandru Mitrea
168 - Alexandru Mitrea
169 - Alexandru Mitrea
170 - Alexandru Mitrea
171 - Alexandru Mitrea
172 - Alexandru Mitrea
173 - Alexandru Mitrea
174 - Dorian Popa
175 - Dorian Popa
176 - Dorian Popa
177 - Dorian Popa
178 - Dorian Popa
179 - Vasile Pop
180 - Gheorghe Toader
181 - Viorica Mureşan
182 - Viorica Mureşan
183 - Daniela Roşca
184 - Maria Câmpian
185 - Nicolaie Lung
186 - Gheorghe Toader
187 - Gheorghe Toader
188 - Gheorghe Toader
189 - Iuliu Crivei
190 - Iuliu Crivei
191 - Daniela Roşca
192 - Vasile Miheşan
193 - Vasile Miheşan
194 - Vasile Miheşan
195 - Vasile Pop
196 - Vasile Pop
197 - Vasile Pop
198 - Vasile Pop
199 - Silvia Toader
200 - Silvia Toader
201 - Silvia Toader
202 - Silvia Toader
203 - Silvia Toader
204 - Ioan Raşa
205 - Ioan Raşa
206 - Ioan Raşa
207 - Mircia Gurzău
208 - Vasile Pop
209 - Vasile Pop
210 - Alexandru Mitrea
211 - Gheorghe Toader
212 - Dorian Popa
213 - Dorian Popa
214 - Dorian Popa
215 - Iuliu Crivei
216 - Iuliu Crivei
217 - Daniela Inoan
218 - Dorian Popa
219 - Ioan Raşa
220 - Adela Novac
221 - Adela Novac
222 - Dorian Popa
223 - Dorian Popa
224 - Dorian Popa
225 - Mircea Ivan
226 - Nicolaie Lung
227 - Nicolaie Lung
228 - Nicolaie Lung
229 - Constantin Todea
230 - Constantin Todea
231 - Constantin Todea
232 - Vasile Pop
233 - Vasile Pop
234 - Ioan Gavrea
235 - Vasile Pop
236 - Vasile Pop
237 - Vasile Pop
238 - Silvia Toader
239 - Silvia Toader
240 - Daniela Roşca
241 - Alexandru Mitrea
242 - Mircea Ivan
243 - Mircea Ivan
244 - Ioan Gavrea
245 - Dorian Popa
246 - Dorian Popa
247 - Mircea Ivan
248 - Mircea Ivan
249 - Mircea Ivan
250 - Mircea Ivan
251 - Vasile Pop
252 - Daniela Roşca
253 - Ioan Raşa
254 - Maria Câmpian
255 - Maria Câmpian
256 - Adela Novac
257 - Maria Câmpian
258 - Viorica Mureşan
259 - Daniela Roşca
260 - Alexandra Ciupa
261 - Ioan Raşa
262 - Nicolaie Lung
263 - Alexandra Ciupa
264 - Ioan Raşa
265 - Daria Dumitraş
266 - Adela Capătă
267 - Mircea Ivan
268 - Alina Sîntămărian
269 - Alina Sîntămărian
270 - Mircea Ivan
271 - Neculae Vornicescu
272 - Silvia Toader
273 - Marius Birou
274 - Alexandra Ciupa
275 - Adrian Holhos
276 - Adrian Holhos
277 - Ioan Raşa
278 - Eugenia Duca
279 - Mircea Ivan
280 - Adela Capătă
281 - Adela Capătă
282 - Viorica Mureşan
283 - Vasile Pop
284 - Mircea Ivan
285 - Radu Peter
286 - Adrian Holhoş
287 - Floare Tomuţa
288 - Floare Tomuţa
289 - Dorian Popa
290 - Alexandra Ciupa
291 - Vasile Pop
292 - Radu Peter
293 - Radu Peter
294 - Alexandru Mitrea
295 - Ovidiu Furdui
296 - Mircea Ivan
297 - Mircea Ivan
298 - Mircea Ivan
299 - Mircea Ivan
300 - Mircea Ivan
301 - Daniela Roşca
302 - Daniela Roşca
303 - Lucia Blaga
304 - Lucia Blaga
305 - Maria Câmpian
306 - Alexandra Ciupa
307 - Alexandra Ciupa
308 - Alexandra Ciupa
309 - Vasile Pop

