

# FIZICA PRACTICĂ

Nicolae Marius BÎRLEA

dr. fiz.


Departamentul de Fizică și Chimie

Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca

U.T. PRESS

Cluj-Napoca, 2018

ISBN 978-606-737-318-9



We are all in the gutter, but some of us are looking at the stars. Toți suntem în șanț, dar unii dintre noi se uită la stele. (Oscar Wilde)

"The basic theorem of interdisciplinary research states: Physicists not only know everything; they know everything better."

"Teorema de bază a cercetării inderdisciplinare spune: Fizicienii nu doar că le știu pe toate; ei pe toate le știu mai bine." (Dietrich Stauffer 2003)

# **CUPRINS**

<u>FIZICA PRACTICĂ.....</u>	<u>1</u>
<u>CUPRINS.....</u>	<u>3</u>
<u>Importanța Laboratorului de Fizică.....</u>	<u>8</u>
<u>Ce conține rezumatul lucrării de laborator.....</u>	<u>8</u>
<u>Experimente, Măsurători, Erori.....</u>	<u>10</u>
<u>Acuratete și Precizie.....</u>	<u>10</u>
<u>Tipurile de erori.....</u>	<u>11</u>
<u>Analiza grafică a datelor experimentale.....</u>	<u>12</u>
<u>Material Ajutător.....</u>	<u>14</u>
<u>Alfabetul Grecesc.....</u>	<u>14</u>
<u>Multiplii și submultiplii: Puterile lui zece.....</u>	<u>14</u>
<u>Notația Științifică.....</u>	<u>15</u>
<u>Unități de Măsură din Sistemul Internațional (MKS).....</u>	<u>15</u>
<u>1 Determinarea constantei elastice a unui resort.....</u>	<u>16</u>
<u>Considerații teoretice pentru metoda statică.....</u>	<u>16</u>
<u>Metoda experimentală.....</u>	<u>16</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>17</u>
<u>Considerații teoretice pentru metoda dinamică.....</u>	<u>17</u>
<u>Influența masei resortului asupra oscilației.....</u>	<u>18</u>
<u>Metoda experimentală.....</u>	<u>19</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>19</u>
<u>2 Determinarea Vitezei Undelor Acustice.....</u>	<u>20</u>
<u>Considerații teoretice: formarea unei unde longitudinale.....</u>	<u>20</u>
<u>Dispozitivul Experimental.....</u>	<u>22</u>

<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>23</u>
<u>Microfonul cu electret.....</u>	<u>24</u>
<u>Surse alternative de sunet .....</u>	<u>25</u>
<u>Ecranul inițial.....</u>	<u>26</u>
<u>Grafic.....</u>	<u>27</u>
<u>3 Senzor pentru debit – rotametru.....</u>	<u>28</u>
<u>Principiul de funcționare .....</u>	<u>28</u>
<u>Dispozitivul experimental .....</u>	<u>30</u>
<u>Analiza rezultatelor .....</u>	<u>31</u>
<u>4 Studiul coeficientului de vâscozitate a lichidelor.....</u>	<u>32</u>
<u>Considerații teoretice.....</u>	<u>32</u>
<u>Metoda experimentală.....</u>	<u>33</u>
<u>Analiza rezultatelor .....</u>	<u>34</u>
<u>5 Studiul coeficientului de tensiune superficială.....</u>	<u>36</u>
<u>Considerații teoretice generale.....</u>	<u>36</u>
<u>Metoda picăturilor.....</u>	<u>37</u>
<u>Metoda experimentală.....</u>	<u>38</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>38</u>
<u>Metoda ascensiunii capilare .....</u>	<u>39</u>
<u>Metoda experimentală.....</u>	<u>40</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>41</u>
<u>6 Studiul efectului termoelectric.....</u>	<u>42</u>
<u>Considerații teoretice.....</u>	<u>42</u>
<u>Metoda experimentală.....</u>	<u>44</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>45</u>

<u>7 Verificarea experimentală a legii radiației termice a lui Stefan și Boltzmann.....</u>	<u>46</u>
<u>Considerații teoretice .....</u>	<u>46</u>
<u>Metoda experimentală.....</u>	<u>48</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>48</u>
<u>8 Variația cu temperatura a constantei dielectrice.....</u>	<u>50</u>
<u>Teoria lucrării.....</u>	<u>50</u>
<u>Dispozitivul experimental.....</u>	<u>52</u>
<u>Analiza rezultatelor .....</u>	<u>53</u>
<u>9 Studiul rezonatorului piezoelectric.....</u>	<u>54</u>
<u>Teoria lucrării .....</u>	<u>54</u>
<u>Montajul experimental .....</u>	<u>57</u>
<u>Analiza rezultatelor .....</u>	<u>57</u>
<u>10 Studiul conductivității electrice a metalelor.....</u>	<u>59</u>
<u>Considerații teoretice.....</u>	<u>59</u>
<u>Metoda experimentală.....</u>	<u>61</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>62</u>
<u>11 Studiul Termistorului (semiconductorul pur).....</u>	<u>63</u>
<u>Considerații teoretice.....</u>	<u>63</u>
<u>Dispozitivul experimental .....</u>	<u>65</u>
<u>Analiza datelor .....</u>	<u>66</u>
<u>12 Măsurarea rezistențelor electrice cu puntea .....</u>	<u>67</u>
<u>Considerații teoretice.....</u>	<u>67</u>
<u>Metoda experimentală.....</u>	<u>69</u>
<u>Analiza datelor experimentale.....</u>	<u>70</u>
<u>13 Măsurarea capacităților și inductanțelor .....</u>	<u>71</u>

Considerații teoretice.....	71
Metoda experimentală.....	73
Analiza datelor experimentale.....	74
14 Studiul circuitului RC.....	75
Considerații teoretice.....	75
Dispozitivul experimental .....	77
Analiza rezultatelor .....	78
Grafic.....	79
15 Caracteristica curent-tensiune a diodei.....	80
Teoria lucrării .....	80
Dispozitivul experimental .....	82
Analiza rezultatelor .....	83
16 Influența temperaturii asupra diodei.....	84
Teoria lucrării.....	84
Dispozitivul experimental.....	86
Analiza rezultatelor.....	86
Fotodioda BPW34.....	88
Principiul de funcționare.....	88
Curentul este proporțional cu fluxul luminos.....	89
Sensibilitatea spectrală relativă (%) sau absolută (A/W).....	90
Adâncimea de penetrare.....	91
Fotodioda PIN.....	92
Eficiența cuantică externă.....	93
Date importante din: bpw34-datasheet-1-en.pdf.....	93
Aplicații.....	94
17 Studiul Diodei Luminiscente (LED).....	96

<u>Considerații teoretice.....</u>	<u>96</u>
<u>Dispozitivul Experimental.....</u>	<u>98</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>99</u>
<u>Grafic LED roșu + LED albastru.....</u>	<u>100</u>
<u>18 Determinarea curentului de prag al diodei laser.....</u>	<u>101</u>
<u>Considerații teoretice.....</u>	<u>101</u>
<u>Dispozitivul Experimental.....</u>	<u>104</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>105</u>
<u>Grafic.....</u>	<u>106</u>
<u>19 Studiul capacității joncțiunii PN.....</u>	<u>107</u>
<u>Capacitatea de barieră a joncțiunii PN.....</u>	<u>107</u>
<u>Capacitatea de difuzie a joncțiunii PN.....</u>	<u>108</u>
<u>Montajul experimental .....</u>	<u>109</u>
<u>Analiza rezultatelor .....</u>	<u>110</u>
<u>20 Străpungerea joncțiunii PN. Dioda Zener.....</u>	<u>111</u>
<u>Fenomene de străpungere în joncțiunea PN.....</u>	<u>111</u>
<u>Experimentul.....</u>	<u>113</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale.....</u>	<u>114</u>
<u>21 Studiul efectului Hall.....</u>	<u>115</u>
<u>Teoria efectului Hall.....</u>	<u>115</u>
<u>Montajul experimental.....</u>	<u>117</u>
<u>Prelucrarea datelor experimentale .....</u>	<u>118</u>

## ***Importanța Laboratorului de Fizică***

Richard Feynman (premiu Nobel pentru Fizică în 1965) spune că: *Testul oricărei cunoașteri este experimentul. Experimentul e singurul judecător al "adevărului" științific.* (The test of all knowledge is experiment. Experiment is the sole judge of scientific "truth".)

Din acest motiv laboratorul de fizică este cea mai directă întâlnire a studentului cu FIZICA, dar și cu cadrul didactic, fiindcă timp de 2 ore cei 15 studenți lucrează împreună cu el. Așa că studenți profitați și puneți întrebări fiindcă "*Cine întreabă este prost o clipă, cine nu întreabă este prost pe viață.*" (Confucius)

Ca să ai o experiență plăcută legată de laboratorul de fizică trebuie să cunoști **Lista Lucrărilor de Laborator** pe care le vei efectua, să-ți faci **Rezumatul Lucrării de Laborator** acasă, înainte de laborator și să execuți lucrarea de laborator conform cerințelor: măsurători, calcule, grafic, calcule finale. Ține seama că laboratorul e o activitate **obligatorie** ce reprezintă 20% din nota ta finală (2 puncte din 10). Aici îți formezi abilitățile de calcul numeric, importante pentru testul final unde anumite întrebări sunt direct legate de laboratoarele făcute.

## ***Ce conține rezumatul lucrării de laborator***

Când se prezintă la ședința de laborator este **obligatoriu** ca studentul să aibe deja un rezumat al lucrării de laborator. Lipsa rezumatului se penalizează cu absență în catalog. Rezumatul trebuie să fie **SCURT** și să răspundă la următoarele întrebări:

### **1. Ce se măsoară în lucrarea de laborator?**

Răspunsul e conținut de cele mai multe ori în desenul aranjamentului experimental.

### **2. Care este legea verificată în lucrarea de laborator?**

O formulă ce apare în partea teoretică sau la prelucrarea datelor experimentale.



### 3. Care este fenomenul fizic studiat?

Uzual răspunsul este în titlu și în primele fraze din referat.

### 4. Cum se explică fenomenul fizic studiat?

Răspunde ca și cum ai explica cuiva care nu știe nimic despre fenomen.

Referatul de pe internet pentru lucrarea de laborator are 3 capitole principale:

1. **teoria**: explicații pentru fenomenul fizic studiat;
2. **experimentul**: cum verificăm practic fenomenul fizic;
3. **prelucrarea datelor** experimentale: ce calcule și grafice trebuie efectuate.

Citește referatul fără a scrie nimic și **după aceea** fă-i rezumatul.

Rezumatul trebuie să conțină un **set minimal de cerințe**, explicat mai jos, pentru a fi validat prin trecerea prezenței în catalog.

Rezumatul lucrării de laborator începe cu **TITLUL LUCRĂRII**, scris cu litere mari la un început de pagină, iar sub titlu **NUMELE** și prenumele studentului și **grupa** din care face parte.

Rezumatul **trebuie** să conțină:

- **explicațiile** necesare pentru înțelegerea **formulelor** din rezumat (ce reprezintă fiecare mărime, unitățile de măsură),
- **desenul aranjamentului experimental** și în final
- **tabelul pentru date experimentale**, plasat cât mai sus pe pagină ca să poată fi completat în jos cu câte date experimentale vor fi.

După efectuarea lucrării de laborator: citirea și apoi prelucrarea datelor experimentale (calcule și grafice), se prezintă rezultatele pentru verificare și validare prin trecerea unui "A", lucrare acceptată, lângă prezența din catalog.

Pentru ridicarea graficelor este necesar ca studentul să aibe hârtie milimetrică (A4).

## Experimente, Măsurători, Erori

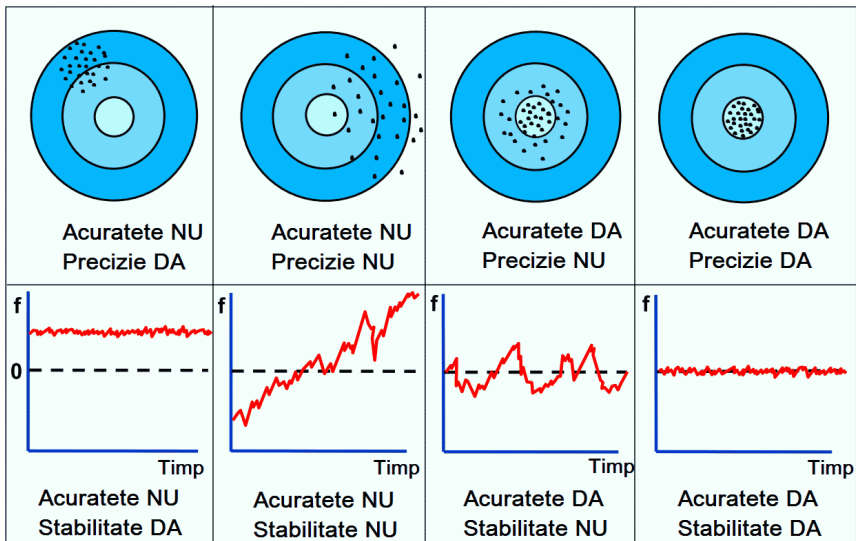
În orice experiment măsurăm ceva și fiecare măsurătoare implică un anumit grad de incertitudine sau *eroare*. Să precizăm câteva concepte ce apar în știința experimentală, atunci când măsurăm ceva.

### Acuratețe și Precizie

Cu toate că în limbajul comun noțiunile de **precizie** și **acuratețe** sunt similare, în cazul măsurătorilor ele au înțelesuri diferite.

O **măsurătoare precisă** este cea în care *împrăștierea rezultatelor este mică*, adică măsurătorile repetate ale aceleiași mărimi se situează aproape una față de alta și față de valoarea medie a măsurătorilor. Precizia este legată de **stabilitatea** măsurătorilor, repetabilitatea lor.

**Acuratețea măsurătorii** e dată de distanța rezultatelor măsurătorii față de valoarea "reală", adevărată a mărimii măsurate. Acuratețea e cuantificată practic de distanța dintre valoarea medie a măsurătorilor și valoarea reală a mărimii.



O exemplificare grafică a noțiunilor de **acuratețe**, **precizie** și **stabilitate**.

Precizia e relativ ușor de apreciat, repetăm măsurătorile și comparăm rezultatele între ele, acuratețea e mult mai dificil de estimat fiindcă presupune existența unor **standarde**, a unor valori cunoscute dinainte ale mărimii de măsurat cu care să putem compara măsurătorile. De regulă standardele sunt oferite de Institutul National de Metrologie.

## Tipurile de erori

**Eroarea** este cea care cuantifică corectitudinea unei măsurători.

**Tipurile de erori** pe care le întâlnim în măsurători sunt:

- **erorile aleatoare** (întâmplătoare, zgomot) influențează precizia;
- **erorile sistematice** influențează acuratețea rezultatelor;
- erori grosolane, greșeli.

În măsurătorile pe care le facem vrem să eliminăm greșelile și pe cât posibil erorile sistematice și să micșorăm erorile aleatoare, zgomotul.

**Prezentarea erorilor** poate fi făcută ca:

- *erori absolute* ( $\Delta m$ ), diferența dintre valoarea măsurată și cea reală, medie ( $m \pm \Delta m$ ) sau
- *erori relative*, ( $\Delta m/m$ ), raport (uzual procentual) între eroare și valoarea măsurată ( $m \pm \Delta m/m$ ).

Chiar dacă măsurători repetate ale unei mărimi dau același rezultat, acest rezultat conține eroarea datorată **rezoluției** (*sensibilității*) finite a instrumentului de măsură. **Sensibilitatea** instrumentului de măsură e cea mai mică variație a mărimii măsurate pe care o poate detecta (o "vede") instrumentul și influențează precizia măsurătorii. Practic asta înseamnă  $\pm 1/2$  din cea mai mică diviziune de pe scala unui aparat analogic și  $\pm 1$  din ultimul digit al unui instrument digital de măsură (de ex. 1.477 V trebuie citit ca  $1.477 \pm 0.001$  V).

**Rezoluția** este raportul dintre cea mai mare valoare măsurabilă și cea mai mică valoare rezolvată ("văzută") de instrument, exprimată de obicei în biți. Un instrument digital uzual (multimetru) are o rezoluție de 11 biți ( $2^{11} = 2048$ ), mai concret de 1 la 1999 (se pierde câteva numărări din arhitectura internă a instrumentului, zgomot, etc.).

# **Analiza grafică a datelor experimentale**

Analiza grafică a datelor experimentale se face după procedura de mai jos.

1. DATELE EXPERIMENTALE:  $(x_i, y_i)$  obținute din experiment, conțin o **variabilă independentă** "x" (se impune, de exemplu temperatura) și o **variabilă dependentă** "y" (se măsoară, de exemplu rezistența electrică).
2. PLOT. Se reprezintă grafic datele experimentale: alegi axa Ox (abscisa) = valoarea minimă/maximă a mărimii reprezentate (temperatura) și unitatea de măsură, de exemplu  $1\text{ cm} = 2^\circ\text{C}$ ; alegi axa Oy (ordonata) = valoarea minimă/maximă a mărimii reprezentate (rezistența electrică) și unitatea de măsură, de exemplu  $1\text{ mm} = 1\text{ Ohm}$ . E *foarte important* să știi ce înseamnă ca valoare a mărimii reprezentate cea mai mică diviziune de pe axe pentru a putea pune punctele pe grafic corect și ușor.
3. IPOTEZA. Ce teorie (model) verificăm  $\Rightarrow y = f(x)$  [ $R = R_0(1 + \alpha t)$ ] "Funcția  $f$  modelează (descrie) felul cum se modifică variabila dependentă  $y$  în funcție de variabila independentă  $x$ ." Ai funcția de fitare, știi parametrii care trebuie să determineți.
4. FITAREA (potrivirea): trasarea *curbei ce trece cel mai aproape de punctele experimentale*. Matematic e găsirea parametrilor lui  $f(x)$  care *minimizează suma pătratelor reziduurilor*  $\Rightarrow$  funcția "hi-pătrat"  $\chi^2 = \sum [y_i - f(x_i)]^2$  (metoda celor mai mici pătrate: Karl Friedrich Gauss 1809, Adrien Marie Legendre 1805). Treaba asta o face un soft ca ORIGIN, EXCEL, etc. Uzual în laborator trasezi o linie dreaptă folosind un liniar plasat în mod corespunzător pe lângă punctele experimentale de pe grafic.
5. CALITATEA FITĂRII (goodness of fit) vezi dacă reziduurile  $(y_i - f_i)$  ca funcție de  $x$ , au o *distribuție aleatoare*, dacă nu, atunci funcția propusă nu cuprinde tot comportamentul mărimii "y" și trebuie modificată. Această verificare NU se face la laboratoarele de fizică, dar e bine să știi că există și trebuie făcută atunci când verifici cât de bine se potrivește cu realitatea modelul ales!

Matematic, fitarea cu o funcție liniară:  $y = f(x) = ax + b$  (a și b sunt necunoscutele de aflat din grafic) se face minimizând relația:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (f_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^N (ax_i + b - y_i)^2$$

sau dezvoltat:

$$\chi^2 = a^2 \sum_{i=1}^N x_i^2 + 2ab \sum_{i=1}^N x_i - 2a \sum_{i=1}^N x_i y_i + Nb^2 - 2b \sum_{i=1}^N y_i + \sum_{i=1}^N y_i^2$$

unde "N" e numărul de măsurători, de perechi  $(x_i, y_i)$ . Aici "a" și "b" sunt **necunoscutele**, iar sumele sunt de fapt niște simple numere.

Ca să fie un minim trebuie ca prima derivată (după "a" și după "b") să se anuleze:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = 0 = 2a \sum_{i=1}^N x_i^2 + 2b \sum_{i=1}^N x_i - 2 \sum_{i=1}^N x_i y_i$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial b} = 0 = 2a \sum_{i=1}^N x_i + 2Nb - 2 \sum_{i=1}^N y_i$$

Cele 2 condiții duc la un sistem liniar de 2 ecuații cu 2 necunoscute:

$$a \sum_{i=1}^N x_i^2 + b \sum_{i=1}^N x_i = \sum_{i=1}^N x_i y_i \qquad a \sum_{i=1}^N x_i + Nb = \sum_{i=1}^N y_i$$

Soluția sistemului este:  $a = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$   $b = \bar{y} - a\bar{x}$

unde  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$   $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}$  sunt valorile medii ale lui "x" și "y",

și am folosit identitățile:  $\bar{y} \sum_{i=1}^N x_i = \bar{x} \sum_{i=1}^N y_i = N\bar{x} \cdot \bar{y}$   $\bar{x} \sum_{i=1}^N x_i = N\bar{x}^2$

## Material Ajutător

### Alfabetul Grecesc

Alfa	$\alpha$ A	Eta	$\eta$ H	Niu	$\nu$ N	Tau	$\tau$ T
Beta	$\beta$ B	Teta	$\theta$ $\Theta$	Xi	$\xi$ $\Xi$	Upsilon	$\upsilon$ Y
Gama	$\gamma$ $\Gamma$	Iota	$\iota$ I	Omicron	$\omicron$ O	Fi	$\phi$ $\Phi$
Delta	$\delta$ $\Delta$	Kapa	$\kappa$ K	Pi	$\pi$ $\Pi$	Hi	$\chi$ X
Epsilon	$\epsilon$ E	Lambda	$\lambda$ $\Lambda$	Ro	$\rho$ P	Psi	$\psi$ $\Psi$
Zeta	$\zeta$ Z	Miu	$\mu$ M	Sigma	$\sigma$ $\Sigma$	Omega	$\omega$ $\Omega$

### Multiplii si submultiplii: Puterile lui zece

SUBMULTIPLII			MULTIPLII		
Putere	Prefix	Simbol	Putere	Prefix	Simbol
$10^{-1}$	deci	d	$10^1$	deca	da
$10^{-2}$	centi	c	$10^2$	hecto	h
$10^{-3}$	mili	m	$10^3$	kilo	k
$10^{-6}$	micro	$\mu$	$10^6$	mega	M
$10^{-9}$	nano	n	$10^9$	giga	G
$10^{-12}$	pico	p	$10^{12}$	tera	T
$10^{-15}$	femto	f	$10^{15}$	peta	P
$10^{-18}$	atto	a	$10^{18}$	exa	E
$10^{-21}$	zepto	z	$10^{21}$	zetta	Z
$10^{-24}$	yocto	y	$10^{24}$	yotta	Y

## Notăția Științifică

În calculele din laboratorul de fizică se va folosi notația științifică pentru scrierea numerelor folosite. De exemplu raza Pământului este  $R = 6'371 \text{ km} = 6'371'000 \text{ m} = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ , iar în calcule vom prefera *notația științifică*  $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ , ce are o singură cifră (diferită de 0) înainte de virgulă, două cifre după virgulă și înmulțirea cu 10 la puterea corespunzătoare (ordinul de mărime).