310 - Maria Câmpian
311 - Neculae Vornicescu
312 - Daniela Inoan
313 - Tania Lazar
314 - Tania Lazar
315 - Daniela Inoan
316 - Dorian Popa
317 - Vasile Pop
318 - Maria Câmpian
319 - Radu Peter
320 - Iuliu Crivei
321 - Alexandra Ciupa
322 - Vasile Câmpian
323 - Adrian Holhoş
324 - Adrian Holhoş
325 - Neculae Vornicescu
326 - Floare Tomuţa
327 - Mircea Ivan
328 - Mircea Ivan
329 - Mircea Ivan
330 - Mircea Dan Rus
331 - Mircea Dan Rus
332 - Mircea Dan Rus
333 - Neculae Vornicescu
334 - Neculae Vornicescu
335 - Daniela Roşca
336 - Vasile Pop
337 - Alexandru Mitrea
338 - Tania Lazar
339 - Adela Novac
340 - Adela Novac
341 - Adela Novac
342 - Mircea Ivan
343 - Daniela Roşca
344 - Ioan Raşa
345 - Daniela Marian
346 - Vasile Pop
347 - Mircea Ivan
348 - Mircea Ivan
349 - Ioan Gavrea
350 - Neculae Vornicescu
351 - Mircea Ivan
352 - Mircea Ivan
353 - Alexandra Ciupa
354 - Alexandru Mitrea
355 - Neculae Vornicescu
356 - Daniela Roşca
357 - Daniela Roşca
358 - Mircea Dan Rus
359 - Mircea Dan Rus
360 - Mircea Dan Rus
361 - Dorian Popa
362 - Ioan Gavrea
363 - Alexandru Mitrea
364 - Mircea Ivan
365 - Dorian Popa
366 - Vasile Ile
367 - Alexandru Mitrea
368 - Lucia Blaga
369 - Mircea Ivan
370 - Daniela Roşca
371 - Alexandru Mitrea
372 - Gheorghe Toader
373 - Gheorghe Toader
374 - Mircea Dan Rus
375 - Mircea Dan Rus
376 - Mircea Dan Rus
377 - Dorian Popa
378 - Dorian Popa
379 - Dorian Popa
380 - Ioan Gavrea
381 - Ioan Gavrea
382 - Alexandru Mitrea
383 - Dalia Cîmpean
384 - Mircea Ivan
385 - Dorian Popa
386 - Vasile Pop
387 - Vasile Pop
388 - Vasile Pop
389 - Neculae Vornicescu
390 - Iuliu Crivei
391 - Mircea Ivan
392 - Alexandru Mitrea
393 - Ioan Raşa
394 - Vasile Pop
395 - Vasile Pop
396 - Mircia Gurzău
397 - Neculae Vornicescu
398 - Neculae Vornicescu
399 - Alexandru Mitrea
400 - Adela Novac
401 - Daniela Roşca
402 - Silvia Toader
403 - Gheorghe Toader
404 - Silvia Toader
405 - Gheorghe Toader
406 - Mircia Gurzău
407 - Mircia Gurzău
408 - Vasile Miheşan
409 - Vasile Câmpian
410 - Dorian Popa
411 - Mircea Ivan
412 - Mircea Ivan
413 - Mircea Ivan
414 - Daniela Inoan
415 - Mircea Ivan
416 - Teodor Potra
417 - Alexandru Mitrea
418 - Viorica Mureşan
419 - Daniela Marian
420 - Gheorghe Toader
421 - Ioan Raşa
422 - Rozica Moga
423 - Alexandra Ciupa
424 - Ovidiu Furdui
425 - Maria Câmpian
426 - Alexandru Mitrea
427 - Mircea Ivan
428 - Rozica Moga
429 - Rozica Moga
430 - Rozica Moga
431 - Nicolaie Lung
432 - Maria Câmpian
433 - Maria Câmpian
434 - Neculae Vornicescu
435 - Vasile Miheşan
436 - Viorica Mureşan
437 - Ovidiu Furdui
438 - Viorica Mureşan
439 - Mircea Ivan
440 - Luminita Cotirla
441 - Daniela Roşca
442 - Ovidiu Furdui
443 - Ovidiu Furdui
444 - Alexandru Mitrea
445 - Alexandru Mitrea
446 - Floare Tomuţa
447 - Daniela Inoan
448 - Daniela Inoan
449 - Daniela Inoan
450 - Floare Tomuţa
451 - Maria Câmpian
452 - Iuliu Crivei
453 - Dorian Popa
454 - Mircea Ivan
455 - Ioan Gavrea
456 - Ioan Gavrea
457 - Mircea Ivan
458 - Alexandru Mitrea
459 - Vasile Miheşan
460 - Alexandru Mitrea
461 - Vasile Miheşan
462 - Vasile Miheşan
463 - Dorian Popa
464 - Dorian Popa
465 - Mircea Ivan
466 - Mircea Ivan
467 - Mircea Ivan
468 - Mircea Ivan
469 - Alina Sîntămărian
470 - Alina Sîntămărian
471 - Vasile Pop
472 - Alexandra Ciupa
473 - Vasile Pop
474 - Daniela Roşca
475 - Alexandra Ciupa
476 - Alexandra Ciupa
477 - Mircia Gurzău
478 - Daniela Marian
479 - Daniela Marian
480 - Nicolaie Lung
481 - Alexandru Mitrea
482 - Alexandru Mitrea
483 - Alexandru Mitrea
484 - Mircea Dan Rus
485 - Mircea Dan Rus
486 - Mircea Dan Rus
487 - Mircea Dan Rus
488 - Ovidiu Furdui
489 - Ovidiu Furdui

490 - Ovidiu Furdui
491 - Mircea Ivan
492 - Mircea Ivan
493 - Mircea Ivan
494 - Mircea Ivan
495 - Mircea Ivan
496 - Vasile Câmpian
497 - Daniela Marian
498 - Ioan Raşa
499 - Maria Câmpian
500 - Maria Câmpian
501 - Alexandra Ciupa
502 - Vasile Miheşan
503 - Viorica Mureşan
504 - Viorica Mureşan
505 - Teodor Potra
506 - Silvia Toader
507 - Daria Dumitraş
508 - Vasile Pop
509 - Vasile Pop
510 - Dorian Popa
511 - Dorian Popa
512 - Mircia Gurzău
513 - Mircia Gurzău
514 - Floare Tomuţa
515 - Floare Tomuţa
516 - Floare Tomuţa
517 - Daniela Inoan
518 - Vasile Pop
519 - Vasile Pop
520 - Vasile Pop
521 - Vasile Pop
522 - Vasile Pop
523 - Vasile Pop
524 - Vasile Pop
525 - Vasile Pop
526 - Vasile Pop
527 - Mircea Ivan
528 - Mircia Gurzău
529 - Mircea Dan Rus
530 - Mircea Dan Rus
531 - Mircea Dan Rus
532 - Viorica Mureşan
533 - Bogdan Gavrea
534 - Bogdan Gavrea
535 - Ioan Gavrea
536 - Ioan Gavrea
537 - Vasile Miheşan
538 - Adrian Holhoş
539 - Marius Birou
540 - Maria Câmpian
541 - Floare Tomuţa
542 - Vasile Miheşan
543 - Eugenia Duca
544 - Vasile Câmpian
545 - Daniela Roşca
546 - Daniela Roşca
547 - Dorian Popa
548 - Vasile Pop
549 - Vasile Miheşan
550 - Maria Câmpian
551 - Alexandru Mitrea
552 - Alexandru Mitrea
553 - Alexandru Mitrea
554 - Vasile Miheşan
555 - Gheorghe Toader
556 - Mircea Ivan
557 - Alexandru Mitrea
558 - Daria Dumitraş
559 - Radu Peter
560 - Mircea Ivan
561 - Vasile Miheşan
562 - Dorian Popa
563 - Silvia Toader
564 - Alexandru Mitrea
565 - Silvia Toader
566 - Viorica Mureşan
567 - Mircea Ivan
568 - Maria Câmpian
569 - Alexandru Mitrea
570 - Dorian Popa
571 - Alexandru Mitrea
572 - Dorian Popa
573 - Dorian Popa
574 - Daniela Inoan
575 - Daniela Inoan
576 - Daniela Inoan
577 - Daniela Inoan
578 - Vasile Miheşan
579 - Vasile Miheşan
580 - Alexandru Mitrea
581 - Ioan Raşa
582 - Dalia Cîmpean
583 - Dalia Cîmpean
584 - Dalia Cîmpean
585 - Marius Birou
586 - Marius Birou
587 - Alexandru Mitrea
588 - Vasile Miheşan
589 - Alexandra Ciupa
590 - Daria Dumitraş
591 - Ioan Gavrea
592 - Ioan Gavrea
593 - Ioan Gavrea
594 - Daniela Inoan
595 - Daniela Inoan
596 - Daniela Inoan
597 - Daria Dumitraş
598 - Dorian Popa
599 - Nicolaie Lung
600 - Vasile Pop
601 - Vasile Miheşan
602 - Eugenia Duca