Folosim o scriere cu 3 cifre semnificative (3 digiți) în calcule fiindcă eroarea din măsurătorile făcute este în cel mai bun caz de 1%, adică nu putem deosebi 101 de 99 ( $100 \pm 1$ ). Când din calculele făcute cu calculatorul se obțin multe cifre semnificative trunchiem rezultatul la 3 cifre semnificative. Ultima cifră se va rotunji în sus doar dacă după ea urmează cifre mai mari decât 5, altminteri rămâne ca atare.

## Unități de Măsură din Sistemul Internațional (MKS)

Mărimea	Unitatea	Simbol
Lungimea	metru	m
Masa	kilogram	kg
Timpul	secunda	s
Forța	Newton	N
Energia	Joule	J
Presiunea	Pascal	Pa
Curentul Electric	Ampere	A
Câmpul Magnetic	Tesla	T
Sarcina Electrică	Coulomb	C

# 1 Determinarea constantei elastice a unui resort

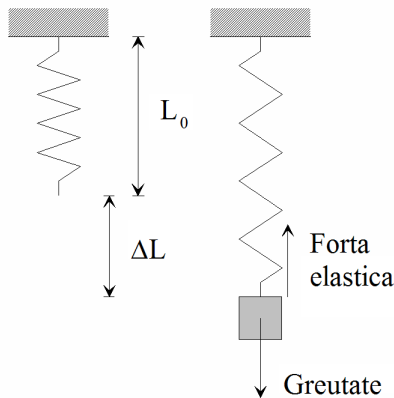
## Considerații teoretice pentru metoda statică

Fie un resort de masă neglijabilă, lungime  $L_0$  și constantă elastică  $k$ , suspendat de capătul său superior. La capătul inferior este atârnat un corp de masă  $M$  (figura 1). Sub acțiunea forței de greutate a corpului,  $M \cdot g$ , resortul se alungește cu  $\Delta L = L - L_0$ . Forța elastică  $k \cdot \Delta L$  egalează greutatea  $Mg$  menținând sistemul corp-resort în echilibru:

$$M \cdot g = k \cdot \Delta L \quad (1)$$

de unde putem afla " $k$ ", constanta elastică a resortului:

$$k = M \cdot g / \Delta L \quad (2)$$



**Figura 1.** Deformarea unui resort sub acțiunea forței de greutate.

## Metoda experimentală

Relația (2) permite calcularea constantei elastice  $k$  a resortului, prin metoda statică. Masa  $M$  a corpului se află prin cântărire,  $\Delta L$  se măsoară cu rigla, iar accelerația gravitațională este  $g \cong 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Se citește poziția inițială a capătului inferior al resortului,  $L_0$ . Se atârână pe rând masele marcate  $M_1$ ,  $M_2$  etc. măsurându-se, de fiecare dată, alungirile  $\Delta L_1$ ,  $\Delta L_2$  etc. Datele se trec în tabelul A.



## Prelucrarea datelor experimentale

Se calculează constanta elastică a resortului  $k$  cu relația (2) și se trece în tabelul A. Eroarea relativă este:  $\Delta k/k = \Delta M/M + \Delta g/g + \Delta(\Delta L)/\Delta L$ .

Rezultatul final e dat ca:  $k = k_{\text{mediu}} \pm \Delta k$ , unde  $\Delta k = k_{\text{mediu}} \times (\Delta k/k)$

Tabelul A

m (g)	M (g)	$\Delta L$ (mm)	k (N/m)	$k_{\text{mediu}}$ (N/m)	$\Delta k/k$ (%)

## Considerații teoretice pentru metoda dinamică

Scoatem sistemul din poziția de echilibru, alungind resortul cu  $A$ , apoi lăsându-l liber, va executa o mișcare oscilatorie, de amplitudine  $A$ . Deoarece accelerația  $a$  este derivata a doua a poziției  $x$ , ecuația de mișcare a masei  $M$  este:

$$M \cdot a = -k \cdot x \quad \text{sau} \quad d^2x/dt^2 + (k/M) \cdot x = 0 \quad (3)$$

Introducând noțiunea de pulsație a mișcării oscilatorii,  $\omega$ , legată de perioada mișcării oscilatorii  $T$  prin relația:

$$\omega = (M/k)^{1/2} = 2 \cdot \pi / T \quad [\omega]_{\text{SI}} = \text{rad/s} = 1/\text{s} \quad (4)$$

putem scrie soluția ecuației (3) ca:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \pi/2) \quad (5)$$

Termenul " $\pi/2$ " de la argumentul sinusului apare fiindcă la momentul inițial,  $t=0$ , elongația este  $A$ .

Din ecuația (4) rezultă formula constantei de elasticitate a resortului:

$$k = 4 \cdot \pi^2 \cdot M / T^2 \quad (6)$$

Perioada  $T$  a mișcării oscilatorii se află cronometrând durata " $t$ " a " $n$ " oscilații complete ( $T = t/n$ ), iar masa  $M$  se determină prin cântărire.

## Influența masei resortului asupra oscilației

Masa resortului este uniform distribuită de-a lungul lungimii sale  $L$ . Densitatea liniară de masă este  $\mu=m/L$ . Masa elementului de lungime  $dx$ , aflat la distanța  $x$  de punctul de susținere  $O$ , se scrie ca:

$$dm = \mu \cdot dx = (m/L) \cdot dx \quad (7)$$

Presupunem o variație liniară a vitezei de la  $v_0=0$  (capătul fix este în repaus) până la  $v_{\max}=v$  (viteza capătului liber la trecerea prin poziția de echilibru), când  $x$  ia valori de la 0 la  $L$ . La distanța  $x$  de punctul de susținere, viteza elementului  $dx$ , este:

$$v_x = v \cdot x/L \quad (8)$$

iar energia cinetică a elementului de masă  $dm$  va fi:

$$dE_C = dm_x \cdot v_x^2/2 = (m/L) \cdot dx \cdot (v \cdot x/L)^2/2 = dx \cdot mv^2 x^2 / (2 \cdot L^3) \quad (9)$$

Efectuând integrarea, se află energia cinetică a întregului resort (de masă  $m$  și lungime  $L$ ) când extremitatea inferioară trece prin poziția de echilibru:

$$E_C = (m/3) \cdot v^2/2 \quad (10)$$

Rezultatul (10) dă contribuția masei resortului la energia cinetică de oscilație a întregului sistem corp-resort: cea a unui corp cu masa  $m/3$ , atârnat de capatul liber al resortului ideal ( $m_{\text{ideal}}=0$ ). Energia cinetică maximă a întregului sistem masă-resort este:

$$W_C = (M+m/3) \cdot v^2/2 \quad (11)$$

unde valoarea maximă a vitezei este dată de relația:

$$v = v_{\max} = \omega \cdot A = 2\pi A/T \quad (12)$$

Egalând expresia (11) cu energia potențială maximă  $W_p = k \cdot A^2/2$ , se obține pentru constanta elastică a resortului  $k$ , expresia:

$$k = (M+m/3) \cdot 4 \cdot \pi^2 / T^2 \quad (13)$$

Relația (13) permite aflarea constantei unui resort elastic prin metoda dinamică, dacă se cunosc masa corpului " $M$ ", masa resortului " $m$ " și se măsoară durata " $t$ " a " $n$ " oscilații, aflându-se perioada  $T = t/n$ .

## Metoda experimentală

Se stabilește poziția de echilibru a resortului cu masa marcată  $M_1$ . Se pune în oscilație sistemul masă-resort, provocând o alungire inițială de 2-3 cm. Se cronometrează  $n=20$  oscilații complete și se determină perioada de oscilație  $T_1=t/n$ . Rezultatele se trec în tabelul B.

Se repetă operațiile pentru corpul  $M_2$  etc.

## Prelucrarea datelor experimentale

Se calculează  $k$  cu relația (13) și se completează tabelul B.

Calculul erorilor se face cu relația:

$$\Delta k/k = 2 \cdot \Delta T/T + \Delta(M+m/3)/(M+m/3) + 2 \cdot \Delta\pi/\pi$$

Tabelul B

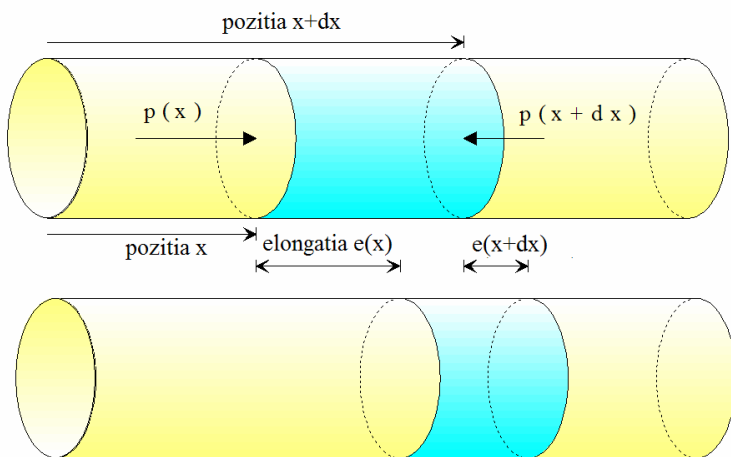
m (g)	M (g)	M+m/3 (g)	T (s)	k (N/m)	$k_{\text{mediu}}$ (N/m)	$\Delta k/k$ (%)

## 2 Determinarea Vitezei Undelor Acustice

### Considerații teoretice: formarea unei unde longitudinale

Într-un mediu elastic vibrația unui corp se transmite mediului aflat în contact cu el. Datorită elasticității mediului această perturbație nu rămâne localizată lângă sursa perturbatoare ci se propagă. Particulele puse în mișcare de corpul ce vibrează acționează asupra particulelor învecinate care la rândul lor antrenează alte particule și așa mai departe. Astfel se crează unde elastice în mediu, care se propagă de la sursa inițială în întreg spațiul.

Într-un cilindru cu secțiunea  $S$ , extins de-a lungul axei  $Ox$ , delimităm un corp prin două secțiuni transversale aflate la distanța  $x$  și  $x+dx$  de originea axei. Acest cilindru infinitesimal este **deplasat** și **deformat** prin intermediul presiunilor  $p(x)$  și  $p(x+dx)$  de către perturbația care se propagă prin mediu.



**Figura 1.** Formarea unei unde datorită legii forței (legea a 2-a a lui Newton) și elasticității mediului (legea lui Hooke).

**Deplasarea** cilindrului este controlată de **legea a doua a dinamicii**:

$$F = m \cdot a \quad [dF = a \cdot dm] \quad (1)$$

care după simplificări devine următoarea **ecuație de mișcare**:

$$\partial p / \partial x = -\rho \cdot \partial v / \partial t \quad (2)$$

S-a ținut seama că forța totală care acționează asupra corpului este generată de presiunile ce acționează pe cele două baze ale lui:

$$dF = p(x) \cdot S - p(x+dx) \cdot S = -S \cdot dx \cdot \partial p / \partial x \quad (3a)$$

$$\text{masa lui este: } dm = \rho \cdot S \cdot dx \quad (3b)$$

$$\text{și accelerația: } a = \partial v / \partial t \quad (3c)$$

**Deformarea** corpului este descrisă de **legea lui Hooke**, tensiunea mecanică indusă în corp fiind egală cu forța ce acționează pe una din bazele cilindrului, forța de pe a doua bază fiind forța de reacțiune:

$$p = F/S = -E \cdot \Delta L / L \quad (4)$$

"E" fiind modulul longitudinal (Young) de elasticitate a mediului. Lungimea inițială L a cilindrului este "dx", iar modificarea lungimii lui este dată de diferența dintre cele două elongații (deplasări) pe care le suferă cele două secțiuni:

$$\Delta L = e(x+dx) - e(x) = (\partial e / \partial x) \cdot dx \quad (5)$$

După simplificări, din (4) și (5) obținem **legea lui Hooke** sub forma:

$$p = -E \cdot (\partial e / \partial x) \quad (6)$$

Combinând relația (6) cu relația (2) obținem **ecuația undelor** pentru acest caz simplu al propagării unidimensionale:

$$\partial^2 e / \partial x^2 = (1/c^2) \partial^2 e / \partial t^2 \quad (7)$$

unde **viteza de propagare** a undei este:

$$c = (E/\rho)^{1/2} \quad (8)$$

Pentru **gaze**, viteza de propagare (8) a undelor longitudinale devine:

$$c = (\gamma \cdot p / \rho)^{1/2} \quad (9)$$

unde "p" este presiunea gazului (atmosferică), "ρ" densitatea gazului (a aerului 1.29 kg/m<sup>3</sup>), iar "γ" este indicele adiabatic (aer γ=1.41).

Din ecuația termică de stare și din definiția densității, presiunea este:

$$p = (m/V) \cdot R \cdot T / M = \rho \cdot R \cdot T / M \quad (10)$$

iar expresia vitezei de propagare a undei în gaz devine:

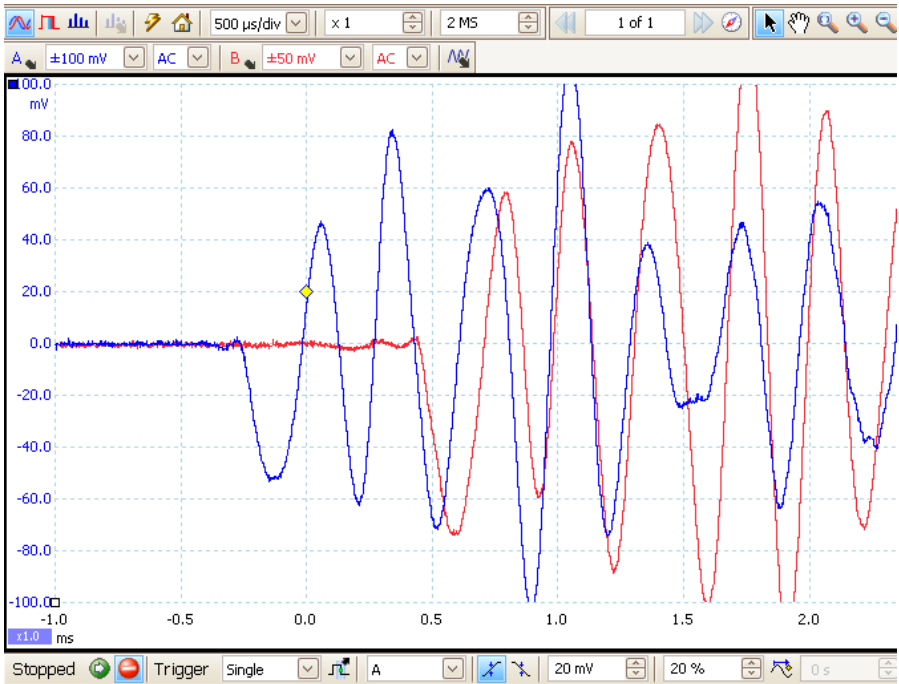
$$c = (\gamma \cdot R \cdot T / M)^{1/2} . \quad (11)$$

unde: T –temperatura gazului în grade Kelvin,  
M–masa molară a gazului (aer 29 kg/kmol),  
R –constanta universală a gazelor (8310 J/(K·kmol))

Viteza de propagare a undei într-un gaz depinde doar de temperatura gazului și de compoziția sa (prin intermediul masei molare), dar nu depinde de presiunea gazului.

## Dispozitivul Experimental

Aranjamentul experimental constă din 2 microfoane, unul pe poziție fixă (A), celălalt (B) pe poziție reglabilă la distanța D față de primul. Semnalul de la microfoane este înregistrat de osciloscopul digital.



Osciloscopul este setat pe **bara de SUS**: "collection time" 0.5ms/div (500μs/div), "input range" pe A (B) 100 mV (50 mV), pe **bara de**

**JOS:** "trigger" (declanșare) "single", "trigger channel" A, "threshold" (prag declanșare) 20mV.

Se generează un sunet prin lovirea unei bucăți de lemn. Atenție ca sursa de sunet să fie colineară cu cele 2 microfoane și osciloscopul să aibe butonul verde (stânga jos) apăsat (Running). După achiziția de semnal se activează butonul roșu din stânga jos (Stopped). Ținând cont de asemănarea semnalelor de la cele 2 microfoane, se identifică două vârfuri corespondente, unul pe curba albastră (semnalul de la microfonul A) și celălalt vârf pe curba roșie (semnalul de la B). Se citesc timpii corespunzători: se pune cursorul mouse-ului pe punct, clic stânga, iar calculatorul afișează timpul corespunzător punctului. Te poți ajuta de "lupă" pentru a mări imaginea și a poziționa mai bine cursorul. În tabel treci întârzierea  $\tau$ , diferența timpilor corespunzători vârfurilor alese. După re poziționarea microfonului mobil, B, se reia ciclul apăsând butonul verde (stânga jos pe ecran).

### **Prelucrarea datelor experimentale**

Se reprezită grafic distanța D dintre microfoane (pe Oy) în funcție de întârzierea semnalului  $\tau$  (pe Ox). Se trasează dreapta ce trece cel mai aproape de punctele experimentale și prin origine (D=0 implică  $\tau=0$ ). Folosind două puncte de pe dreaptă, cât mai depărtate între ele, se calculează viteza de propagare a sunetului (panta dreptei):

$$c = \operatorname{tg}\alpha = \Delta D / \Delta \tau (= \Delta y / \Delta x) \text{ [m/s]} \quad (12)$$

Ca variantă se calculează viteza medie de propagare ( $v=(1/N) \cdot \sum D/\tau$ ).

Comparați rezultatul experimental cu cel teoretic obținut din relațiile (11) și (12) ținând cont de valorile date acolo și temperatura aerului.

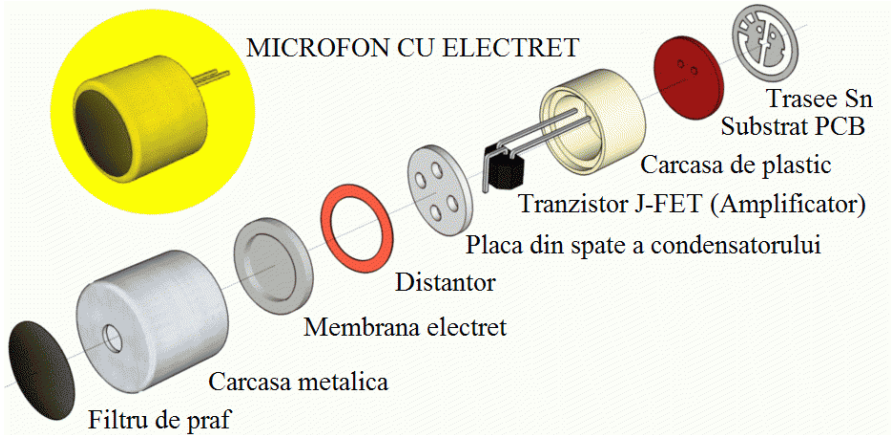
### **Tabel pentru date experimentale**

distanța D (cm)	5	10	15	20	25
întârzierea $\tau$ (ms)					
viteza sunetului D/ $\tau$ (m/s)					

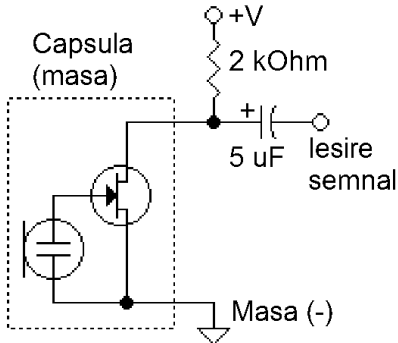
# Microfonul cu electret



Aspect exterior



Structura unui microfon cu electret

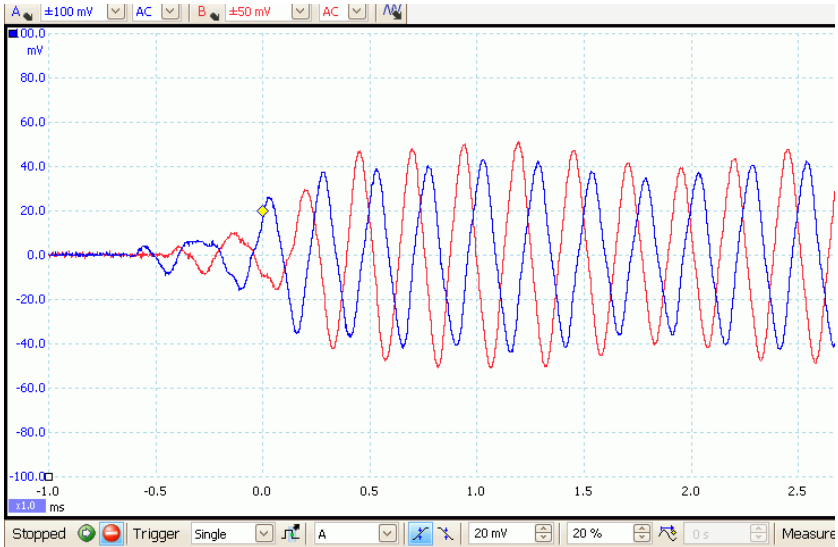


Schema de utilizare

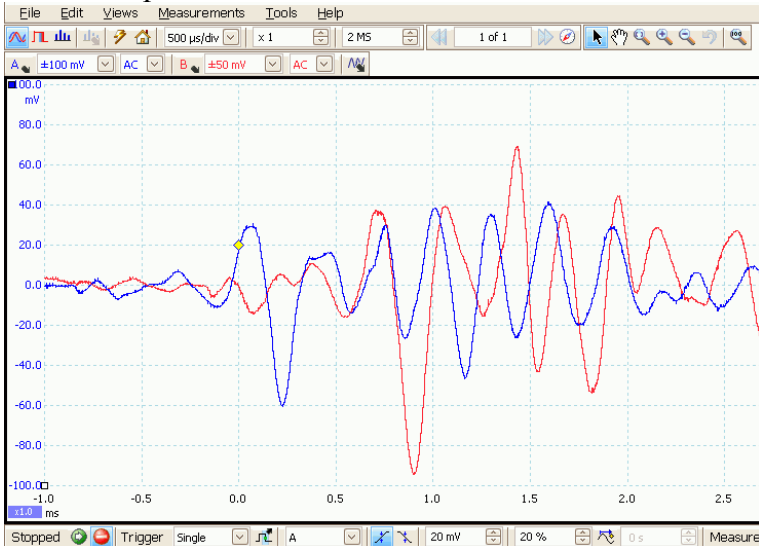


## Surse alternative de sunet

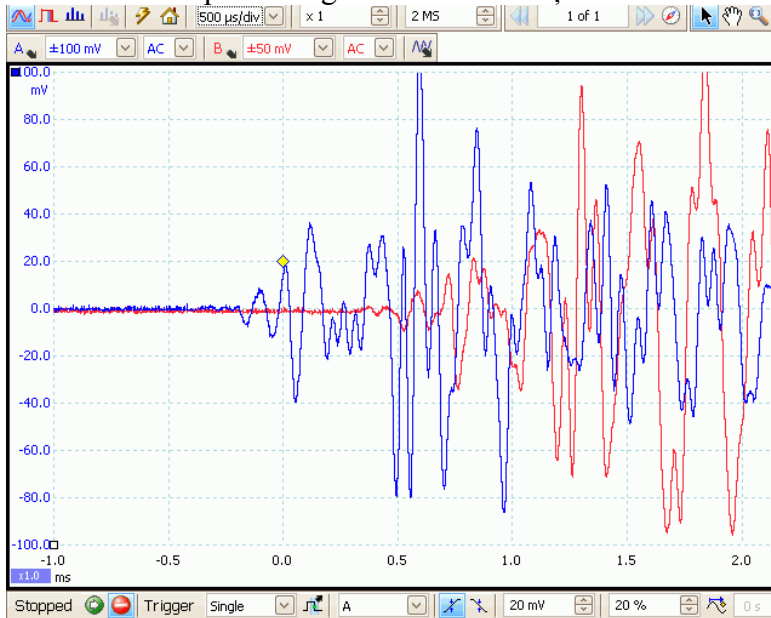
Ca sursă de sunet se poate folosi montajul asociat lucrării, care din 5 în 5 secunde generează un semnal aproximativ sinusoidal. Semnalul fiind mai slab, sursa trebuie plasată la 5-10 cm de microfonul fix (A).



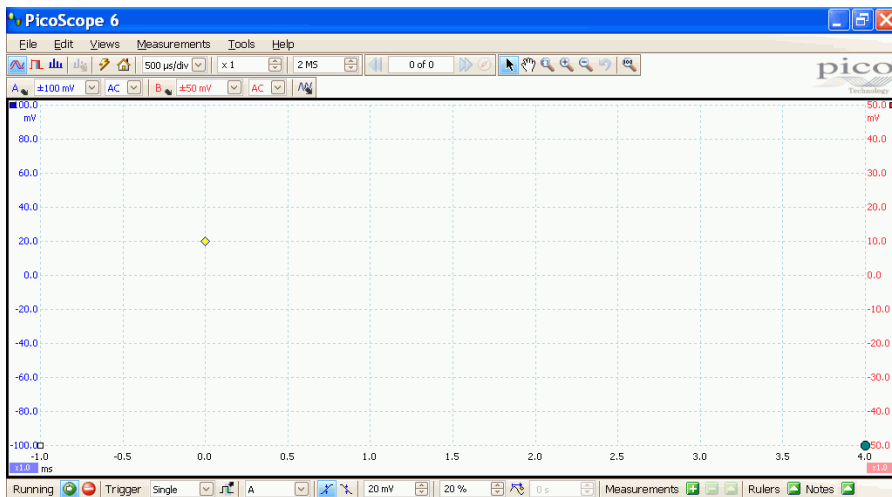
## Bătaia din palme e o altă sursă de sunet



## Lovitura metal pe metal generează frecvențe ceva mai mari

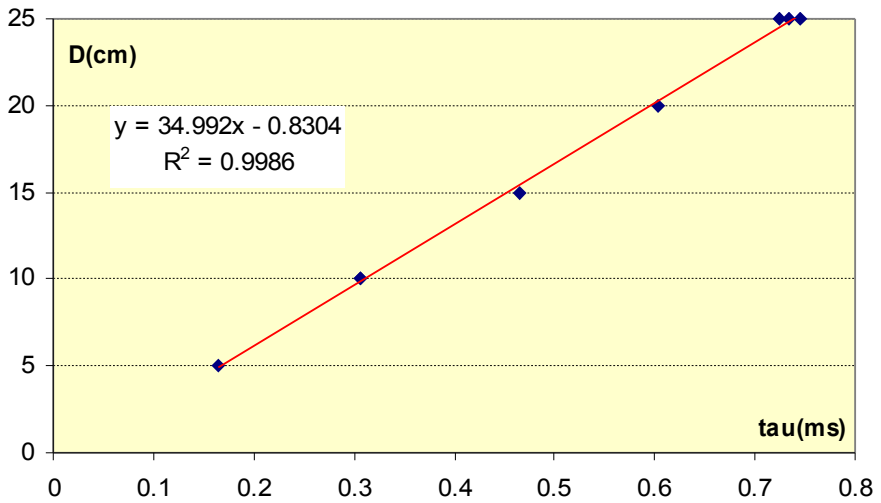


## Ecranul inițial



Remarcă butonul verde (stânga-jos) apăsat (Running).

## Grafic



$$v = \Delta D / \Delta \tau (\Delta y / \Delta x) = 349.9 \text{ m/s}$$

$\tau$  (ms)    D (cm)

0.1638    5

0.3066    10

0.3065    10

0.4651    15

0.6025    20

0.7455    25

0.72402    25

0.73383    25

### 3 Senzor pentru debit – rotametrul

#### Principiul de funcționare

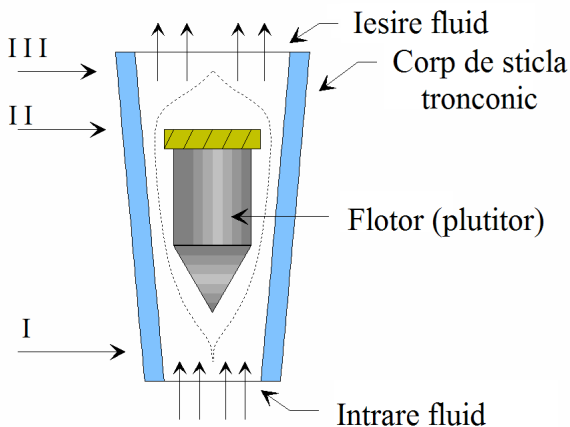
Rotametrele folosite pentru a măsura debitul lichidelor și gazelor se bazează pe deplasarea unui plutitor în interiorul unui tub tronconic gradat, dispus vertical cu secțiunea mică jos, prin care circulă fluidul de măsurat. Rotametrul este un debitmetru cu diferență constantă de presiune și plutitor rotativ. Se utilizează în medicină, laboratoare, industria alimentară, în special în industria petrochimică și oriunde trebuie controlate continuu debitele de lichide sau gaze.

#### *Avantaje:*

construcție simplă și ieftină  
cădere de presiune mică  
utilizabil în lichide/gaze agresive  
poate măsura debite foarte mici

#### *Dezavantaje:*

fragile (cele din sticlă)  
nu presiuni și temperaturi mari  
contraindicat pentru debite mari



Componentele rotametrului sunt tubul tronconic (diametrul superior,  $D_{\max}$ , inferior,  $D_{\min}$ ,  $L$  lungimea) și plutitorul (flotorul, imersorul).

**Tubul tronconic**, dispus vertical, are conicitatea " $(D_{\max} - D_{\min})/L$ " = 1/100 ( $\angle 35'$ ) uzual, ajungând la 1/10 ( $\angle 5^\circ 36'$ ) în anumite cazuri. Se construiește din sticlă, la tipul de bază unde plutitorul este vizibil, sau din metal la aparatele cu plutitor cu prelungitor sau transmitere a

indicațiilor la distanță. Limitele maxime de presiune și temperatură (la rotametrele cu tubul din sticlă) sunt până la 5 kgf/cm<sup>2</sup> (5.10<sup>5</sup>N/m<sup>2</sup>) și 100°C. Tuburile metalice pot să reziste la orice valoare uzuală a presiunii și temperaturii. Procesul de fabricație a fost îmbunătățit substanțial și astfel se obțin tuburi interschimbabile a căror diametre interioare sunt în toleranțe de ±0,1%.

**Putitorul** se află în interiorul tubului, având o formă cilindrică sau sferică sau reprezentând o îmbinare de mai multe tronsoane de formă cilindrică de diferite diametre. Plutitorul trebuie să se deplaseze liber pe toată înălțimea tubului. Forma și materialul plutitorului se aleg în funcție de proprietățile mediului măsurat și valorile de debit pe care trebuie să le indice aparatul. Greutatea plutitorului determină limita superioară de măsurare a aparatului. Plutitorul poate avea în partea superioară niște fante (șanțuri) care imprimă o mișcare de rotație ce-l menține pe axa de simetrie a tubului. Rotația are ca efect plasarea plutitorului în centrul curentului și astfel nu atinge peretele tubului. La rotametrele mari dirijarea plutitoarelor grele se face printr-o tijă de ghidare dispusă în mijlocul tubului.

La trecerea fluidului prin dispozitiv plutitorul se ridică la înălțimea la care se egalează forța de greutate a plutitorului ( $\rho gV$ ), orientată în jos, cu suma dintre forța arhimedică ( $\rho'gV$ ) și forța cu care fluidul antrenează plutitorul ( $k\rho'Sv^n$ ):

$$\rho \cdot g \cdot V = \rho' \cdot g \cdot V + k \cdot \rho' \cdot S \cdot v^n \quad (1)$$

unde:  $\rho$  – densitatea plutitorului,  
 $\rho'$  – densitatea fluidului,  
 $V$  – volumul plutitorului,  
 $S$  – secțiunea plutitorului transversală direcției de curgere,  
 $k$  – coeficientul aerodinamic al plutitorului,  
 $v$  – viteza de curgere a fluidului prin secțiunea inelară,  
 $n$  – exponent al vitezei din forța de antrenare.

Exponentul vitezei din forța de antrenare este "1" pentru viteze mici (antrenare datorită vâscozității), mai precis număr Reynolds  $Re < 10$  ( $Re = 2\rho'vr/\mu$ , cu  $\mu$  vâscozitatea fluidului și  $r$  raza plutitorului). La

numere  $Re > 1000$  curgerea este turbulentă și exponentul vitezei este 2 (antrenare datorită presiunii dinamice). Din relația (1) se află viteza:

$$v^n = gV(\rho/\rho' - 1)/(kS) \quad (2)$$

Luând  $n=2$ , debitul volumic prin secțiunea inelară  $S_i$  va fi:

$$Q = S_i v = S_i [gV/(kS)]^{1/2} (\rho/\rho' - 1)^{1/2} \quad (3)$$

Tangenta unghiului de conicitate este:

$$\operatorname{tg}\alpha = (D_{\max} - D_{\min})/(2L) = (D - D_{\min})/(2h) \quad (4)$$

unde  $h$  – este înălțimea la care urcă plutitorul,  
 $D$  – diametrul secțiunii tubului la înălțimea  $h$ , iar  
 $L$  – lungimea tubului.

Se găsește pentru secțiunea inelară  $S = (\pi/4)(D^2 - D_{\min}^2)$  relația:

$$S_i = (h \cdot \pi \cdot \operatorname{tg}\alpha) \cdot (D_{\min} + h \operatorname{tg}\alpha) \cong h \cdot \pi \cdot D_{\min} \cdot \operatorname{tg}\alpha \quad (5)$$

Debitul volumic va fi atunci:

$$Q = h \cdot C \cdot (\rho/\rho' - 1)^{1/2} \quad (6)$$

unde  $C$  este o constantă ce include toate detaliile constructive. Astfel se asigură o corelație clară între  $Q$  debitul instantaneu al fluidului de măsurat și înălțimea la care se ridică imersorul "h".

## Dispozitivul experimental

Dispozitivul experimental constă dintr-o pompă care furnizează aer către rotametrul. Debitul poate fi reglat prin intermediul robinetului cu ac atașat rotametrului. Gazul este colectat sub apă de un clopot mobil cu volum cunoscut ce ne dă posibilitatea să etalonăm sistemul.

Se conectează pompa, rotametrul și vasul cu apă prin intermediul tuburilor de plastic. Se alimentează pompa și se verifică etanșeitățile conexiunilor. Se reglează debitul cu robinetul ac până când flotorul rotametrului ajunge la diviziunea dorită.

Se pune capacul pe clopotul mobil și se pornește cronometrul. Se oprește cronometrul când clopotul a ajuns în poziția corespunzătoare volumului fix de gaz măsurat. Se notează timpul. Clopotul revine la



## 4 Studiul coeficientului de vâscozitate a lichidelor

### Considerații teoretice

**Vâscozitatea** este generată de forța de frecare internă din fluide. În mișcarea fluidului, tangent la straturile cu viteze diferite, apar forțe de rezistență care au tendința să egaleze valorile vitezelor. Newton a dat expresia rezistenței dintre două straturi de fluid:

$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dx} \quad (1)$$

unde:  $S$  – suprafața lor de contact,  
 $dv/dx$  – gradientul vitezei pe direcția normală curgerii,  
 $\eta$  – **coeficientul de vâscozitate dinamică**,  $[\eta]_{SI} = \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ .

Vâscozitatea se manifestă la gaze și mult mai evident la lichide. La creșterea temperaturii, valoarea lui  $\eta$  scade la lichide și crește la gaze. **Coeficientul de vâscozitate cinematică**  $\nu$ , este definit ca:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [\nu]_{SI} = \text{m}^2/\text{s} \quad (2)$$

$\rho$  fiind densitatea fluidului.

Pentru a măsura vâscozitatea unui lichid putem folosi **metoda lui Stokes**, adică măsurăm viteza limită de cădere a unei sfere în lichid. Asupra bilei de rază " $r$ " și densitate  $\rho_0$  ce cade într-un vas cu lichid de densitate  $\rho$  și coeficient de vâscozitate dinamică " $\eta$ " acționează forța de greutate  $G$ , forța arhimedică  $F_A$ , forța de rezistență dinamică  $F_d$  și forța de rezistență (frecare) datorată vâscozității  $F_r$ .

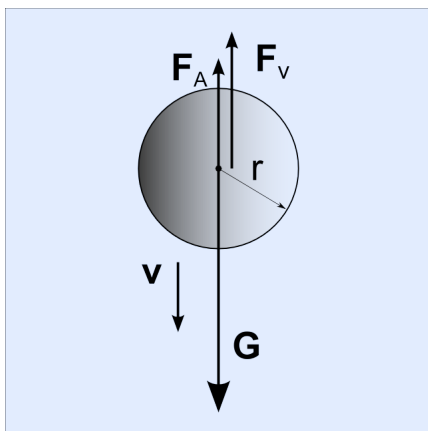
Forța de rezistență asupra sferei din cauza vâscozității fluidului este dată de legea lui Stokes:

$$F_r = 6 \pi \eta r v \quad (3)$$

forța de greutate este:

$$G = mg = \rho_0 V g = 4\pi r^3 \rho_0 g / 3 \quad (4)$$





Forțele care acționează asupra bilei ce cade într-un lichid.

Cu un coeficient aerodinamic 0,5, forța de rezistență dinamică este:

$$F_d = 0,5 \pi r^2 \rho v_o^2 / 2 \quad (5)$$

iar forța arhimedică este dată de relația:

$$F_A = \rho V g = 4\pi r^3 \rho g / 3 \quad (6)$$

Când greutatea este egalată de forța de rezistență și cea arhimedică, bila cade cu viteză constantă "v<sub>o</sub>":

$$4\pi r^3 \rho_o g / 3 = 6 \pi \eta r v_o + 4\pi r^3 \rho g / 3 + 0,5 \pi r^2 \rho v_o^2 / 2 \quad (7)$$

Din această relație se poate afla coeficientul de vâscozitate dinamică a fluidului:

$$\eta = 2g(\rho_o - \rho)r^2 / (9v_o) - 0,5\rho r v_o / 12 \quad (8)$$

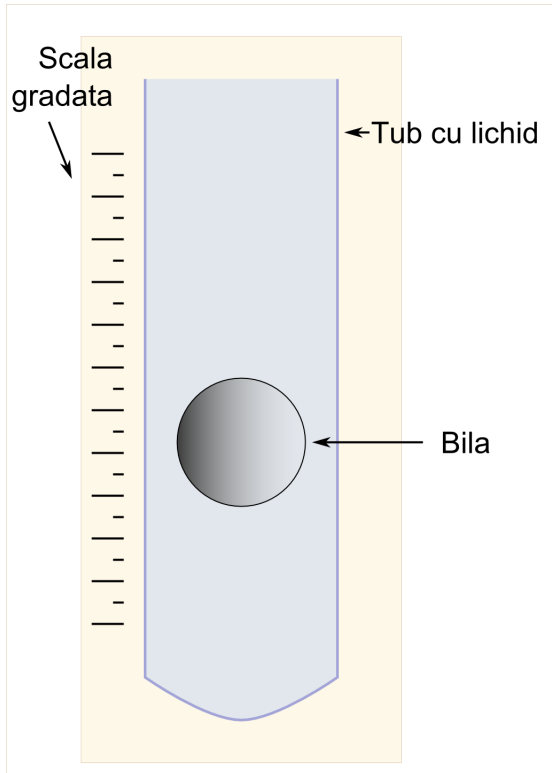
## Metoda experimentală

Vâscozimetru Stokes este un cilindru de sticlă în care se află lichidul de studiat și o bilă care ia drumul să cadă în lichid. Pe suportul tubului se află 2 repere, aflate la distanța cunoscută "h" (se măsoară).

### Modul de lucru:

- Ridică bila la suprafața lichidului cu dispozitivul ajutător.
- Dă drumul bilei să cadă chiar de la suprafața lichidului.

- Măsoară cu cronometrul timpul de cădere al bilei între cele 2 repere marcate pe scala gradată. Reperul superior e ales astfel încât bila să atingă viteza limită până acolo.
- Experimentul se repetă de 5 ori. Datele se trec în tabel.



Aranjamentul experimental.

## Analiza rezultatelor

Se cunosc:

accelerația gravitațională:  $g=9,81 \text{ m/s}^2$ ;

densitatea lichidului:  $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$  ulei ( $1000 \text{ kg/m}^3$  apa)

raza bilei:  $r = 6,1 \text{ mm}$

masa bilei:  $m = 0,92 \text{ g}$

Atenție! Unele valori pot diferi (lichid și bilă) în funcție de lucrarea concretă care se utilizează. Verificați!

- Se determină densitatea bilei

$$\rho_o = m/V$$

unde  $V=4\pi r^3/3$ . (Lucrați în unități SI, m și kg.)