6

Răspunsuri

1: C	31: D	61: A	91: B	121: B	151: C
2: C	32: B	62: C	92: B	122: A	152: C
3: D	33: C	63: B	93: A	123: C	153: B
4: C	34: D	64: B	94: D	124: C	154: D
5: D	35: D	65: C	95: C	125: A	155: D
6: B	36: C	66: A	96: D	126: A	156: D
7: C	37: B	67: B	97: A	127: B	157: C
8: D	38: C	68: C	98: B	128: C	158: A
9: B	39: B	69: D	99: D	129: E	159: C
10: C	40: D	70: C	100: B	130: D	160: D
11: C	41: C	71: C	101: C	131: D	161: B
12: B	42: C	72: E	102: E	132: C	162: D
13: D	43: D	73: C	103: B	133: C	163: D
14: A	44: C	74: E	104: A	134: D	164: C
15: B	45: C	75: E	105: A	135: B	165: B
16: B	46: B	76: D	106: B	136: A	166: B
17: E	47: E	77: C	107: E	137: C	167: A
18: A	48: D	78: A	108: C	138: B	168: B
19: E	49: C	79: B	109: C	139: D	169: D
20: E	50: D	80: A	110: E	140: C	170: C
21: B	51: A	81: D	111: B	141: E	171: D
22: B	52: C	82: E	112: B	142: C	172: A
23: C	53: B	83: B	113: E	143: E	173: B
24: B	54: A	84: E	114: E	144: C	174: C
25: C	55: E	85: E	115: C	145: D	175: A
26: D	56: B	86: D	116: C	146: A	176: B
27: A	57: B	87: B	117: B	147: A	177: C
28: C	58: C	88: D	118: C	148: A	178: D
29: C	59: D	89: A	119: B	149: C	179: C
30: C	60: A	90: B	120: D	150: C	180: C

181: C	225: A	269: B	313: D	357: D	401: E
182: C	226: B	270: B	314: B	358: B	402: E
183: A	227: A	271: B	315: B	359: A	403: D
184: C	228: B	272: D	316: A	360: C	404: A
185: C	229: A	273: C	317: E	361: C	405: C
186: B	230: D	274: C	318: C	362: D	406: B
187: B	231: E	275: A	319: B	363: B	407: B
188: B	232: A	276: C	320: D	364: E	408: D
189: C	233: C	277: E	321: A	365: E	409: E
190: B	234: B	278: E	322: B	366: A	410: B
191: E	235: E	279: D	323: A	367: B	411: D
192: E	236: D	280: B	324: A	368: D	412: A
193: D	237: B	281: E	325: E	369: C	413: C
194: B	238: A	282: E	326: D	370: C	414: B
195: D	239: C	283: C	327: E	371: E	415: C
196: E	240: A	284: E	328: D	372: C	416: E
197: C	241: D	285: E	329: B	373: A	417: C
198: C	242: E	286: C	330: C	374: D	418: C
199: A	243: B	287: A	331: E	375: E	419: A
200: A	244: B	288: B	332: B	376: B	420: A
201: B	245: D	289: E	333: B	377: C	421: A
202: D	246: B	290: E	334: B	378: B	422: B
203: A	247: A	291: D	335: C	379: B	423: C
204: B	248: A	292: A	336: A	380: D	424: A
205: B	249: A	293: C	337: E	381: C	425: C
206: B	250: A	294: E	338: B	382: E	426: D
207: C	251: D	295: B	339: C	383: D	427: B
208: C	252: D	296: B	340: D	384: B	428: A
209: D	253: C	297: E	341: E	385: B	429: E
210: B	254: C	298: C	342: B	386: C	430: A
211: C	255: D	299: E	343: E	387: A	431: B
212: D	256: E	300: A	344: E	388: A	432: D
213: D	257: B	301: E	345: A	389: B	433: A
214: B	258: D	302: D	346: E	390: A	434: A
215: B	259: A	303: B	347: C	391: A	435: A
216: A	260: D	304: A	348: B	392: B	436: D
217: B	261: D	305: C	349: C	393: B	437: D
218: D	262: B	306: B	350: E	394: D	438: B
219: A	263: A	307: C	351: D	395: D	439: A
220: A	264: B	308: D	352: A	396: B	440: A
221: B	265: C	309: E	353: C	397: C	441: B
222: B	266: A	310: D	354: A	398: C	442: C
223: B	267: A	311: D	355: C	399: D	443: B
224: E	268: B	312: A	356: B	400: B	444: A