- Se calculează viteza de cădere a bilei cu relația:  $v =h/t$ .
- Se determină viteza medie de cădere:  $v_m = (v_1+v_2+v_3+v_4+v_5)/5$ .
- Cu valoarea medie a vitezei determinate, se calculează coeficientul de vâscozitate dinamică a lichidului cu relația (7)

$$\eta = \frac{2g(\rho_o - \rho)r^2}{9v_o}$$

și apoi corecția din relația (8):  $\Delta\eta=-\rho v_o/24$

- Estimați eroarea sistematică făcută neglijând forța de rezistență dinamică:  $\Delta\eta/\eta$  (în procente).

### Tabel cu date experimentale

$\rho_o$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\eta$ (N·s/m <sup>2</sup> )	t (s)	h (m)	$v_o$ (m/s)
			$t_m=$		$v_m=$

## 5 Studiul coeficientului de tensiune superficială

### Considerații teoretice generale

Lichidele iau forma vasului în care se găsesc fiindcă moleculele lor se pot deplasa ușor unele față de altele. Moleculele din lichid fiind mai apropiate între ele decât cele din gaze, forțele de interacțiune dintre ele (*forțele de coeziune*) sunt mai puternice, la care se adaugă forțele dintre moleculele lichidului și pereții vasului (*forțele de adeziune*).

Asupra fiecărei molecule de lichid acționează forțe de atracție din partea moleculelor învecinate, care se găsesc în interiorul unei sfere numită *sfera de acțiune* moleculară, a cărei rază este  $R$  (figura 1). Moleculele "a" și "b" fiind înconjurată în medie de același număr de vecini, forța de atracție rezultantă ce acționează asupra fiecăreia este nulă.

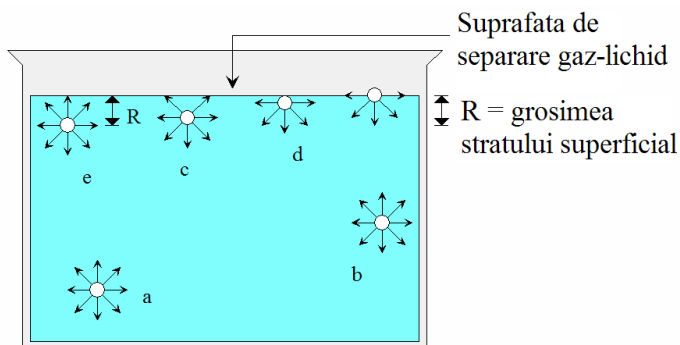


Figura 1. Generarea forțelor de tensiune superficială.

Gazul aflat deasupra lichidului având concentrația moleculară mult mai mică decât lichidul, rezultanta forțelor ce acționează asupra moleculelor "c" și "d" este diferită de zero, fiind îndreptată spre interiorul lichidului perpendicular pe suprafața sa. Aceeași situație o au toate moleculele ce se află în *stratul superficial* de lichid a cărui grosime este aproximativ egală cu raza sferei de acțiune moleculară "R" și vor acționa cu o forță normală asupra lichidului, generând *presiunea internă*.

O altă consecință a stratului superficial este aceea că datorită forțelor de atracție intermoleculare aceasta tinde să ia forma suprafeței minime (de exemplu picăturile de ploaie sau cele de mercur de pe o placă de sticlă, iau forma sferică), fiind asemănător cu o peliculă elastică foarte întinsă. Forțele care mențin această peliculă întinsă se numesc **forțe de tensiune superficială** și depind de lungimea conturului suprafeței " $\ell$ " și de natura lichidului:

$$F = \sigma \cdot \ell \tag{1}$$

" $\sigma$ " **coeficientul de tensiune superficială** e definit ca lucrul mecanic efectuat pentru a mări suprafața peliculei cu unitatea:

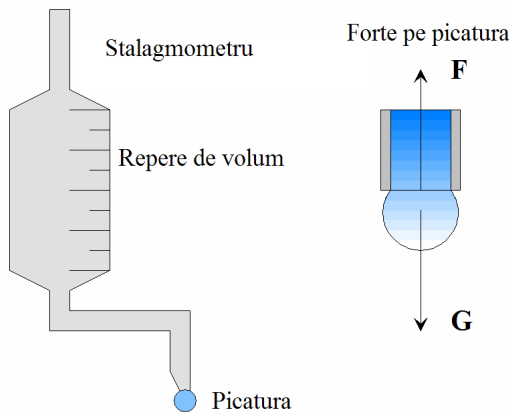
$$\sigma = \Delta L / \Delta S \quad [\sigma]_{SI} = N/m = J/m^2 \tag{2}$$

Determinarea coeficientului de tensiune superficială se face prin mai multe metode dintre care vom aminti doar două.

### Metoda picăturilor

Un lichid aflat într-un vas ce are în partea inferioară un tub cilindric îngustat (pipetă) curge sub formă de picături (figura 2) ce se desprind în momentul egalării greutatei picaturii de către forța de tensiune superficială creată pe circumferința gurii picurătorului ( $r$  fiind raza orificiului de curgere):

$$m \cdot g = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma \tag{3}$$



**Figura 2.** Determinarea tensiunii superficiale cu stalagmetrul.

Dacă se cunoaște volumul de lichid  $V$  și numărul de picături " $n$ " se obține volumul unei picături " $v$ ":

$$v = V/n$$

iar masa acesteia este:

$$m = \rho \cdot v = \rho \cdot V/n$$

deci relația (3) devine:

$$\rho \cdot V/n = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma$$

iar coeficientul de tensiune superficială va fi dat de formula:

$$\sigma = V \cdot \rho \cdot g / (2 \cdot \pi \cdot r \cdot n) \quad (4)$$

Având două lichide cu același volum  $V$  și densitățile cunoscute,  $\rho_1$  și  $\rho$ , știind tensiunea superficială  $\sigma_1$  se poate determina  $\sigma$  din relația:

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \rho \cdot n_1 / (\rho_1 \cdot n) \quad (5)$$

$n_1$  fiind numărul de picături ale lichidului cu tensiune superficială cunoscută. Relația (5) se obține scriind ecuația (4) pentru cele două lichide și făcând raportul celor două expresii. Se elimină astfel "constantele de aparat" volumul  $V$  și raza  $r$  a orificiului de curgere.

## Metoda experimentală

*Dispozitivul experimental* folosește un stalagmometru format dintr-o pipetă îndoită în partea inferioară și prevăzută cu un orificiu îngust. Volumul  $V$  se delimitează între două repere marcate pe pipetă. Se poate folosi o seringă gradată și un ac cu diametru potrivit.

Se pune lichid în seringă. Se numără picăturile din volumul cuprins între repere. Se procedează similar pentru soluțiile apă-alcool. Pentru fiecare lichid se fac 2 determinări. Datele se trec în tabel (valoarea medie din cele 2 determinări).

## Prelucrarea datelor experimentale

Se calculează  $\sigma$  cu relația (5). Cu datele obținute pentru  $\sigma$ , se trasează graficul dependenței coeficientului de tensiune superficială  $\sigma$  pe axa  $y$  de concentrația soluțiilor " $c$ " pe axa  $x$ . Se determină concentrația necunoscută de pe grafic.

## Tabelul pentru date experimentale la metoda picăturilor

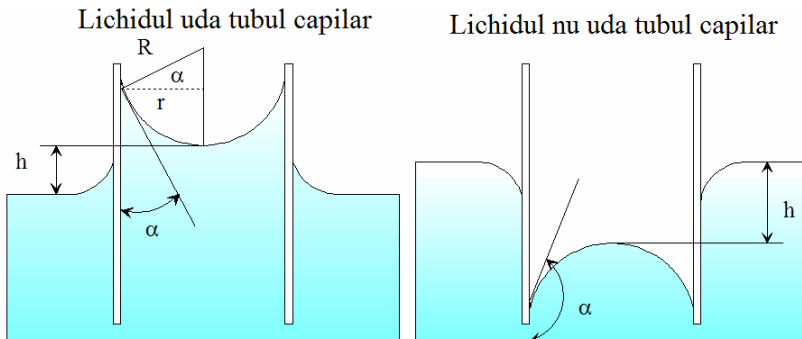
Concentrația (%)	n (picături)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\sigma$ (N/m)	$\Delta\sigma/\sigma$ (%)
apa (0%)				
alcool ( %)				
alcool ( %)				
alcool ( %)				
alcool ( %)				
alcool (x%)				
alcool (100%)				

Eroarea relativă se determină cu formula:

$$\Delta\sigma/\sigma = \Delta n/n + \Delta n_c/n_c \quad \Delta n = \Delta n_c = 1$$

## Metoda ascensiunii capilare

În tubul capilar (tub foarte îngust, capilar=fir de păr) introdus într-un vas cu lichid, nivelul lichidului va urca sau va coborâ față de nivelul din vas, suprafața din tub a lichidului formând un menisc concav (dacă urcă) sau convex (dacă coboară).



**Figura 2.** Fenomenul de capilaritate la lichide care udă, respectiv nu udă peretele tubului capilar.

Forțele capilare superficiale care formează meniscurile, determină o diferență de presiune între cele două regiuni separate de o astfel de

suprafață. Dacă secțiunea tubului este circulară, meniscul poate fi considerat o calotă sferică de rază  $R$ , iar presiunea suplimentară dată de legea Laplace este:

$$\Delta p = 2 \cdot \sigma / R \quad (6)$$

$R$  fiind raza de curbură a suprafeței lichidului. Lichidul urcă în tub până când presiunea  $\Delta p$  este echilibrată de presiunea hidrostatică:

$$\rho \cdot g \cdot h = 2 \cdot \sigma / R \quad (7)$$

Geometric (fig. 2) raza tubului capilar (catetă alăturată unghiului de racordare  $\alpha$ ) și raza de curbură a meniscului (ipotenuză) au relația:

$$r = R \cdot \cos \alpha,$$

Atunci înălțimea coloanei de lichid este:

$$h = 2 \cdot \sigma \cdot \cos \alpha / (\rho \cdot g \cdot R) \quad (8)$$

Pentru un lichid care udă perfect tubul,  $\alpha = 0$ , iar raza meniscului este egală cu cea a tubului capilar și se obține legea lui Jurin :

$$h = 2 \cdot \sigma / (\rho \cdot g \cdot R) \quad (9)$$

Discuția este asemănătoare și în cazul în care lichidul nu udă pereții vasului. Măsurând înălțimea  $h$  a lichidului aflat în tubul capilar, se poate determina coeficientul de tensiune superficială.

## Metoda experimentală

*Dispozitivul experimental* folosește tuburi capilare de diferite diametre, înălțimea lichidului în acestea măsurându-se cu ajutorul unui aparat cu lunetă numit *catetometru*.

### Modul de lucru

- Se așează pe suportul stativului o eprubetă cu apă distilată.
- Se cufundă tubul capilar în lichid, apoi se ridică un pic ca lichidul să ude capilarul pe zona de interes.
- Se citește cu catetometrul nivelul lichidului din vas  $h_1$  și din tub  $h_2$ . Înălțimea coloanei de lichid este  $h = h_2 - h_1$ ;



- Cu același capilar se repetă experiența pentru toate soluțiile alcool apă.
- Metoda este identică pentru capilare de raze diferite.
- Rezultatele se trec în tabelul 1.

### **Prelucrarea datelor experimentale**

Raza tubului capilar se determină cunoscând coeficientul de tensiune superficială pentru apă distilată:

$$r = 2 \cdot \sigma_0 / (\rho_0 \cdot g \cdot h) \quad (10)$$

Știind r, se determină tensiunile superficiale pentru celelalte soluții:

$$\sigma_x = \rho_x \cdot g \cdot h \cdot r / 2 \quad (11)$$

Se procedează similar cu celelalte tuburi capilare.

### **Tabelul de date pentru metoda ascensiunii capilare**

Lichid	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$h_1$ (m)	$h=h_2-h_1$ (m)	r (m)	$\sigma$ (N/m)	$\Delta\sigma/\sigma$ (%)

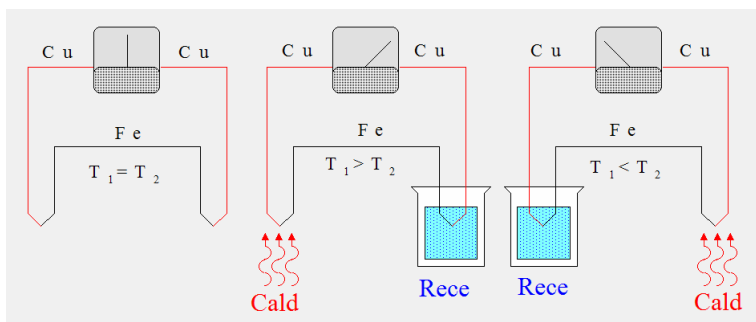
Deoarece  $\Delta h/h = \Delta r/r$ ,  $\Delta h = 0,1\text{mm}$ , eroarea relativă se determină cu formula:

$$\Delta\sigma/\sigma = \Delta r/r + \Delta h/h = 2 \cdot \Delta h/h$$

## 6 Studiul efectului termoelectric

### Considerații teoretice

Efectul termoelectric, descoperit de Seebeck în 1823, constă în apariția unei tensiuni electrice, numită *tensiune termoelectrică*, în circuitul format din două metale diferite (1,2) ale căror joncțiuni nu au aceeași temperatură ( $T_1 \neq T_2$ ) (fig.1). Tensiunea termoelectrică se anulează în momentul egalării temperaturilor ( $T_1 = T_2$ ).



**Figura 1.** Generarea tensiunii termoelectrice prin aplicarea unei diferențe de temperatură unui dispozitiv cu 2 metale diferite.

Efectul termoelectric se explică prin proprietățile contactului metal-metal. La contactul a două metale, condiția de echilibru a gazului electronic duce la egalarea *potențialelor chimice* (nivelelor Fermi), ce au valorile inițiale  $\mu_1$  și  $\mu_2$ . **Potențialul chimic** este lucrul mecanic efectuat când numărul de electroni din sistem se schimbă cu o unitate. În figura 2 sunt reprezentate gropile de potențial ale celor două metale (la  $0^\circ\text{C}$ ) aduse în contact, la care a avut loc o deplasare a nivelelor energetice, astfel încât să coincidă pozițiile nivelelor Fermi. Diferența de potențial de contact este proporțională cu diferența lucrurilor de extracție:

$$U_C = (W_2 - W_1)/e \quad (1)$$

Variația temperaturii duce la o modificare a potențialului chimic, deci și a potențialului de contact:

$$U_C = (W_2 - W_1)/e + (k_B \cdot T/e) \cdot \ln(n_1/n_2) \quad (2)$$

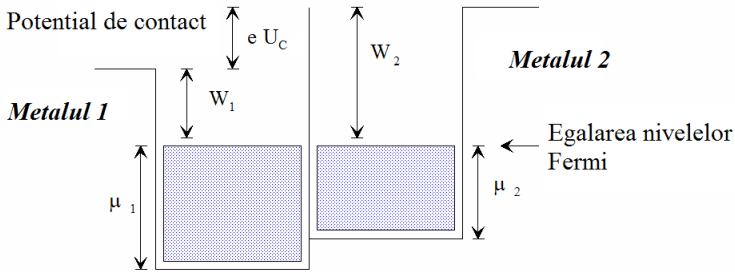
unde:

$e$  - sarcina electronului;

$k_B$  - constanta lui Boltzmann;

$T$  - temperatura jonctiunii;

$n_1, n_2$  - concentrațiile electronilor liberi în cele două metale.



**Figura 2.** Apariția diferenței de potențial de contact dintr două metale.

Valoarea potențialului de contact depinde de natura metalelor, de puritatea lor și nu este influențată de forma și dimensiunea lor.

Efectul Seebeck are 3 cauze care se reflectă în coeficientul Seebeck:

$$S = S_v + S_c + S_f$$

$S_v$  - componenta volumică a coeficientului Seebeck, datorată difuziei purtătorilor mobili de sarcină electrică de la extremitatea caldă spre cea rece;

$S_c$  - componenta de contact a coeficientului Seebeck, datorată variației potențialului de contact cu temperatura, legat de dependența de temperatură a potențialului chimic (nivelului Fermi  $F$ )

$$S_c = - (1/e) dF/dT$$

$S_f$  - componenta fononică a coeficientului Seebeck, datorată antrenării electronilor de conducție de către fononii (vibrațiile rețelei cristaline) care se deplasează de la extremitatea caldă spre cea rece (importantă doar la temperaturi joase, criogenice).

Într-un circuit închis cu două jonctiuni (A și B), tensiunea este:

$$E = U_{CA} - U_{CB} \quad (3)$$

Înlocuim în (3) potențialele care dirijează electronii în sens contrar de tip (2) și vom obține:

$$E = (T_A - T_B) \cdot (k_B / e) \cdot \ln(n_1 / n_2) \quad (4)$$

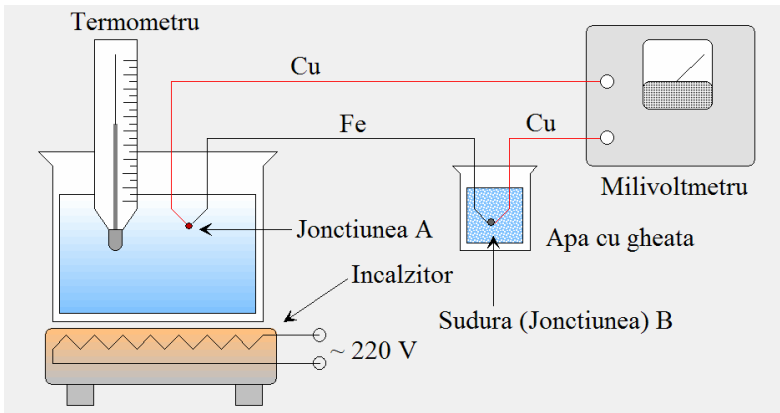
în care expresia  $S = (k_B / e) \cdot \ln(n_1 / n_2)$  este constantă iar tensiunea:

$$E = S \cdot (T_A - T_B) \quad (5)$$

relație valabilă pentru intervale limitate de temperatură. Cele două metale din circuit formează un termocuplu și folosesc la măsurarea temperaturii. Dacă temperatura  $T_B$  a joncțiunii de referință B se menține constantă, tensiunea termoelectromotoare va fi influențată numai de temperatura joncțiunii A ( $T_A$ ).

### Metoda experimentală

Instalația experimentală constă din sudurile A și B ale celor două metale, o sursă de încălzire și un milivoltmetru pentru măsurarea tensiunii termoelectromotoare. Joncțiunea B este menținută la o temperatură constantă (temperatura camerei sau  $0^\circ\text{C}$  într-un pahar cu apă și gheață), iar sudura A este introdusă într-un vas cu apă care va fi încălzită, temperatura măsurându-se cu termometrul.



**Figura 3.** Instalația experimentală ce cuprinde sudura "caldă" A, din vasul cu apă încălzită de un reșou, sudura "rece" B menținută la temperatură constantă (ex. apă cu gheață,  $0^\circ\text{C}$ ), termometrul și milivoltmetrul.

## Modul de lucru

Se introduce sudura A în vasul cu apă care va fi încălzit, iar sudura B în vasul Dewar cu apă și gheață (sau la temperatură constantă). Se leagă capetele libere ale termocuplului la bornele instrumentului de măsură. Se conectează încălzitorul la sursa de putere. Se măsoară tensiunea termoelectromotoare din 10 în 10°C sau din 5 în 5°C, dacă permite sensibilitatea instrumentului. Temperatura se citește pe termometru. Valorile obținute experimental se trec în tabel.

## Prelucrarea datelor experimentale

Se reprezintă grafic tensiunea termoelectrică E (axa ordonatelor, Oy) în funcție de temperatura T (axa absciselor, Ox). Se trasează dreapta care trece cel mai aproape de punctele experimentale.

Se aleg 2 puncte pe dreapta trasată, cât mai depărtate între ele, pentru a minimiza erorile și se calculează **coeficientul Seebeck** (coeficientul de temperatură al tensiunii termoelectromotoare, sensibilitatea medie a termocuplului) din panta graficului:

$$S = (E_2 - E_1) / (T_2 - T_1) \quad (6)$$

## Tabel cu datele experimentale

$T_A$ (°C)	
E (mV)	

Se calculează eroarea relativă de determinare a sensibilității:

$$\Delta S/S = 2 \cdot \Delta E / (E_2 - E_1) + 2 \cdot \Delta T / (T_2 - T_1)$$

eroarea instrumentului de măsură fiind:  $\Delta E = \gamma \cdot E_n / 100$ , unde  $\gamma$  este clasa lui de precizie (în %), iar  $E_n$  valoarea maximă măsurabilă (capul de scală).

## 7 Verificarea experimentală a legii radiației termice a lui Stefan și Boltzmann

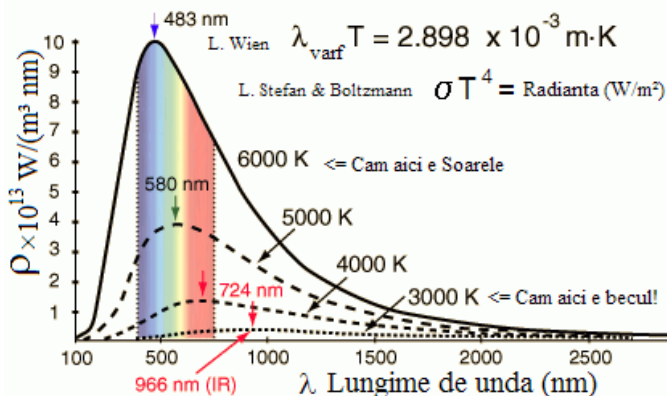
### Considerații teoretice

Corpurile emit și absorb radiație electromagnetică: gazele un spectru de emisie discontinuu (privite prin spectroscop se văd linii), lichidele au un spectru sub formă de benzi, iar corpurile solide au un spectru continuu, emit pe toate frecvențele.

Corpul solid aflat la o temperatură mai mare de zero Kelvin, datorită oscilațiilor termice ale sarcinilor electrice elementare ce-l alcătuiesc, emite radiație electromagnetică cu spectru continuu, numită **radiație termică**. Densitatea spectrală de energie  $\rho$  emisă de un corp negru, adică energia  $d^2W$  emisă în unitatea de volum  $dV$  într-un domeniu de frecvențe  $d\nu$ , este chiar **funcția de distribuție a lui Planck**:

$$\rho(\nu, T) = \frac{dW}{dV d\nu} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1)$$

unde:  $\nu$  = frecvența undelor electromagnetice (în Hz),  
 $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K este constanta lui Boltzmann,  
 $c = 3 \cdot 10^8$  m/s viteza luminii (undelor electromagnetice), iar  
 $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  J·s este constanta lui Planck.<sup>2</sup>



Distribuția Planck a puterii emise după lungimea de undă

Constanta lui Planck cuantifică energia oscilatorilor microscopici în sensul că energia se emite/absoarbe de către aceștia în cuante (porții) cu valoarea  $E=h\nu$ , numite fotoni. Cuantificarea energiei este un fapt fundamental pentru înțelegerea proceselor la scară microscopică.

Energia radiației emise de un corp în unitatea de timp pe unitatea de suprafață de o singură parte a sa (într-un unghi solid  $2\pi$ ) se numește **radianță integrală R**. Integrând legea de distribuție a lui Planck (1) se obține expresia *radiației integrale pentru un corp negru*:

$$R = \text{energie}/(\text{timp}\cdot\text{suprafață}) = \sigma\cdot T^4. \quad [R]_{SI} = W/m^2 \quad (2)$$

care se numește **legea radiației termice a lui Stefan și Boltzmann**, iar  $\sigma = 5,67\cdot 10^{-8} W/(m^2\cdot K^4)$  este *constantăa lui Stefan și Boltzmann* și  $T$  este temperatura corpului în grade Kelvin. Aceasta este o lege de conversie a energiei de agitație termică, măsurată prin temperatura absolută, în energie electromagnetică evaluată de radianță:

***"energia electromagnetice emisă de un corp negru depinde doar de puterea a patra a temperaturii sale absolute"***.

Corpul total absorbant, respectiv total emisiv se numește corp negru. O incintă încălzită electric emite printr-un orificiu o radiație ce poate fi aproximată cu cea emisă de un corp negru. La corpuri care nu sunt absolut negre formula se corectează printr-un factor adimensional  $\epsilon$  numit *emisivitate* ce depinde de natura suprafeței corpului emisiv:

$$R = \epsilon\sigma T^4 \quad 0 < \epsilon < 1 \quad (3)$$

Schimbul de energie dintre un corp încălzit și mediul înconjurător se realizează în general în trei moduri: prin conducție, prin convecție și prin radiație. În anumite condiții, cum ar fi o bună izolare a corpului încălzit și o temperatură relativ ridicată a acestuia, energia disipată prin conducție și convecție poate fi neglijată în raport cu cea pierdută prin radiație. Aceste condiții sunt îndeplinite de filamentul unui bec aflat la temperaturi mai mari ca  $800^\circ C$ . Puterea electrică consumată de bec,  $P_e = U\cdot I$ , este disipată (aproape) integral sub formă de radiație electromagnetică,  $P_r = R\cdot S$ ,  $S$  fiind suprafața emitentă și  $R$  fiind puterea emisă de unitatea de suprafață:

$$P = U\cdot I = R\cdot S = \epsilon\sigma S (T^4 - T_o^4) = K\cdot (T^4 - T_o^4) \quad (4)$$

unde:  $T$  este temperatura filamentului (în K),  
 $T_0$  este temperatura mediului ambiant (în K),  
 $\epsilon$  este emisivitatea filamentului (corp alb  $0 < \epsilon < 1$  negru),  
 $S$  – suprafața emisivă a filamentului, iar  
 $K = \epsilon \sigma S$  este o constantă a experimentului.

La temperaturi mai mari decât  $800^\circ\text{C}$  putem neglija  $T_0^4$  în relația (4) fiindcă  $T^4 \gg T_0^4$  și relația de mai sus devine mai simplă:

$$P = U \cdot I = K \cdot T^4 \quad (5)$$

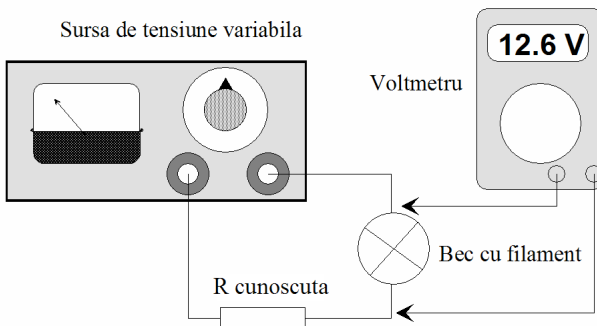
Prin logaritmare găsim:

$$\ln P = 4 \cdot \ln T + \ln K \quad (6)$$

Prin reprezentarea grafică a lui " $\ln P$ " în funcție de " $\ln T$ " se obține o dreaptă a cărei pantă are valoarea 4, ceea ce reprezintă o verificare a legii radiației termice a lui Stefan-Boltzmann.

### Metoda experimentală

Pentru verificarea legii lui Stefan-Boltzmann se folosește un bec cu filament, o sursă de alimentare cu tensiune reglabilă și un voltmetru digital ca în montajul din figură. Se măsoară succesiv tensiunea pe bec și tensiunea pe rezistența  $R$ , care dă curentul prin bec din legea lui Ohm:  $I = U_R / R$ . Datele se trec în tabel.



### Prelucrarea datelor experimentale

Se determină puterea consumată:  $P = UI$



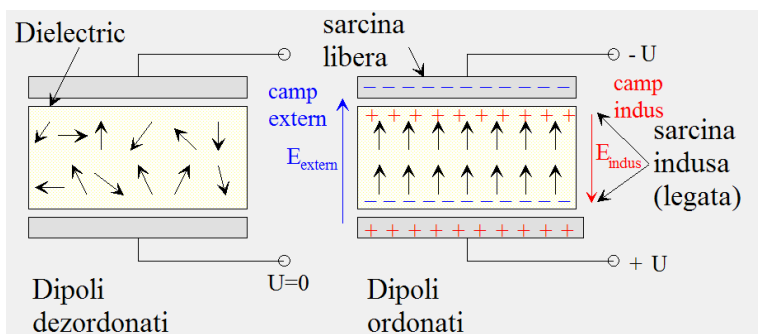


## 8 Variația cu temperatura a constantei dielectrice

### Teoria lucrării

Aplicând un câmp electric unui material izolator apar deplasări locale microscopice ale sarcinilor electrice de la poziția lor de echilibru și materialul se polarizează electric. Sunt importante două mecanisme de polarizare:

1. **polarizarea de deplasare** este independentă de temperatură și se datorează deplasării norului electronic față de nucleul atomului (*polarizarea electronică*) sau deplasării ionilor pozitivi față de cei negativi într-un cristal ionic (*polarizare ionică*);
2. **polarizarea de orientare** este dependentă de temperatură și apare la substanțele zise polare care au momente dipolare elementare care se orientează de-a lungul liniilor câmpului electric extern.



Polarizarea electrică de orientare a substanței în câmp extern

Polarizarea electrică  $\mathbf{P}$  (momentul dipolar al unității de volum) este:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{\text{tot}} / V = n \cdot \mathbf{p} \quad [P]_{\text{SI}} = \text{C}/\text{m}^2 \quad (1)$$

unde:  $n$  – număr de dipoli elementari în unitatea de volum [ $1/\text{m}^3$ ],

$\mathbf{p}$  – momentul dipolar elementar ( $q \cdot \ell$ ) [ $\text{C} \cdot \text{m}$ ]:

$\ell$  – distanța dintre sarcinile electrice  $q = q^+ = |q^-$ .

Ca urmare a polarizării electrice în volumul probei pe suprafața "S" a dielectricului de grosime "d" apar sarcini de polarizare, cu densitatea superficială  $\sigma_p$ . Momentul dipolar total va fi:

$$P_{\text{tot}} = Q_p \cdot d = \sigma_p \cdot S \cdot d = \sigma_p \cdot V \quad (2)$$

de unde pentru polarizarea electrică ( $P=P_{\text{tot}}/V$ ) găsim relația:

$$P = \sigma_p \quad (3)$$

Sarcina de polarizare, ca sarcină pe armăturile unui condensator plan, crează un câmp electric intern  $E_p$  orientat în sens contrar vectorului de polarizare  $P$ :

$$E_p = - P/\epsilon \quad (4)$$

numit **câmp de depolarizare**. Câmpul electric  $E_0$  produs de **sarcinile libere** de pe armăturile condensatorului, se suprapune peste câmpul electric  $E_p$  al **sarcinilor legate** de pe suprafața dielectricului și rezultă un **câmp electric macroscopic** mai mic decât cel din vid, în interiorul dielectricului:

$$E_t = E_0 - P/\epsilon_0 \quad \epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad (5)$$

În majoritatea cazurilor polarizarea electrică este proporțională cu intensitatea câmpului electric total (dependență liniară):

$$P = \chi_e \cdot \epsilon_0 \cdot E_t \quad (6)$$

unde  $\chi_e$  este **susceptibilitatea electrică** a materialului. Cu relațiile (5) și (6) eliminăm  $P$  și găsim că intensitatea câmpului electric într-un dielectric este de " $\epsilon_r$ " ori mai mică decât cea din vid:

$$E_t = E_0 / (1 + \chi_e) = E_0 / \epsilon_r \quad (7)$$

unde:  $\epsilon_r = 1 + \chi_e$  este **permitivitatea electrică relativă** (sau **constantă dielectrică a materialului**).

La materialele cu momente dipolare permanente, polarizarea este direct proporțională cu câmpul aplicat și invers proporțională cu temperatura, deoarece la temperaturi joase alinierea dipolilor este mai bună decât la temperaturi înalte, din cauza agitației termice mai mici:

$$\chi_e = P / (\epsilon_0 \cdot E) = n \cdot p^2 / (3 \epsilon_0 \cdot k_B \cdot T) \quad (8)$$

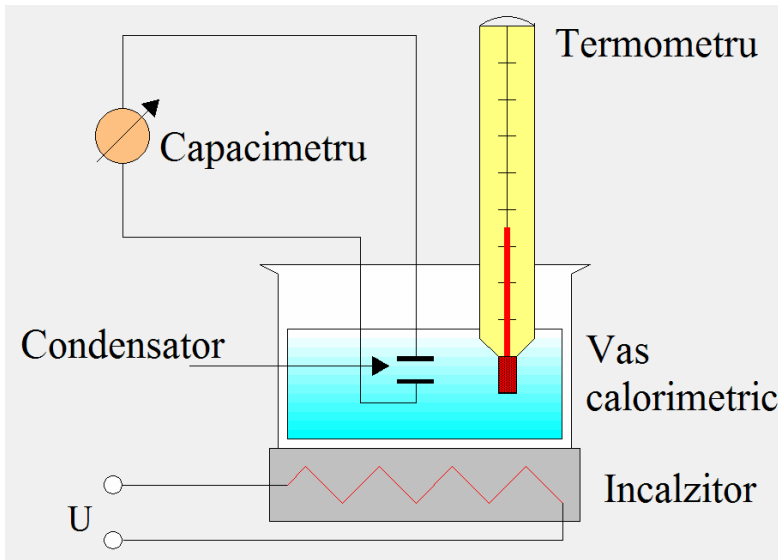
Când  $\epsilon_r$  are valori foarte mari  $>10^2$ , valoarea susceptibilității electrice este practic aceeași cu valoarea constantei dielectrice.

În **materialele feroelectrice**, interacțiunile dintre dipoli aliniază dipolii elementari fără prezența câmpului electric extern, când temperatura materialului este mai mică decât temperatura Curie  $T_C$  (temperatura tranziției de fază feroelectric-paraelectric). Se spune că feroelectrii prezintă polarizare spontană (în absența câmpului extern). În **stare paraelectrică**, peste temperatura Curie, dependența de temperatură a constantei dielectrice este de tipul:

$$\epsilon_r \approx \text{const.}/(T-T_C) \quad T > T_C \quad (9)$$

În stare feroelectrică dependența polarizării de câmpul extern este **neliniară**, prezentând fenomenul de histeresis (memorie) datorită **domeniilor feroelectrice** (zone din cristal cu dipolii orientați într-un singur sens) ce se formează.

### Dispozitivul experimental



Temperatura măsurată de termometru, e modificată prin intermediul tensiunii de alimentare a încălzitorului. Tensiunea alternativă aplicată condensatorului, determină apariția unui curent prin circuit, măsurat de ampermetru, curent proporțional cu capacitatea condensatorului. O variantă mai comodă folosește un capacimetru care indică direct valoarea capacității electrice a condensatorului.



## 9 Studiul rezonatorului piezoelectric

### Teoria lucrării

Frații Pierre și Jacques Curie au observat în 1880 apariția sarcinilor electrice pe fața anumitor cristale ( cuarț,  $\text{SiO}_2$ ) supuse solicitărilor mecanice (presiune sau deformare). Mărimea sarcinii electrice este proporțională cu mărimea forței exercitate, iar sensul polarizării electrice a cristalului depinde de sensul acțiunii mecanice. În acest **efect piezoelectric direct** (cauza este de natură mecanică, efectul produs este electric) aplicarea unei tensiuni mecanice conduce la redistribuirea sarcinilor electrice în volum, rezultând o polarizare electrică volumică și implicit o sarcină electrică indusă pe suprafață. Denumirea fenomenului provine de la cuvântul grecesc "**piezo**" care înseamnă "**a apăsa**". **Efectul piezoelectric invers** având ca rezultat deformarea cristalului sau apariția unei forțe (cauza este de natură electrică, efectul este mecanic) apare la aplicarea unui câmp electric cristalului. **Substanțele piezoelectrice** sunt:

1. **substanțe piezoelectrice liniare** (dependența polarizării electrice **P** de câmpul electric aplicat **E** este liniară). Este tipic cuarțul.
2. **substanțe feroelectrice** (polarizarea electrică **P** depinde neliniar de câmpul electric aplicat **E** *sub temperatura Curie*: polarizarea rămâne constantă peste o anumită valoare a câmpului). Peste temperatura Curie substanța e paraelectrică și nu mai prezintă efect piezoelectric. În feroelectrici efectul piezoelectric e vizibil dacă aceștia sunt polarizați, adică domeniile în care polarizarea are o orientare bine determinată sunt orientate după o singură direcție macroscopică, direcția câmpului extern.

Se utilizează foarte mult ceramici fero ca titanatul de bariu ( $\text{BaTiO}_3$ ) și titano-zirconații de plumb (PZT), ce sunt rezistente la umiditate și au temperatura Curie mare, poate depăși  $400^\circ\text{C}$  la PZT.

O placă piezoelectrică de grosime  $l$  și suprafață  $A = L \times L$ , are cele două fețe metalizate, de obicei cu argint. Efectul piezoelectric face o legătură de tipul: **Efect = coeficient piezoelectric  $\times$  Cauză**, între:

### mărimile mecanice:

$$\text{- deformarea relativă } S = s/\ell, \quad [S]_{SI} = \text{m/m} \quad (1)$$

$$\text{- tensiune mecanică } T = F/A, \quad [T]_{SI} = \text{N/m}^2 \quad (2)$$

$$\text{cu } T=Y \cdot S \text{ legea lui Hooke} \quad (3)$$

### și mărimile electrice:

$$\text{- intensitate câmp electric } E = U/\ell \quad [E]_{SI} = \text{V/m} \quad (4)$$

$$\text{- polarizarea electrică } P = Q/A \quad [P]_{SI} = \text{C/m}^2 \quad (5)$$

$$\text{cu } D = \epsilon \cdot E = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E = \epsilon_0 \cdot E + P \quad (6)$$

unde:  $s$  = elongație,  $\ell$  = lungime inițială,  $F$  = forță,  $A$  = suprafață,  
 $Y$  = modulul de elasticitate al lui Young,  
 $U$  = tensiune electrică,  $Q$ =sarcina,  $\ell$  = distanța între armături,  
 $D$  = inducția electrică,  $\epsilon_0$  permitivitatea electrică a vidului,  
 $\epsilon$  ( $\epsilon_r$ ) = permitivitatea electrică absolută (relativă) de material.

Concret avem:

**Efectul piezoelectric direct** (cauză mecanică, efect electric)

$$P = e \cdot S \quad (7)$$

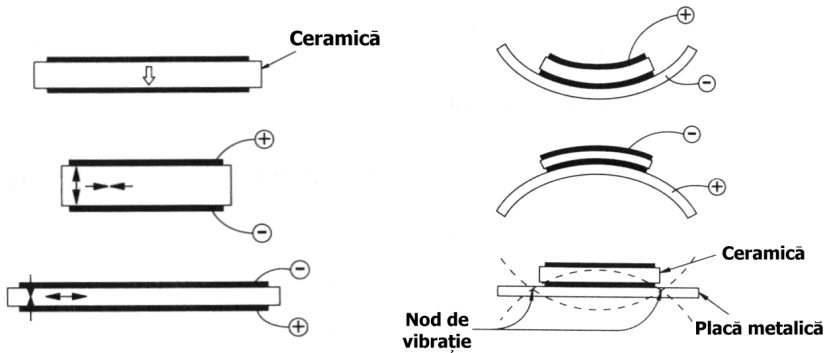
**Efectul piezoelectric invers** (cauză electrică, efect mecanic)

$$T = - e \cdot E \quad (8)$$

Tabel cu coeficientul piezoelectric "e" măsurat în  $\text{C/m}^2$  ( $e_{33}$  când cauza și efectul sunt pe aceeași direcție, sau pe direcții perpendiculare,  $e_{31}$ )

e ( $\text{C/m}^2$ )	BaTiO <sub>3</sub>	PZT-2	PZT-4	PZT-5H	Cuarț	Rochelle
$e_{33}$	17,5	9,0	15,1	23,3	0,17	3,00
$e_{31}$	-4,3	-1,9	-5,2	-6,5	-0,08	-

Aplicând o diferență de potențial electric pe cei doi electrozi, placa își crește grosimea pe direcția câmpului electric (*efect piezoelectric longitudinal*,  $e_{33}$ ) și se contractă pe direcțiile transversale pe câmp (*efect piezoelectric transversal*,  $e_{31}$ ). Dacă inversăm tensiunea se inversează și sensul deformațiilor. Lipind placa piezoelectrică pe o membrană metalică, sistemul obținut va oscila ca în figură.



Efectul piezoelectric invers (cauză electrică, efect mecanic)

Placa piezoelectrică este din punct de vedere electric un condensator cu capacitatea  $C_0$ . Aplicând o tensiune  $U$  vom determina încărcarea condensatorului cu sarcina:

$$Q_1 = C_0 \cdot U \quad (8)$$

dar și apariția unei tensiuni mecanice în placă datorită câmpului electric creat (cauză electrică generează efect mecanic):

$$T = e \cdot E \quad \Rightarrow F/A = e \cdot U / \ell \quad \Rightarrow F = U \cdot e \cdot A / \ell \quad (9)$$

Forța apărută va pune în mișcare sistemul de masă " $m$ " (generează o forță de inerție " $m \cdot d^2s/dt^2$ "), elasticitate " $k$ " (generează forța elastică " $k \cdot s$ ") și eventual pierderi " $r$ " (generează forță disipativă " $r \cdot ds/dt$ "):

$$F = k \cdot s + r \cdot ds/dt + m \cdot d^2s/dt^2 \quad (10)$$

Deformarea rezultată din acțiunea forței va determina circulația prin sistemul electric a unei sarcini suplimentare  $Q_2$  (cauza este mecanică, o deformare, efectul electric, o polarizare) datorită polarizării cristalului prin efect piezoelectric:

$$P = e \cdot S \quad \Rightarrow Q_2/A = e \cdot s / \ell \quad \Rightarrow Q_2 = s \cdot e \cdot A / \ell \quad (11)$$

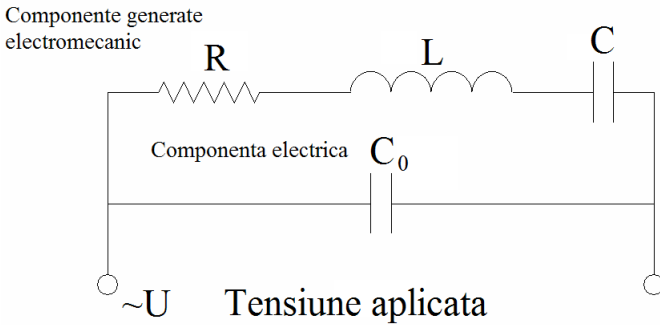
Notând " $a = e \cdot A / \ell$ " **factorul de cuplaj electromecanic** și folosind (9) și (11), putem transforma relația forței (10) într-o relație de mărimi electrice:

$$U = Q_2 / C + R \cdot i_2 + L \cdot di_2 / dt \quad (12)$$

$$C = a^2/k, \quad R = r/a^2, \quad L = m/a^2 \quad (13)$$



Fiindcă sarcina totală absorbită de la sursă este:  $Q=Q_1+Q_2$ , derivarea după timp ne dă o relație între curenți:  $i = i_1 + i_2$ , care determină schema electrică a oscilatorului piezoelectric: capacitatea proprie a plăcii piezoelectrice  $C_0$  în paralel cu circuitul rezonant RLC, în care mărimile electrice  $R$ ,  $L$  și  $C$  sunt date de proprietățile mecanice ale sistemului și de factorul de cuplaj electromecanic "a".