445: C
446: B
447: E
448: A
449: B
450: C
451: D
452: B
453: A
454: B
455: C
456: B
457: A
458: E
459: D
460: D
461: C
462: B
463: A
464: E
465: C
466: D
467: A
468: A
469: B
470: A
471: E
472: A
473: C
474: D
475: B
476: B
477: C
478: A
479: B
480: D
481: B
482: C
483: D
484: B
485: D
486: A
487: C
488: C
489: C
490: C
491: E
492: B
493: C
494: B
495: E
496: C
497: A
498: A
499: D
500: E
501: A
502: C
503: A
504: D
505: A
506: A
507: D
508: B
509: A
510: B
511: D
512: C
513: A
514: D
515: B
516: D
517: A
518: A
519: A
520: B
521: E
522: A
523: A
524: C
525: D
526: D
527: D
528: D
529: D
530: A
531: C
532: D
533: D
534: D
535: B
536: C
537: A
538: B
539: C
540: D
541: E
542: B
543: C
544: C
545: B
546: E
547: B
548: D
549: D
550: C
551: A
552: A
553: C
554: B
555: E
556: A
557: D
558: C
559: B
560: A
561: E
562: B
563: C
564: D
565: E
566: C
567: E
568: B
569: D
570: E
571: D
572: B
573: E
574: A
575: B
576: A
577: C
578: C
579: B
580: B
581: D
582: D
583: B
584: A
585: D
586: A
587: D
588: C
589: E
590: A
591: B
592: A
593: B
594: C
595: A
596: D
597: B
598: D
599: A
600: E
601: D
602: B
1: A
2: B
3: B
4: C
5: A
6: E
7: D
8: A
9: B
10: A
11: B
12: D
13: E
14: A
15: D
16: E
17: A
18: B
19: C
20: B
21: A
22: B
23: D
24: B
25: C
26: D
27: E
28: A
29: D
30: C

7

Indicații

$\boxed{2}$ $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$.

$\boxed{3}$ Se obţine ecuaţia $2(x^3 + 1) = 0$.

$\boxed{13}$ Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$, $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relaţia $y_V = -x_V$.

$\boxed{21}$ Ecuaţie echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1)$, $\Longrightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$

$\boxed{23}$ $1+x > 0$, $x \neq 0$, $2x^3+2x^2-3x+1 > 0$. Ecuaţia se mai scrie $2x^3+2x^2-3x+1 = (1+x)^3$

$\boxed{25}$ Din $(a + b + c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. $a = 1/\sqrt{2}$, $b = -1/\sqrt{2}$, $c = 0$.

$\boxed{38}$ Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$ iar primul nu se divide cu $x - 1$.

$\boxed{51}$ Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici

$\boxed{90}$ Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuaţia devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluţiile $y_1 = \dfrac{17}{4}$, $y_2 = \dfrac{5}{2}$. Soluţiile ecuaţiei date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

$\boxed{96}$ Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ şi $2m - 1 \leq 1 + m \ \Rightarrow\ m \in (0, 2]$

$\boxed{97}$ Se obţine ecuaţia $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = a + \frac{1}{2}$.

$\boxed{118}$

$$x_1^2 = 2 + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$

$$x_1^4 = 12 + 4(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}})$$

$$x_1^4 - mx_1^2 - 4 = 8 - 2m + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}})$$

$$x_1^4 - mx_1^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$8 - 2m + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) = 0 \Rightarrow m = 4$$

$\boxed{\mathbf{142}}$ Folosind relaţiile lui Viète, rezultă că x, y, z sunt rădăcinile ecuaţiei $t^3 - t^2 - t + 1 = 0$.