Modelul electric al rezonatorului piezoelectric (buzzer)

### Montajul experimental

Rezonatorul piezoelectric (un buzzer) în serie cu ampermetrul de curent alternativ este alimentat de la sursa de semnal sinusoidal de frecvență și tensiune cunoscute. Se măsoară curentul prin circuit în funcție de frecvența semnalului. Se fac citiri mai dese ale curentului pentru valori de frecvență apropiate de frecvența de rezonanță, atât rezonanță serie cât și rezonanță paralel. Valorile se trec în tabelul pentru datele experimentale. Se calculează impedanța cu relația lui Ohm:

$$Z = U/I \tag{14}$$

### Analiza rezultatelor

Se reprezintă grafic curentul prin circuit și valoarea impedanței (pe axa Oy) în funcție de frecvență (pe axa Ox). Se determină frecvența de rezonanță serie din minimumul impedanței (maximumul curentului) și frecvența rezonanței paralel din maximumul impedanței (minimum al curentului prin circuit).



## 10 Studiul conductivității electrice a metalelor

### Considerații teoretice

Curentul electric este o mișcare dirijată de sarcini electrice ca urmare a aplicării unui câmp electric. Această mișcare ordonată se suprapune peste mișcarea haotică de agitație termică. La metale, purtătorii de sarcină ce formează curentul de conducție sunt electronii din banda de valență parțial ocupată. Ei creează într-o porțiune din interiorul conductorului de secțiune  $\Delta S$ , prin care trece sarcina  $\Delta Q$  în timpul  $\Delta t$ , *densitatea de curent "j"* a cărei mărime este:

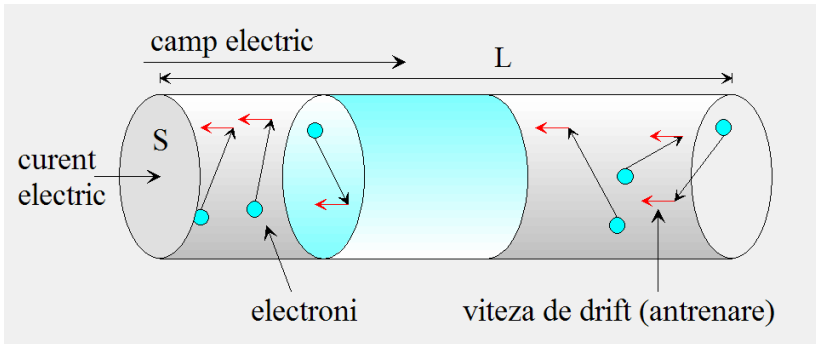
$$j = \Delta Q / (\Delta S \cdot \Delta t) \quad [j]_{SI} = A/m^2 \quad (1)$$

iar sensul e dat de sensul de deplasare al sarcinilor pozitive în câmpul  $\mathbf{E}$ . Pe de altă parte  $\Delta Q$  este sarcina cuprinsă în volumul  $\Delta V = \Delta S \cdot v_d \cdot \Delta t$  (sarcinile mai depărtate decât  $v_d \cdot \Delta t$  nu ajung la  $\Delta S$ ) și este dată de:

$$\Delta Q = n \cdot e \cdot v_d \cdot \Delta S \cdot \Delta t \quad (2)$$

unde:

- $v_d$  – este viteza medie de transport a electronilor în conductor sub acțiunea câmpului  $\mathbf{E}$ , numită *viteză de drift* sau antrenare;
- $n \cdot e$  – densitatea de sarcină electrică din interiorul conductorului (sarcina electrică elementară, a unui electron,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ ).



Circulația electronilor într-un conductor.

Atunci din (1) și (2) se obține pentru densitatea de curent expresia:

$$\mathbf{j} = n \cdot e \cdot \mathbf{v}_d \quad (3)$$

Din relația (3) se vede că sensul și direcția vectorului  $\mathbf{j}$ , densitatea de curent, este dat de sensul și direcția vectorului " $e \cdot \mathbf{v}$ ", sarcina electrică ori viteza. Deci "sensul" curentului electric nu este "convențional" ci este stabilit de sensul și direcția vectorului sarcină electrică  $\times$  viteză.

Viteza de drift este mult mai mică decât viteza de agitație termică și este imprimată electronilor de câmpul electric  $\mathbf{E}$  în timpul  $\tau$  – timpul mediu dintre 2 ciocniri. Conform legii a 2-a lui Newton, accelerația imprimată electronului de către câmpul electric  $\mathbf{E}$  este:

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m = e \cdot \mathbf{E} / m \quad (4)$$

Viteza maximă atinsă de electron înainte de următoarea ciocnire este:

$$\mathbf{v} = \mathbf{a} \cdot \tau = (e \cdot \tau / m) \cdot \mathbf{E} \quad (5)$$

iar viteza medie a mișcării ordonate (viteza de drift, antrenare) va fi:

$$\mathbf{v}_d = [e \cdot \tau / (2 \cdot m)] \cdot \mathbf{E} \quad (6)$$

Coeficientul de proporționalitate din fața lui  $\mathbf{E}$  poartă denumirea de *mobilitate* a purtătorilor de sarcină electrică:

$$\mu = v_d / E = e \cdot \tau / (2 \cdot m) \quad [\mu]_{SI} = m^2 / (V \cdot s) \quad (7)$$

Ținând cont de (6), densitatea de curent (3) poate fi exprimată ca:

$$\mathbf{j} = \sigma \cdot \mathbf{E} \quad (8)$$

și poartă numele de *forma diferențială a legii lui Ohm*. Constanta de proporționalitate " $\sigma$ " reprezintă *conductivitatea electrică* și este:

$$\sigma = e^2 \cdot n \cdot \tau / (2 \cdot m) = n \cdot e \cdot \mu \quad [\sigma]_{SI} = \Omega^{-1} \cdot m^{-1} \quad (9)$$

Considerând densitatea de curent uniform distribuită în interiorul unui conductor de secțiune  $S$  și lungime  $L$  obținem din relația (6):

$$I = S \cdot \sigma \cdot U / L = U / (\rho \cdot L / S) = U / R \quad (10)$$

forma finală a legii lui Ohm. La conductorii cu secțiune constantă rezistența electrică se exprimă simplu:

$$R = \rho \cdot L / S \quad [R]_{SI} = \Omega \quad (11)$$

unde  $\rho = 1/\sigma$  – **rezistivitatea electrică**, caracterizează capacitatea unei substanțe de a conduce curentul electric  $[\rho]_{SI} = \Omega \cdot m$ . Rezistivitatea unui metal conținând atomi de impuritate are forma:

$$\rho = \rho_L + \rho_i \quad (12)$$

unde  $\rho_L$  este rezistivitatea produsă de agitația termică a ionilor din nodurile rețelei cristaline a metalului, *dependentă de temperatură*, iar  $\rho_i$  este rezistivitatea dată de împrăștierea undelor asociate electronilor pe atomii de impuritate ce perturbă periodicitatea rețelei (*nu depinde de temperatură*). Valoarea rezistivității este dată de natura substanței și de condițiile în care se află ea. Pentru metale rezistivitatea crește cu temperatura după o lege aproximativ liniară la temperaturi mari:

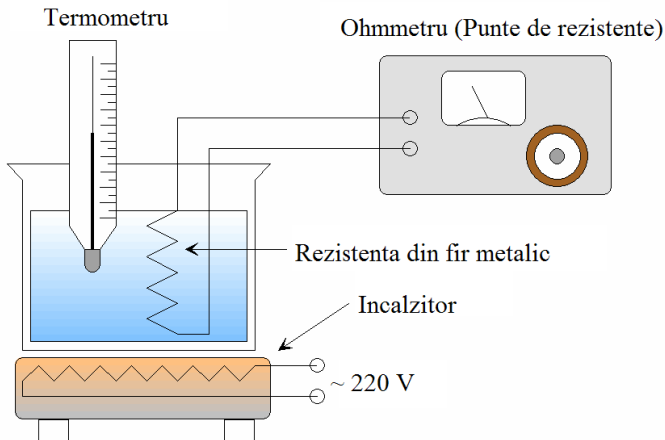
$$\rho = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \quad (13)$$

și definește un coeficient termic mediu al rezistivității:

$$\alpha = (1/\rho_0) \cdot \Delta\rho/\Delta T = (1/\rho_0) \cdot (\rho - \rho_0)/(T - T_0) \quad [\alpha]_{SI} = ^\circ C^{-1} \quad (14)$$

unde  $T_0 = 273 \text{ K}$ .  $\alpha \sim 1/273$  la majoritatea metalelor pure.

## Metoda experimentală



**Figura 1.** Instalația experimentală.

Instalația experimentală (figura 1) conține o rezistență din fir metalic, introdusă într-un vas termostată, așezat pe un încălzitor electric. Un

termometru măsoară temperatura din 5 în 5°C și ohmmetrul măsoară rezistența electrică la respectiva temperatură. Datele se trec în tabel.

### Prelucrarea datelor experimentale

Se calculează rezistivitatea  $\rho$  ținând cont că sârma de cupru bobinată pe carcasă are lungimea  $L=65\text{m}$  și  $D=0,12\text{mm}$  (pentru rezistența din platină  $L=1,85\text{m}$  și  $D=0,05\text{mm}$ ):

$$\rho = R \cdot S / L = R \cdot [\pi \cdot D^2 / (4 \cdot L)] \quad (15)$$

Se calculează conductivitatea  $\sigma = 1/\rho$ . Rezultatele se trec în tabel.

Din graficul rezistență electrică  $R$  (pe Oy) în funcție de temperatura  $t$  (pe Ox) se determină coeficientul de temperatură al rezistivității,  $\alpha$ , utilizând 2 puncte cât mai depărtate de pe dreaptă și relația:

$$R_1/R_2 = R_0(1 + \alpha \cdot t_1) / R_0(1 + \alpha \cdot t_2) \Rightarrow \alpha = (R_1 - R_2) / (R_2 \cdot t_1 - R_1 \cdot t_2) \quad (16)$$

### Tabelul pentru datele experimentale

R [ $\Omega$ ]	
t [ $^{\circ}\text{C}$ ]	
$\rho$ [ $\Omega \cdot \text{m}$ ]	
$\sigma$ [ $\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ ]	
$\mu$ [ $\text{m}^2 / (\text{V} \cdot \text{s})$ ]	

Calculează mobilitatea  $\mu = \sigma / (n \cdot e)$ . Fiindcă concentrația electronilor de conducție este de 1 electron/atom și la cupru  $A = 63 \text{ kg/kmol}$ ,  $d = 8900 \text{ kg/m}^3$  și  $N_A = 6,02 \cdot 10^{26} \text{ atomi/kmol}$ , avem:  $n = d \cdot N_A / A$  (la Pt:  $A = 195 \text{ kg/kmol}$ ,  $d = 21450 \text{ kg/m}^3$ )

Se reprezintă pe același grafic  $\rho = \rho(t)$  și  $\mu = \mu(t)$ .

Se calculează durata drumului liber  $\tau = \mu \cdot m / e$  la  $t_{\text{cameră}}$ .

## 11 Studiul Termistorului (semiconductorul pur)

### Considerații teoretice

Conductivitatea electrică  $\sigma$  depinde de parametrii microscopici ai materialului conform relației:

$$\sigma = n \cdot q \cdot \mu = n \cdot q^2 \cdot \tau / m \quad (1)$$

unde:  $n$  - număr de purtători de sarcină din unitatea de volum;  
 $q$  - sarcina elementară a purtătorilor ( $1,6 \cdot 10^{-19}$  C);  
 $m$  - masa unui purtător de sarcină (electron  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg);  
 $\tau$  - timpul mediu între două ciocniri ale purtătorilor;  
 $\mu = q \cdot \tau / m$  - mobilitatea purtătorilor de sarcină.

Într-un semiconductor intrinsec (pur) sunt două tipuri de purtători de sarcină electrică liberi, electronii (densitate  $n$ ) și golurile (densitate  $p$ ), de aceea relația conductivității lui este:

$$\sigma = n \cdot q \cdot \mu_n + p \cdot q \cdot \mu_p \quad (2)$$

În semiconductor densitatea de purtători,  $n$  și  $p$ , crește cu temperatura, iar mobilitatea  $\mu$  scade cu creșterea temperaturii prin intermediul timpului dintre ciocniri  $\tau$ . În condiții de echilibru este valabilă **legea acțiunii maselor**:

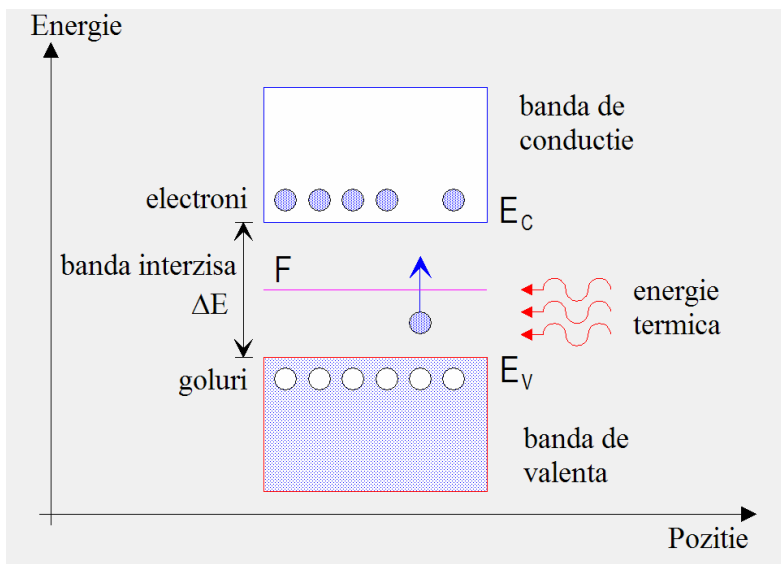
$$n \cdot p = N_c \cdot N_v \cdot e^{-\Delta E / (k \cdot T)} \quad (3)$$

unde:

- $k$  – constanta Boltzmann ( $1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K =  $8,62 \cdot 10^{-5}$  eV/K);
- $T$  – temperatura semiconductorului;
- $\Delta E$  – lărgimea zonei interzise a semiconductorului;
- $N_c$  – densitatea efectivă a stărilor din banda de conducție;
- $N_v$  – densitatea efectivă a stărilor din banda de valență;

Într-un semiconductor intrinsec (pur) densitatea de electroni  $n$  din banda de conducție este egală cu densitatea golurilor  $p$  din banda de valență (câți electroni sunt în banda de conducție, atâtea goluri au rămas în banda de valență),  $n = p$ . Folosind relația (3) găsim:

$$n = p = (N_c \cdot N_v)^{1/2} \cdot e^{-\Delta E / (2 \cdot k \cdot T)} \quad (4)$$



**Figura 1.** Într-un semiconductor intrinsec energia termică crează tot atâtea goluri în banda de valență câți electroni mobili în banda de conducție.

Atât  $N_c$  cât și  $N_v$  depind slab de temperatură ca  $T^{3/2}$ , față de factorul exponențial. Deducem pentru conductivitatea (2) relația:

$$\sigma = q \cdot (\mu_n + \mu_p) \cdot (N_c \cdot N_v)^{1/2} \cdot e^{-\Delta E / (2 \cdot k \cdot T)} = \sigma_0 \cdot e^{-\Delta E / (2 \cdot k \cdot T)} \quad (5)$$

Dependența de temperatură a conductivității este dată exponențială, celelalte dependențe de temperatură ( $\mu_n$ ,  $\mu_p$ ,  $N_c$ ,  $N_v$ ) fiind în primă aproximație neglijabile. Fiindcă rezistivitatea este:

$$\rho = 1/\sigma = \rho_\infty \cdot e^{\Delta E / (2 \cdot k \cdot T)} \quad (6)$$

atunci rezistența electrică a materialului semiconductor va fi:

$$R = \rho \cdot L / S \quad (7)$$

Pentru cazul termistorului rezistența sa electrică este catalogată sub forma:

$$R = A \cdot e^{B/T} \quad B = \Delta E / (2 \cdot k_B) \quad (8)$$

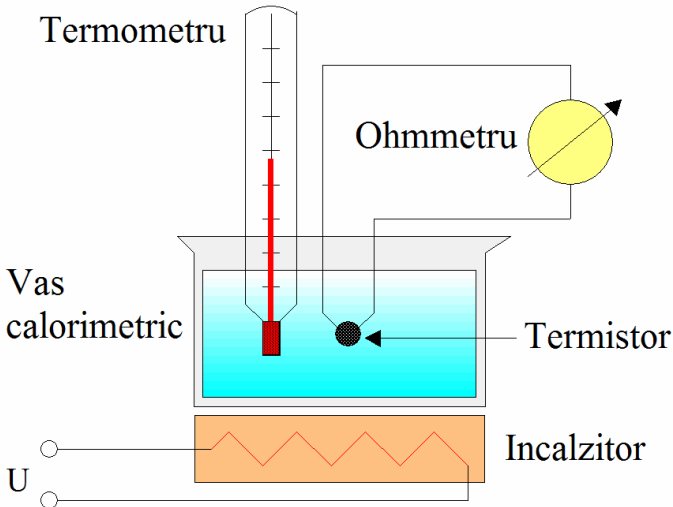
De remarcat că factorul A depinde de geometria dispozitivului (S și L), dar constanta B depinde doar de tipul materialului utilizat pentru



confecționarea termistorului ( $B = \Delta E / (2 \cdot k_B)$ ). În cataloage se oferă și coeficientul termic al rezistenței electrice  $\alpha$  (de obicei la temperatura de  $25^\circ\text{C}$ ,  $[\alpha]_{SI} = \%/grad$ ) definit ca:

$$\alpha = (1/R) \cdot (dR/dT) = -B/T^2 \quad (9)$$

## Dispozitivul experimental



**Figura 2.** Aranjamentul experimental pentru măsurarea rezistenței electrice a termistorului în funcție de temperatură.

Termistorul se plasează într-un vas calorimetric ce-și modifică temperatura cu ajutorul încălzitorului. Temperatura se măsoară cu termometrul. Rezistența electrică a termistorului se măsoară cu ohmmetrul.

Pentru a măsura corect temperatura termistorului este necesar ca acesta să se afle cât mai aproape de bulbul termometrului, astfel ca temperatura indicată de termometru să fie temperatura termistorului.

## Modul de lucru

Se realizează montajul experimental conform schemei și se alimentează încălzitorul, pornind de la tensiuni mici. Din  $5$  în  $5^\circ\text{C}$  se



## 12 Măsurarea rezistențelor electrice cu puntea

### Considerații teoretice

Rezistența electrică a unui cilindru cu lungimea  $L$  și secțiunea  $S$  se calculează cu relația:

$$R = \rho \cdot L/S \quad [R]_{SI} = \Omega \text{ (Ohm-i)} \quad (1)$$

unde  $\rho$  este **rezistivitatea electrică**, măsurată în ohm·ori metru ( $\Omega \cdot m$ ), o constantă de material.

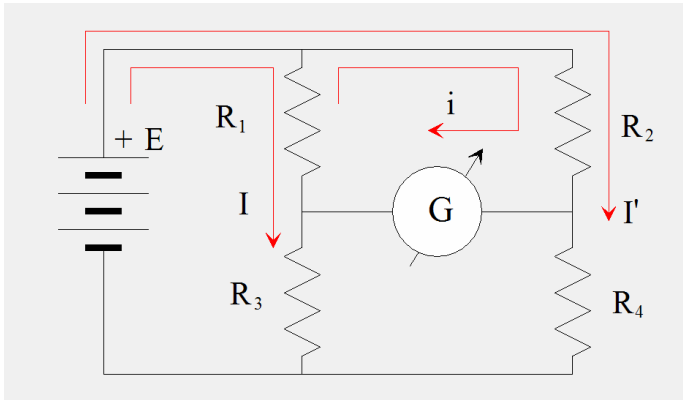
Există numeroase metode de măsurare a rezistențelor diferind după specificul și mărimea rezistenței de măsurat, precizia urmărită și aparatele de măsură utilizate. Metodele în punte utilizate în condiții de laborator oferă precizia maximă, în timp ce metodele industriale, a ampermetrului și voltmetrului sau a ohmetrelor, oferă posibilitatea unor determinări mai rapide dar mai puțin exacte.