$\boxed{\mathbf{155}}$ Suma coeficienţilor unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

$\boxed{\mathbf{174}}$ $\text{rang}(A \cdot B) \leq \min(\text{rang}(A), \text{rang}(B))$.

$\boxed{\mathbf{217}}$ Se scriu toţi logaritmii în baza x.

$\boxed{\mathbf{231}}$ Avem: $x_1^2 + x_1 + 1 = 0$, $x_1^3 = 1$, $x_1^2 = -x_1 - 1$, $x_1^2 = \frac{1}{x_1}$.
Deducem: $\det(I_2 + x_1 A + x_1^2 A^2) = \det(I_2 + x_1 A - x_1 A^2 - A^2)$
$= \det\big((I_2 - A)(I_2 + A) + x_1 A(I_2 - A)\big) = \det\big((I_2 - A)(I_2 + (x_1 + 1)A)\big)$
$= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - x_1^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det\left(\frac{x_1 I_2 - A}{x_1}\right) = 1$.
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1 + x_1)I_2$.)

$\boxed{\mathbf{232}}$ Avem $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Deducem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1} A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

$\boxed{\mathbf{233}}$ $z = a + ib$. Aplicaţia $f(z) = A$ este un izomorfism. $f(z^n) = (f(z))^n = A^n = f(a_n + ib_n)$. Rezultă $z^n = a_n + ib_n$.

$\boxed{\mathbf{237}}$ $f : (-1, 1) \to (0, \infty)$, $f(x) = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1, 1), *)$ la $((0, \infty), \cdot)$. $\prod_{k=2}^{n} f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}(\frac{2}{n+n^2}) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

$\boxed{\mathbf{246}}$ $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci şirul este crescător. Rezultă că şirul are o limită L, finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L + 2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n^2}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim\limits_{n\to\infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$. Rezultă $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

$\boxed{\mathbf{247}}$ Mai general, fie $x_n, a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, astfel ca $\sum\limits_{n\geq 1} \frac{1}{a_n} = \infty$ şi

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$. Fie $0 < q < 1$ şi $p \in \mathbb{N}$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < q, \qquad n \geq p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p\, q^{\frac{1}{a_p} + \cdots + \frac{1}{a_n}}, \qquad n \geq p,$$

de unde $x_n \to 0$.

$\boxed{\mathbf{250}}$ Vezi problema 247

$\boxed{\mathbf{259}}$ $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$

$\boxed{\mathbf{260}}$ $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+2^k} - \frac{1}{1+2^{k+1}}\right)$.

$\boxed{\mathbf{266}}$ Se adună şi se scade $2n\pi$ la argumentul funcţiei cosinus.

269 Fie $x_n = \dfrac{C_{4n}^{2n}}{4^n C_{2n}^n}$. Deoarece $n(n+2) < (n+1)^2$, se poate scrie că

$$\frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(4n)} < x_n^2 < \frac{(2n+1)(4n-1)}{(4n)^2}, \quad n \geq 2.$$

Alternativ, se poate aplica problema 268.

274 $p_n = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$.

281 Se va folosi $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

282 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} \ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n}\ln a + \lim_{n\to\infty} \frac{\ln(1 + a^{-\frac{n}{2}} + \cdots + a^{-n+1})}{n} = \ln a$$

286 $x_n = [n \lg_3 2 + \lg_3 2008]$.

292 $x_{2n} = y_n + \frac{1}{4}x_n$.

297 De exemplu, $x - \sin(\sin(\sin x)) = (x - \sin x) + (\sin x - \sin(\sin x)) + (\sin(\sin x) - \sin(\sin(\sin x)))$; limita este $n/6$

312 Se pune $t = \dfrac{1}{x}$ şi apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{(1+t)^{\frac{1}{t}} - e}{t} = \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} (1+t)^{\frac{1}{t}} \left[\frac{1}{t(t+1)} - \frac{\ln(1+t)}{t^2}\right] =$$

$$e \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{t - (t+1)\ln(t+1)}{t^3 + t^2} = -\frac{e}{2}.$$

315 Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

323 Se foloseşte limita tip: $(e^x - 1)/x \to 1$, când $x \to 0$.

324 $|1/a| < 1$ şi $(1/a)^n \to 0$.

348 Pentru $b \neq 0$ se consideră $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} \frac{x+b}{1-xb}$, $x \neq 1/b$. Se obţine $f'(x) = 0$.

350 $Q(1) = \lim\limits_{x\to 1} \frac{99(x^{101}-1) - 101\,x(x^{99}-1)}{(x-1)^3}$.

354 $f'(0) = \sqrt[5]{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}$

414 Substituţie $t = \sqrt{\dfrac{x}{x+3}}$.

417 $x - 1 = t$; se obţine $\int\limits_{-1}^{1} f(t)dt$ unde f este funcţie impară.

418

$$\int_0^1 \frac{2x^2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x = 2\int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x.$$

419 Facem schimbarea de variabilă $x = 3 - t$

420 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1} = t$.

422 $P(n) = n^5 - (n-1)^5$, $n \geq 1$.

444 $L(0) = 1$ şi $L(a) = \dfrac{1}{a}(e^a - 1)$ pentru $a > 0$.

445 Limita este $\displaystyle\int_0^1 x^2 \arcsin x\,\mathrm{d}x$.

446 Se integrează prin părţi, după ce s-a utilizat formula $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$

449 Avem $f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \leq 0 \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1 \\ -\frac{1}{2} + a, & a \geq 1 \end{cases}$

453 $\arcsin(\sin x) = x$, dacă $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\arcsin(\sin x) = \pi - x$, dacă $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$

459 $x = a + b - t$.

467 $\displaystyle\int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^n f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor + T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor} f(x)\,\mathrm{d}x$ $\displaystyle+\frac{1}{n}\int_{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor + T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}{n}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{n}\int_0^{T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x \to \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + 0$

470 Avem

$$\begin{aligned}\int_1^2 \frac{x^3-x-2}{x^3e^x}\,\mathrm{d}x &= \int_1^2 \frac{1}{e^x}\,\mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{1}{x^2e^x}\,\mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{2}{x^3e^x}\,\mathrm{d}x = \\ &= -\frac{1}{e^x}\bigg|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2e^x}\,\mathrm{d}x + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}\right)' \frac{1}{e^x}\,\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

472 Dacă $G(x) = \int\limits_0^x e^{t^3}dt,\ G'(x) = e^{x^3},\ F(x^2) = G(x^2),\ F'(x) = e^{x^6}\ 2x.$

474 $nx - 1 \leq [nx] \leq nx$.

477 Schimbare de variabilă $x = \pi - t$.

479 $I = \int_0^\pi xf(\sin x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi xf(\sin x)\,\mathrm{d}x$. Facem schimbarea de variabilă $x = \pi - y$ în a doua integrală şi obţinem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y) f(\sin y)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x)\,\mathrm{d}x$. Pentru calcularea integralei I_1 aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus şi avem $I_1 = \int_0^\pi \frac{x\sin x\,\mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{2-\cos^2 x} = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x\,\mathrm{d}x}{\cos^2 x - 2} = \pi\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln\left|\frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}}\right|\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$

487 Deoarece $f(0) = -1$, rezultă că $g(-1) = 0$ şi, deci, $g'(-1) = \frac{1}{f'(0)}$. Prin schimbarea de variabilă $x = f(y)$, se obţine $\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 yf'(y)\mathrm{d}y = yf(y)|_0^1 - \int_0^1 f(y)\mathrm{d}y$.

488 Fie $I_n = \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x$. Avem că

$$I_n \le \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x + \int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n + x^n}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}\sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \ge \int_0^{1/2} (1-x)\,\mathrm{d}x + \int_{1/2}^1 x\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}.$$

489

$$\frac{1}{n}\int_0^1 \ln\left(1+e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x - \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(e^{nx})\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(1+e^{-nx})\,\mathrm{d}x \le \frac{\ln 2}{n}.$$

491 Se foloseşte substituţia $x + e^x = y$ şi problema 465.

492 Schimbare de variabilă $x = 3/t$

493 Schimbare de variabilă $x = (2-t)/(1+2t)$;

494 Se foloseşte egalitatea $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$, $x > 0$.

495 Se foloseşte periodicitatea funcţiei de integrat şi egalitatea $\int_0^\pi \frac{1}{1+n^2\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{\sqrt{1+n^2}}$