Metoda în punte se bazează pe metoda de comparație, fiind analogă cu metodele de compensație utilizate la măsurarea tensiunilor. Cele mai utilizate sunt *puntea Wheatstone* (figura 1) cu care se măsoară rezistențe între  $1\Omega$  și  $1M\Omega$  și puntea Thomson pentru rezistențe între  $1\Omega$  și  $10^{-6}\Omega$ . Puntea Wheatstone este o rețea cu patru noduri, având pe laturi rezistențe, pe o diagonală sursa de alimentare și pe cealaltă diagonală galvanometrul, un instrument de măsurat curenți mici.

Principiul metodei de măsurare constă în echilibrarea punții, adică anularea curentului prin diagonală galvanometrului. *Metoda curenților circulari*, echivalent *legile lui Kirchhoff*, dau sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} I \cdot (R_1 + R_3) - i \cdot R_1 = E \\ I' \cdot (R_2 + R_4) + i \cdot R_2 = E \\ I \cdot R_4 - i \cdot r - I \cdot R_3 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

- $I$  = curentul circular de la sursa  $E$  prin rezistențele  $R_1$  și  $R_3$ ;
- $I'$  = curentul circular de la sursa  $E$  prin rezistențele  $R_2$  și  $R_4$ ;
- $i$  = curentul circular prin rezistența internă a aparatului de măsură  $r$  și rezistențele  $R_1$  și  $R_2$ .



**Figura 1.** Puntea Wheatstone.

Relația (2) se poate rescrie ca:

$$\begin{cases} I = E/(R_1+R_3) + i \cdot R_1 / (R_1 + R_3) \\ I' = E/(R_2+R_4) - i \cdot R_2 / (R_2+R_4) \\ \left\{ \begin{array}{l} E \cdot [R_4 / (R_2+R_4) - R_3 / (R_1+R_3)] \\ i = \frac{E \cdot [R_4 / (R_2+R_4) - R_3 / (R_1+R_3)]}{[r + R_1 \cdot R_3 / (R_1+R_3) + R_2 \cdot R_4 / (R_2 + R_4)]} \end{array} \right. \end{cases} \quad (3)$$

Curentul "i" prin instrument se anulează dacă anulăm numărătorul:

$$R_1 / R_3 = R_2 / R_4 \quad (4)$$

Relația (4) constituie *condiția de echilibru a punții* Wheatstone și ea determină o rezistență când sunt cunoscute celelalte trei. Realizarea echilibrului presupune ca anumite rezistențe să fie variabile. Dacă  $R_3$  este rezistența necunoscută o determinăm din (4):

$$R_x = R_3 = R_1 \cdot (R_4 / R_2) \quad (5)$$

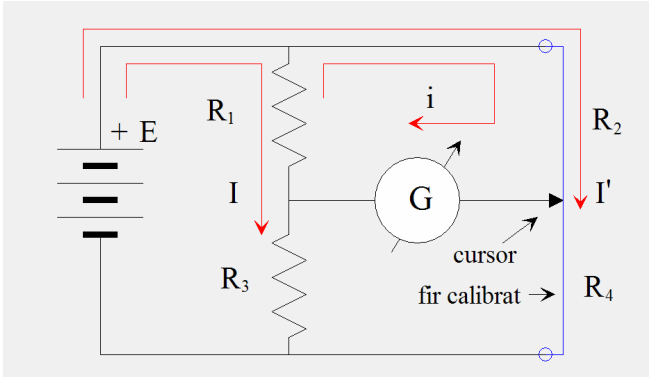
Valoarea lui  $R_x$  depinde de  $R_1$  și de raportul  $R_4/R_2$ , dar *nu depinde* de tensiunea de alimentare sau de liniaritatea instrumentului de măsură!

*Puntea cu fir calibrat* se realizează cu ajutorul unui rezistor cu fir calibrat de lungime  $L$  și un cursor ce glisează pe fir (figura 2), raportul rezistențelor  $R_4/R_2$  e variabil, funcție de poziția cursorului.

Fiindcă rezistențele  $R_2$  și  $R_4$  sunt proporționale cu lungimile  $L_2$  și  $L_4$  în care cursorul împarte firul conductor, relația (5) devine:

$$R_x = R_1 \cdot (L_4 / L_2) \quad (6)$$

unde  $R_1$ , *rezistența etalon*, are o valoare cunoscută.



**Figura 2.** Puntea cu fir calibrat.

Puntea Wheatstone poate fi construită direct din elemente dar sunt și punți gata fabricate. O mai bună precizie avem cu rezistență variabilă și raport menținut constant. Concret, raportul  $R_2/R_4=1$  (aici e maximă sensibilitatea), iar relația (5) de echilibru al punții se reduce la:

$$R_x \equiv R_3 = R_1 \quad (7)$$

unde  $R_1$  e o rezistență variabilă, de obicei o cutie cu rezistențe cu valori decadice (1, 2, 3,..., 8, 9; 10, 20, 30, ..., 80, 90; 100, 200, ... $\Omega$ )

Domeniul de măsurare al punților Wheatstone este limitat între  $1\Omega$  și  $1M\Omega$ . Rezistențele sub  $1\Omega$  se măsoară cu erori prea mari datorită rezistențelor legăturilor și contactelor de la bornele de legare, iar în cazul rezistențelor de peste  $1M\Omega$ , din cauza reducerii sensibilității punții datorită micșorării curentului prin laturile punții.

### Metoda experimentală

Dispozitivul experimental (figura 2) are un fir calibrat suprapus peste o riglă gradată. Ca rezistență  $R_1$  se folosește o cutie de rezistențe, iar rezistențele necunoscute sunt firele metalice întinse pe planșetă.

Deplasează cursorul până când acul galvanometrului indică 0. Citește pentru această poziție valorile  $L_2$  și  $L_4$  și trece datele în tabel.



## 13 Măsurarea capacităților și inductanțelor

### Considerații teoretice

Într-un circuit de curent alternativ capacitățile și inductanțele opun rezistență la trecerea curentului electric. Mărima acestei rezistențe este dată de valoarea reactanței capacitive pentru condensatori:

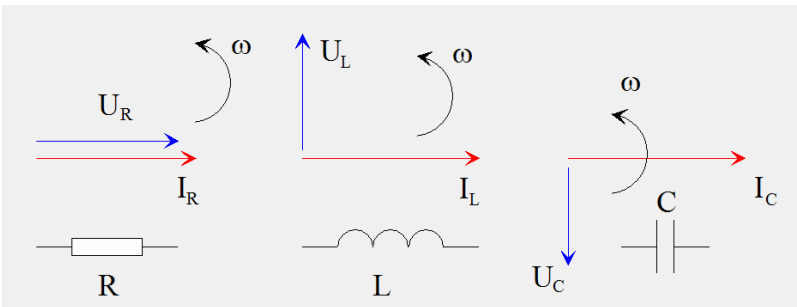
$$X_C = 1/(\omega \cdot C) \quad [X_C]_{SI} = \Omega \quad (1)$$

respectiv de reactanța inductivă pentru bobina ideală:

$$X_L = \omega \cdot L \quad [X_L]_{SI} = \Omega \quad (2)$$

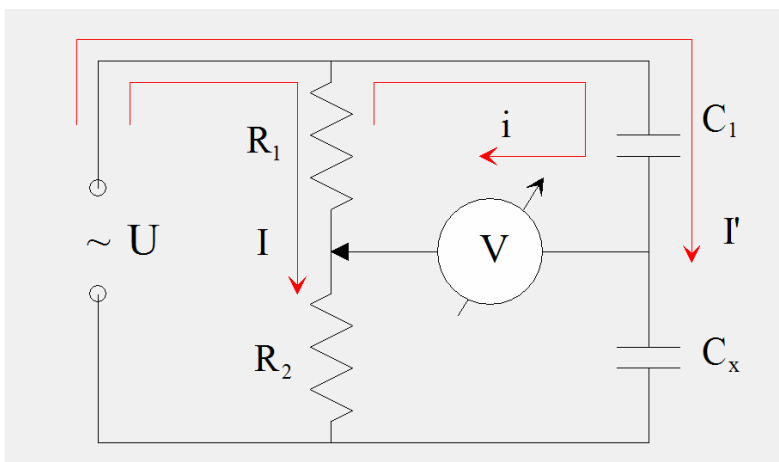
unde:  $C$  – capacitatea condensatorului,  $[C]_{SI} = F$ ,  
 $L$  – inductanța bobinei,  $[L]_{SI} = H$ ,  
 $\omega$  – pulsația, ( $=2 \cdot \pi \cdot f$ ,  $f$  frecvența, Hz).

În curent alternativ reactanțele joacă rolul rezistențelor din circuitele de curent continuu, dar trebuie să ținem seama că reactanțele defazează curentul față de tensiune, ca în figura 1.



**Figura 1.** Defazajele introduse de rezistență, bobină și condensator.

Dintre metodele de măsurare a inductanțelor și capacităților, cele mai precise sunt metodele în punte. După schema punții Wheatstone se realizează și punțile de curent alternativ cu patru impedanțe montate pe laturile punții, pe o diagonală sursa de tensiune alternativă, iar pe cealaltă diagonală un instrument de zero sensibil la curent alternativ: galvanometru, milivoltmetru, cască telefonică.



**Figura 2.** Puntea Sauty pentru măsurarea capacităților.

Figura 2 prezintă o punte pentru măsurarea capacităților (puntea Sauty). Această punte se folosește în cazul condensatoarelor de calitate similară, având pierderile în dielectric mici și apropiate ca valoare. Echilibrând puntea instrumentul indică un minim, nu zero, din cauza defazajului. Defazajul e mult mai mic, iar minimul poate deveni chiar zero inversând rolul diagonalelor din punte, alimentarea și instrumentul de măsură. Indiferent de ce configurație s-a ales, la echilibru se realizează condiția:

$$R_1 / R_2 = X_1 / X_2 = C_x / C_1 \quad C_x = C_1 \cdot R_1 / R_2 \quad (3)$$

Dacă rezistențele  $R_1$  și  $R_2$  sunt realizate prin deplasarea unui cursor pe un fir calibrat, raportul rezistențelor este și raportul lungimilor delimitate pe fir de cursor, deci:

$$C_x = C_1 \cdot \ell_1 / \ell_2 \quad (4)$$

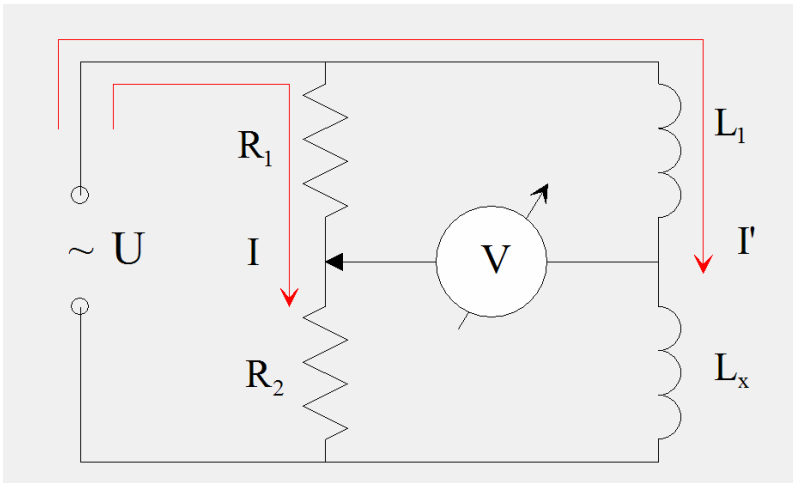
Măsurarea inductanțelor se face cu puntea Maxwell, figura 3, ce se folosește în cazul bobinelor ideale (rezistența neglijabilă față de reactanța inductivă) sau în cazul când  $L_x$  și  $L_1$  au același factor de putere (raportul  $L/R$  constant). La echilibru:

$$R_1 / R_2 = X_1 / X_2 = L_1 / L_x \quad L_x = L_1 \cdot R_2 / R_1 \quad (5)$$

iar dacă puntea este cu fir calibrat:

$$L_x = L_1 \cdot \ell_2 / \ell_1 \quad (6)$$





**Figura 3.** Punte Maxwell pentru măsurarea inductanțelor.

Pe lângă punțile specifice măsurării rezistențelor, capacităților sau inductanțelor, sunt și punți universale (RLC) ce permit măsurarea, cu ajutorul aceluiași elemente variabile, atât a rezistențelor cât și a inductanțelor și capacităților. Alimentarea generală a punții se face de la rețeaua industrială la 50 Hz, în interiorul aparatului se află un generator electronic stabilizat, care produce o tensiune alternativă la 1 kHz și un redresor pentru alimentarea punții cu tensiune continuă. Erorile de măsurare sunt uzual de ordinul a 10%.

## Metoda experimentală

**Dispozitivul experimental** este schițat în figura 2. Cursorul se deplasează pe firul calibrat, iar o cască telefonică, ca aparat de nul, sesizează echilibrarea punții când sunetul este minim ca intensitate. Alături de firul calibrat există o riglă gradată pentru măsurarea lungimilor  $l_1$  și  $l_2$ . Puntea este alimentată de la o sursă de curent alternativ. Pe masa de lucru se află și o punte universală RLC.

Se execută montajul din figura 2, cu capacități. Se echilibrează puntea și în această poziție a cursorului se notează valorile  $l_1$  și  $l_2$  față de capetele firului calibrat.

Se înlocuiesc în montaj capacitățile cu inductanțe (figura 3) și se echilibrează puntea. Se trec în tabelul de dare valorile  $\ell_1$  și  $\ell_2$  ale poziției cursorului față de capetele firului calibrat.

Se măsoară capacitățile și inductanțele necunoscute folosind puntea universală și se notează valorile  $C'$  și  $L'$  obținute.

### Analiza datelor experimentale

Se calculează capacitățile necunoscute folosind relația (4) și inductanțele necunoscute cu relația (6). Datele se trec în tabel.

Erorilor se estimează considerând  $\Delta C = \Delta L = 0$  și  $\Delta \ell_1 = \Delta \ell_2 = \Delta \ell$ :

$$\Delta C_x / C_x = \Delta L_x / L_x = \Delta \ell \cdot (\ell_1 + \ell_2) / (\ell_1 \cdot \ell_2) \quad (7)$$

### Tabelul pentru capacități

Nr.	$C_1$ ( $\mu\text{F}$ )	$\ell_1$ (m)	$\ell_2$ (m)	$C_x$ ( $\mu\text{F}$ )	$C'$ ( $\mu\text{F}$ )	$\Delta C_x / C_x$ (%)

### Tabelul pentru inductanțe

Nr.	$L_1$ (mH)	$\ell_1$ (m)	$\ell_2$ (m)	$L_x$ (mH)	$L'$ (mH)	$\Delta L_x / L_x$ (%)

## 14 Studiul circuitului RC

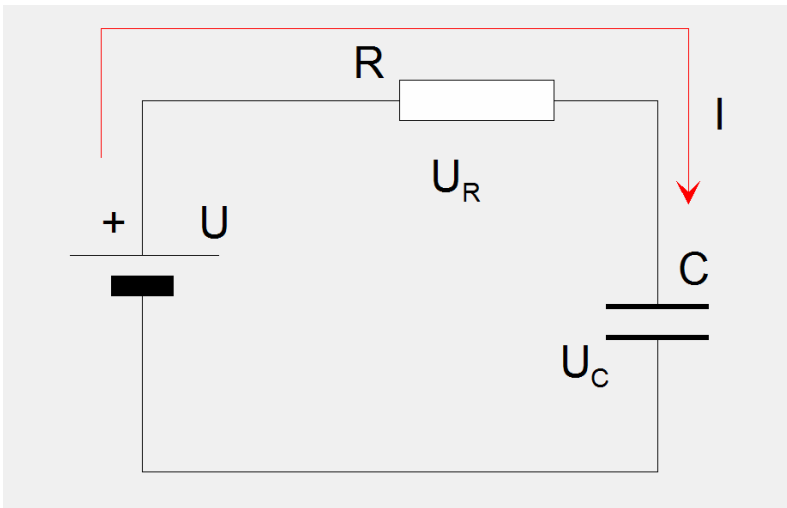
### Considerații teoretice

De la sursa de tensiune constantă " $U$ " **încărcăm un condensator "C"** prin intermediul unei rezistențe " $R$ ", legate în serie. Tensiunea pe condensator " $U_C$ " însumată cu tensiunea pe rezistență " $U_R$ " este egală cu tensiunea constantă de la sursa de alimentare (legea Kirschhoff a tensiunilor  $\sum_{\text{ochi}} V=0$ ):

$$U=U_R +U_C \quad (1)$$

unde  $U_R = RI$  (legea lui Ohm) și  $U_C = q/C$  (din definiția capacității electrice). Fiind o legare în serie aceeași sarcină electrică trece prin rezistență și condensator, și de aici putem rescrie relația (1) ca:

$$U=R \cdot I + q/C= R \cdot I + \int I \cdot dt /C = R \cdot dq/dt + q/C \quad (2)$$



**Figura 1.** Circuit RC.

Soluția ecuației este:

$$q = C \cdot U \cdot (1 - e^{-t/(R \cdot C)}) = q_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad (3)$$

$$\tau = R \cdot C \quad [\tau]_{SI} = [\Omega \cdot F] = [(V/A)(C/V)] = s \quad (4)$$

unde  $\tau = R \cdot C$  este **constantă de timp** a circuitului și  $q_0 = C \cdot U$  este sarcina maximă în condensator.

Expresia curentului electric prin circuit în funcție de timp va fi:

$$I = dq/dt = (q_0/\tau) \cdot e^{-t/\tau} = (U/R) \cdot e^{-t/(R \cdot C)} \quad (5)$$

Din relațiile (3) și (5) tensiunile pe condensator și rezistență sunt:

$$U_C(t) = q/C = U \cdot (1 - e^{-t/(R \cdot C)}) = U - U \cdot e^{-t/(R \cdot C)} \quad (6a)$$

$$U_R(t) = R \cdot I = U \cdot e^{-t/(R \cdot C)} \quad (6b)$$

Se observă din (6) că

$$U_C/U = q/q_0 = 1 - e^{-t/(R \cdot C)} \quad (7)$$

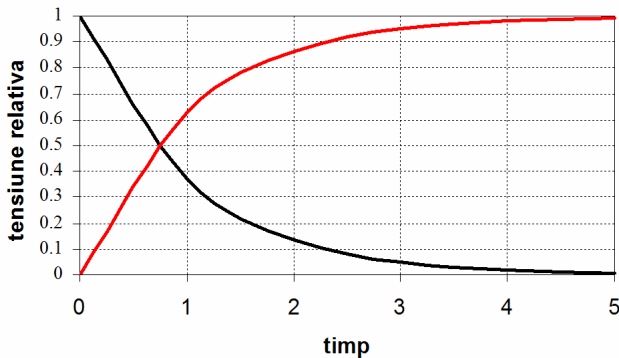
$$U_R/U = I/I_{\max} = e^{-t/(R \cdot C)}. \quad (8)$$

unde

$$I_{\max} = U/R. \quad (9)$$

Găsim că:

$$U_R/U = 1 - (U_C/U) = e^{-t/(R \cdot C)}. \quad (10)$$



**Figura 2.** Reprezentarea grafică în funcție de timp ( $t/\tau$ , cu constanta de timp ca unitate) a tensiunii relative pe condensator ( $U_C/U_{\text{alim}}$ , linia roșie) și a tensiunii relative pe rezistență ( $U_R/U_{\text{alim}}$ , linia neagră) sau a curentului prin circuit.

Reprezentând grafic mărimea:

$$\ln [1-(U_c/U)] = \ln (U_R /U) = -t/(R \cdot C) \quad (11)$$

în funcție de timp, obținem o dreaptă ce trece prin origine, cu panta:

$$\operatorname{tg}\alpha = -1/(RC) \quad (12)$$

**La descărcarea unui condensator** pe o rezistență legată în paralel la bornele sale, tensiunea pe condensator este egală și de sens contrar tensiunii pe rezistență (vezi relația (1) în care se pune  $U=0$ ):

$$U_R + U_C = 0 \quad \Rightarrow \quad R \cdot dq/dt = -q/C \quad (13)$$

Soluția ecuației este:

$$q = q_i \cdot e^{-t/\tau} \quad (14)$$

unde " $q_i$ " este sarcina inițială pe condensator, corespunde tensiunii inițiale  $U_i$  pe condensator și pe rezistență (sunt în paralel acum). Din relațiile (13) și (14) găsim variația în timp a tensiunii pe rezistență:

$$U_R = -R \cdot dq/dt = (Rq_i/RC) \cdot e^{-t/\tau} = U_i \cdot e^{-t/\tau}. \quad (15)$$

La fel ca la încărcarea capacității și la descărcarea ei avem:

$$\ln (U_R /U_i) = -t/(R \cdot C)$$

## Dispozitivul experimental

Dispozitivul experimental conține condensatorul electrolitic de mare capacitate (1000  $\mu\text{F}$ ), o rezistență (100  $\text{k}\Omega$ ), un voltmetru, o sursă de tensiune, cabluri de legătură cu aligatori (crocodili) și un cronometru.

Execută montajul experimental conform schemei din figura 1 (atenție la polaritatea condensatorului electrolitic). Voltmetrul se leagă în paralel cu rezistența. Alimentează circuitul și concomitent dă drumul la cronometru. Citește valorile tensiunii pe rezistență la momentele: 0, 20, 40, 60, 120, 180, 240, 300 s, și trece-le în tabel.