523 $\overrightarrow{MG} = \frac{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}{3} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow M = G.$

524 $\overrightarrow{NI} = \frac{a\overrightarrow{NA}+b\overrightarrow{NB}+c\overrightarrow{NC}}{a+b+c} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow N = I.$

525 $\overrightarrow{PO} = \frac{\sin(2A)\overrightarrow{PA}+\sin(2B)\overrightarrow{PB}+\sin(2C)\overrightarrow{PC}}{\sin(2A)+\sin(2B)+\sin(2C)} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow P = O.$

526 $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow P = O.$

538 $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$

558 Ecuaţia se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

590 $E = \cos 4\alpha + i\sin 4\alpha, \quad \sin 4\alpha = 0 \;\Rightarrow\; 4\alpha = k\pi$

596 $\cos\dfrac{2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$, $k = 1, \ldots, n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuaţiei $z^n - 1 = 0$; se folosesc relaţiile lui Viété.

597 $\sqrt{3} - i = 2\left(cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6}\right)$; $-1 + i\sqrt{3} = 2\left(cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$.

2 Se rezolvă ecuaţia $f(x) = 8$.

4 $1 + a + a^2 = 0, 1 + a = -a^2$ şi analog $1 + \overline{a} = -\overline{a}^2$

5 Determinantul sistemului este diferit de zero.

$\boxed{6}$ Se pune condiţia ca determinantul sistemului şi determinantul caracteristic al sistemului să fie egale cu zero.

$\boxed{7}$ $(x * y) * z = x * (y * z) \iff (a^2 - a)(x - z) = 0,\ \forall x, y, z \in \mathbb{R}$.

$\boxed{8}$ $x * y \in [0,1],\ \forall x, y \in [0,1] \iff 0 * 0 \in [0,1],\ 0 * 1 \in [0,1],\ 1 * 1 \in [0,1]$, de unde $0 \le a \le 1$ şi $0 \le 2a - 1 \le 1$.

$\boxed{9}$ Avem două legi asociative, pentru $a \in \{0, 1\}$:
$a = 0$, $x * y = -xy$, $e = -1$, $x' = -1/x$, deci $b = 0$;
$a = 1$, $x * y = x + y - xy$, $x' = x/(x - 1)$, deci $b = 1$.

$\boxed{11}$ Avem $\det(X) = 0$, deci $X^2 = (\mathrm{tr}(X))\, X$.

$\boxed{12}$ $P(1) = 0$ şi $P'(1) = 0$.

$\boxed{14}$ $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x = \int_{-\pi}^{\pi} \arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x = 0$

$\boxed{15}$ $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{2x+2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \frac{2x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x + 2\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x.$

$\boxed{16}$ $\displaystyle I_n = \int_0^1 \mathrm{arctg}\, x \cdot \cos(nx)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 \mathrm{arctg}\, x \cdot \left(\frac{\sin(nx)}{n}\right)' \mathrm{d}x$ apoi se integrează prin părţi.

$\boxed{17}$ Se studiază derivabilitatea în -2 şi 2

$\boxed{18}$ -2 şi 2 sunt puncte de întoarcere, iar 0 este punct de maxim local

$\boxed{19}$ Asimptotele sunt $y = x$ şi $y = -x$

$\boxed{22}$ $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1 - \frac{\sin x}{x}}{1 + \frac{\sin x}{x}} = \frac{1-0}{1+0} = 1$

$\boxed{23}$ $\left(\frac{(3+n)!}{n! n^3}\right)^n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n \to \mathrm{e}^1\,\mathrm{e}^2\,\mathrm{e}^3 = \mathrm{e}^6.$

$\boxed{24}$ Folosim $\lim\limits_{x\to+0} x^x = 1$. Avem:
$\lim\limits_{x\to+0} ((1+x)^x - 1)^x = \lim\limits_{x\to+0} \left(\frac{\mathrm{e}^{x\ln(1+x)} - 1}{x\ln(1+x)}\right)^x x^x \left(\frac{\ln(1+x)}{x}\right)^x x^x = 1$

$\boxed{29}$ $f(x) = -\cos^2 x + 4\cos x + 1 = 5 - (2 - \cos x)^2, \cos x \in [-1, 1]$

$\boxed{30}$ $\max f(x) = 4, \min f(x) = -4$, deci $m \in [-4, 4]$.