După încărcarea condensatorului se desface legătura rezistenței la sursa de tensiune și se leagă la celălalt terminal al condensatorului, concomitent cu repornirea cronometrului. Se citesc valorile tensiunii pe rezistență la momentele: 0, 20, 40, 60, 120, 180, 240, 300 s, și se trec în tabel.

## Analiza rezultatelor

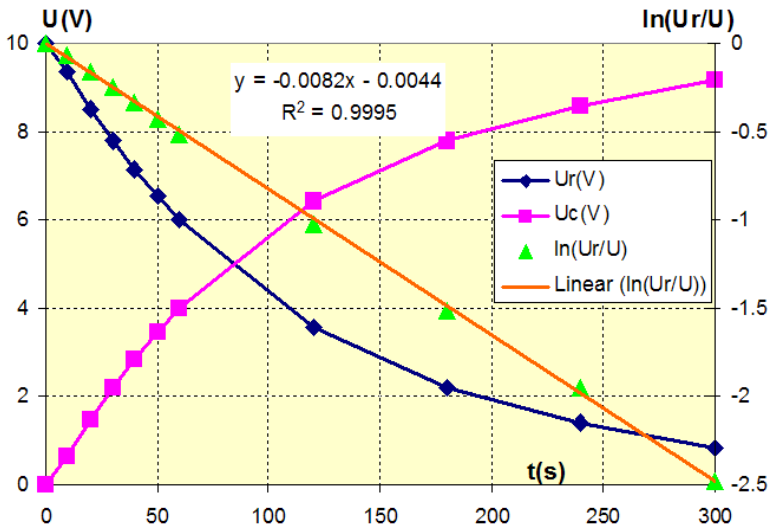
Reprezintă grafic mărimea " $\ln(U_R/U)$ " în funcție de timp (folosește semne sau culori diferite pentru punctele de la încărcare față de cele de la descărcare). Din dreapta ce trece prin origine, determină panta  $\text{tg}\alpha$ , folosind 2 puncte depărtate de pe dreaptă. Din valoarea pantei determină constanta de timp  $\tau = -1/\text{tg}\alpha$ . Compară constanta de timp  $\tau = R \cdot C$ , determinată din valorile cu care sunt marcate piesele cu constanta de timp determinată din măsurători.

Se reprezintă grafic tensiunile pe condensator și pe rezistență în funcție de timp la încărcare și la descărcare (opțional).

### Tabel cu rezultate experimentale la încărcarea condensatorului

Nr.	Timp (s)	$U_R$ (V)	$U_C$ (V)	$\ln(U_R/U)$	Observații
1	0				
2	20				
3	40				
4	60				
5	120				
6	180				
7	240				
8	300				

# Grafic



t(s)	Ur(V)	Uc(V)	ln(Ur/U)
0	10	0	0
10	9.37	0.63	-0.06507
20	8.53	1.47	-0.159
30	7.8	2.2	-0.24846
40	7.14	2.86	-0.33687
50	6.55	3.45	-0.42312
60	6	4	-0.51083
120	3.58	6.42	-1.02722
180	2.21	7.79	-1.50959
240	1.42	8.58	-1.95193
300	0.84	9.16	-2.47694

$\tau = 1000 / 8.2 = 122\text{s}$

$\tau = RC = 100\text{k} \cdot 1000\mu\text{F} = 100\text{s}$

# 15 Caracteristica curent-tensiune a diodei

## Teoria lucrării

Punând în contact un material semiconductor de tip **n** cu unul de tip **p**, electronii din stratul de tip **n** vor **difuza** către stratul de tip **p** unde se **recombină** cu golurile, iar golurile din stratul **p** vor difuza către stratul **n** unde se recombina cu electronii. La zona de contact apare un strat sărăcit în purtători mobili și încărcat electric fiindcă atomii donori, respectiv acceptori, ionizați rămân necompensați de sarcinile mobile. Procesul are loc până când nivelele Fermi ale celor 2 straturi se egalează datorită încărcării electrostatice -echilibru termodinamic. Se formează o barieră de potențial electric cu valoarea dată de relația:

$$q \cdot V_b = F_n - F_p = E_c - E_v + k \cdot T \cdot \ln [N_a \cdot N_d / (N_c \cdot N_v)] \quad (1)$$

unde:  $k$  - const. Boltzmann ( $1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K =  $8,62 \cdot 10^{-5}$  eV/K);

$q$  - sarcina elementară ( $1,6 \cdot 10^{-19}$  C);

$V_b$  - diferența de potențial de contact (de difuzie);

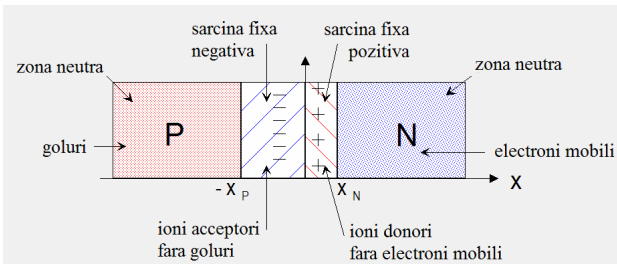
$F_{n(p)}$  - energia Fermi în stratul n (p);

$\Delta E = E_c - E_v$  - lărgimea zonei interzise;

$N_{d(a)}$  - concentrația atomilor donori (acceptori) în stratul n (p)

= concentrația electronilor (golurilor) în stratul n (p);

$N_{c(v)}$  - densitatea de stări în banda de conducție (valență).



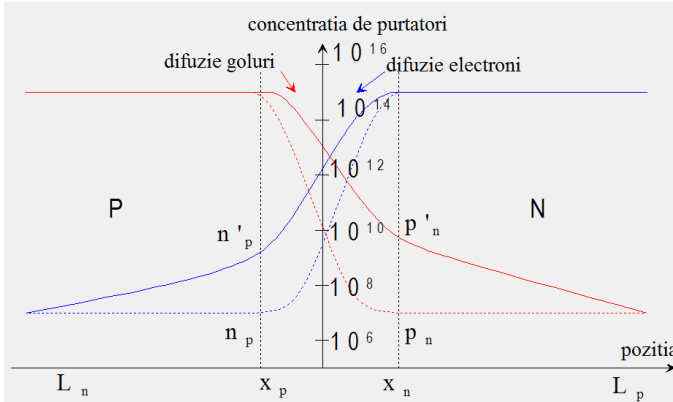
**Figura 1.** Lângă joncțiunea PN se formează un strat de baraj golit de sarcinile electrice mobile (electroni și goluri).

Stratul de baraj este sărăcit de purtători liberi și împiedică circulația purtătorilor de sarcină majoritari prin diodă. O tensiune directă din exterior va micșora grosimea stratului de baraj, modificând mult, cu



factorul  $e^{qU/(kT)}$ , concentrația purtătorilor minoritari ce difuzează la marginea stratului de baraj, modificarea purtătorilor majoritari fiind ne semnificativă:

$$p_n'(x_n) = p_n \cdot e^{qU/(kT)} \quad n_p'(-x_p) = n_p \cdot e^{qU/(kT)} \quad (2)$$



**Figura 2.** Concentrația de purtători cu (linii continue) și fără (linii întrerupte) tensiune directă aplicată. Tensiunea directă *injectează* electroni în zona P și goluri în zona N.

Curentul prin joncțiune e direct proporțional cu variația numărului de purtători minoritari la marginea stratului de baraj:

$$\Delta p_n(x_n) = p_n'(x_n) - p_n = p_n \cdot [e^{qU/(kT)} - 1] \quad (3)$$

$$\Delta n_p(-x_p) = n_p'(-x_p) - n_p = n_p \cdot [e^{qU/(kT)} - 1] \quad (4)$$

iar formula **caracteristicii curent-tensiune a joncțiunii p-n** (diodei semiconductoare) va fi:

$$I = I_0 \cdot (e^{qU/(m \cdot k \cdot T)} - 1) \quad (5)$$

unde:  $I_0 = S \cdot q \cdot (p_n \cdot D_p / L_p + n_p \cdot D_n / L_n)$  - **curentul invers**;

$D_p, D_n$  - coeficienții de difuzie (goluri, electroni);

$L_p, L_n$  - lungimea de difuzie (goluri, electroni);

$S$  - suprafața joncțiunii.

$U$  - diferența de potențial aplicată din exterior,

$U > 0$  **tensiuni directe**, "+" pe stratul p și "-" pe stratul n,

$U < 0$  **tensiuni inverse**, "-" pe stratul p, "+" pe stratul n.

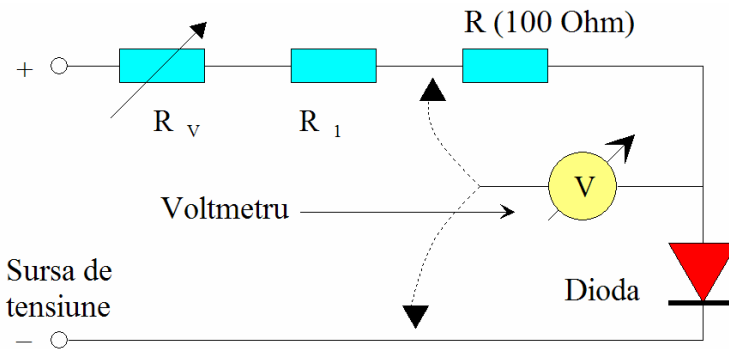
La tensiuni directe mai mari decât  $0,1V$  ( $\sim 4 \cdot k \cdot T/q$ ) exponențiala din (5) este mult mai mare decât 1 și **curentul direct** se poate *aproxima* cu relația:

$$I = I_0 \cdot e^{q \cdot U / (m \cdot k \cdot T)} \quad (6)$$

Mărimea "m" are valori între 1 și 2, fiind 1 când predomină curentul de difuzie în joncțiune și 2 când predomină curentul de recombinare.

### Dispozitivul experimental

Sursa stabilizată de tensiune alimentează circuitul cu schema din fig. 3. Modificarea valorii rezistenței  $R_v$ , stabilește curentul prin *diodă* (simbol o săgeată cu bară la vârf, coada săgeții este zona P, anodul, iar vârful săgeții, bara, este zona N, catodul). Rezistența  $R_1$  limitează curentul prin circuit, iar rezistența  $R$  este utilizată pentru măsurarea curentului prin circuit.



**Figura 3.** Montaj folosit pentru ridicarea caracteristicii I-U.

Se pot folosi diode cu siliciu care au tensiunea de deschidere de circa  $0,6V$  ( $U_D$  tensiunea peste care curentul prin dispozitiv crește mult, un util parametru practic în aplicații), sau diode luminescente ( $U_D \approx 1,8-2 V$ , când emit lumină roșie,  $>3 V$  când emit lumină albastră).

Fixează curentul prin diodă măsurând tensiunea pe rezistența  $R=100 \Omega$ . Recomand valorile 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20 (mA), tensiunile pe  $R$  fiind 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000 mV. Citește căderea



## 16 Influența temperaturii asupra diodei

### Teoria lucrării

Alimentând în curent constant o diodă, tensiunea ei directă variază în funcție de temperatură cu  $\sim -2\text{mV}/^\circ\text{C}$  (scade cu temperatura). Acest fenomen, corelat cu prețul redus al dispozitivului, face din diodă un senzor de temperatură foarte popular. Curentul prin diodă este:

$$I = I_0 \cdot (e^{qU/(kT)} - 1) \quad (1)$$

iar *curentul de saturație* are expresia:

$$I_0 = S \cdot q \cdot (p_n \cdot D_p / L_p + n_p \cdot D_n / L_n) \quad (2)$$

- $k$  - constanta Boltzmann ( $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} = 8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$ );
- $q$  - sarcina elementară ( $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ );
- $S$  - aria secțiunii transversale a joncțiunii;
- $D_p, D_n$  - coeficienții de difuzie pentru goluri și electroni;
- $L_p, L_n$  - lungimea de difuzie pentru goluri și electroni;
- $p_n$  - concentrația golurilor minoritare în zona n a joncțiunii;
- $n_p$  - concentrația electronilor minoritari în zona p;
- $U$  - diferența de potențial aplicată din exterior.

Dacă ținem seama că din legea acțiunii maselor:

$$n \cdot p_n = n_p \cdot p = N_c \cdot N_v \cdot e^{-\Delta E / (kT)} = n_i^2(T) \quad (3)$$

- $\Delta E = E_c - E_v$  este lărgimea zonei interzise;
- $p = N_a$  concentrația purtătorilor majoritari/acceptori (în zona p);
- $n = N_d$  concentrația purtătorilor majoritari/donori (în zona n);
- $n_i$  - concentrația intrinsecă de purtători în semiconductorul pur.

putem exprima concentrația purtătorilor minoritari ca:

$$p_n = n_i^2 / n = N_c \cdot N_v \cdot e^{-\Delta E / (kT)} / N_d \quad (4)$$

$$n_p = n_i^2/p = N_c \cdot N_v \cdot e^{-\Delta E / (kT)} / N_a \quad (5)$$

și atunci curentul de saturație se poate exprima ca:

$$I_o = I_o' \cdot e^{-\Delta E / (kT)}. \quad (6)$$

unde  $I_o'$  variază lent cu temperatura față de factorul exponențial:

$$I_o' = S \cdot q \cdot N_c \cdot N_v \cdot [D_p / (L_p \cdot N_d) + D_n / (L_n \cdot N_a)] \quad (7)$$

În consecință curentul prin diodă (1) ascultă de relația:

$$I = I_o' \cdot e^{-\Delta E / (kT)} \cdot (e^{qU / (kT)} - 1) \quad (8)$$

La tensiuni directe aplicate diodei mai mari decât 0,1 V ( $U > 4kT/q$ ), termenul exponențial din paranteză este mult mai mare decât 1 și se poate neglija 1, de unde putem rescrie curentul prin diodă ca:

$$I = I_o' \cdot e^{-\Delta E / (kT)} \cdot e^{qU / (kT)}. \quad (9)$$

Logaritmând expresia (9) și exprimând tensiunea  $U$  funcție de curent avem:

$$U = \Delta E / q + (k_B \cdot T / q) \cdot \ln (I / I_o') \quad (10)$$

Se observă că tensiunea pe diodă,  $U$ , la curent  $I$  constant este direct proporțională cu temperatura. Fiindcă  $I_o'$  este foarte mare comparativ cu  $I$ , logaritmul raportului  $I/I_o'$  este negativ, iar tensiunea  $U$  pe diodă scade la creșterea temperaturii, iar sensibilitatea termometrică este:

$$S = \Delta U / \Delta T = (k_B / q) \cdot \ln (I / I_o') < 0 \quad (11)$$

Se observă din (8) că la tensiuni inverse mari în valoare absolută ( $|U| > 4kT/q \sim 0,1V$ ), termenul exponențial din paranteză este mult mai mic decât 1 și se poate neglija. Curentul invers prin diodă, curent de saturație, va fi:

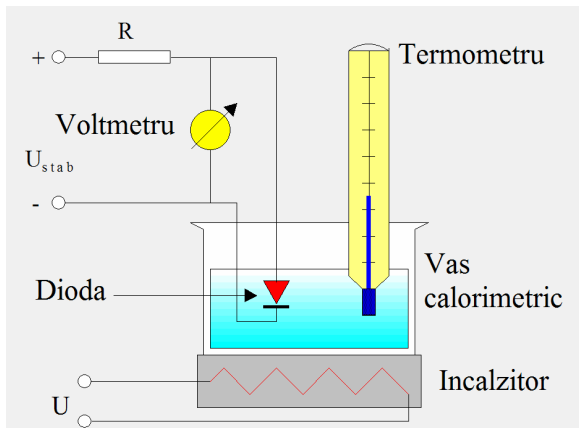
$$I_o = I_o' \cdot e^{-\Delta E / (kT)}. \quad (12)$$

Acest curent variază puternic cu temperatura, ca  $e^{-\Delta E / (kT)}$ , dar fiind un curent foarte mic (pentru diode mici dimensional) este mai greu de măsurat și e influențat ușor de zgomote electrice.

## Dispozitivul experimental

Dioda se plasează într-un vas calorimetric. Temperatura din vas este măsurată cu termometrul și se modifică cu ajutorul încălzitorului. Se stabilește curentul prin diodă prin intermediul tensiunii de alimentare folosite și a rezistenței  $R$  ( $I=U/R$ ). Tensiunea pe diodă se măsoară cu voltmetrul.

Pentru a măsura în mod corect temperatura diodei este necesar ca aceasta să se afle cât mai aproape de bulbul termometrului, astfel ca temperatura termometrului să fie și temperatura diodei. Din 5 în 5°C se citește temperatura și tensiunea pe diodă, pornind de la temperatura de 20 sau 25°C, până la maxim 70°C. Datele se trec în tabel.



Montajul experimental

## Analiza rezultatelor

Reprezintă grafic tensiunea diodei,  $U$ , în funcție de temperatura  $T$ , în grade Kelvin. Se calculează  $S$ , *sensibilitatea termometrică*, din panta dreptei alegând două puncte pe dreaptă ( $T_1, U_1$ ) cât mai depărtate între ele pentru a minimiza erorile:

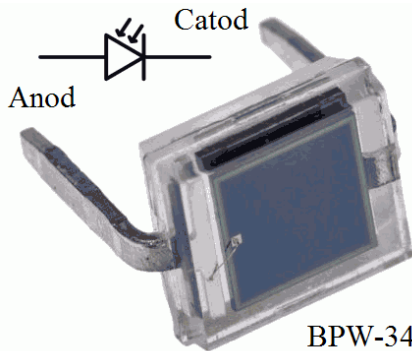
$$S = \Delta U / \Delta T = (U_2 - U_1) / (T_2 - T_1) \quad (<0) \quad (13)$$

Știind curentul  $I$  prin diodă se va calcula  $I_0'$  din relația (11) și (13) ca:



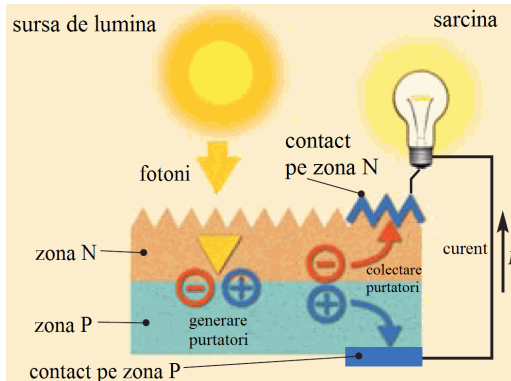
## Fotodioda BPW34

Folosim o fotodiodă PIN pentru a măsura cantitatea de lumină emisă de o diodă luminiscentă (LED) sau de o diodă laser, în scopul aflării randamentului energetic (eficienței energetice) a acestor dispozitive sau a randamentului cuantic (# fotoni emiși / # electroni injectați).



Fotodioda BPW 34, aspect și simbol.

## Principiul de funcționare



O fotodiodă sau o celulă solară este o joncțiune PN construită în așa fel ca să poată fi iluminată și astfel să genereze un curent electric cu care se poate alimenta un consumator extern (o sarcină). Fenomenul se produce fiindcă: (1) fotonul absorbit de semiconductor generează o pereche electron-gol în stratul de baraj al joncțiunii și (2) câmpul



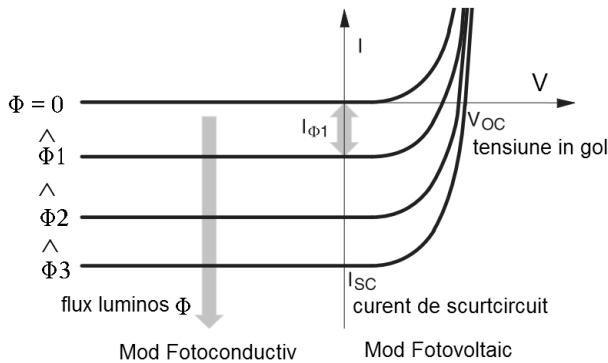
electric intern al jonctiunii separă perechea electron-gol, trimițând electronul spre zona N și golul spre zona P, unde electrozii îi preiau și-i trimit spre consumator.

### Curentul este proporțional cu fluxul luminos

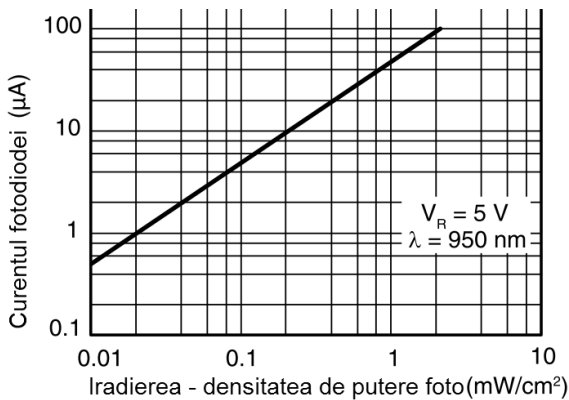
Caracteristica curent-tensiune a fotodiodei este descrisă de relația:

$$I = I_s \cdot (e^{qU/(kT)} - 1) - I_F.$$

$I_F$  este curentul generat de perechile electron-gol produse de fotonii absorbiți de fotodiadă, iar primul termen e neglijabil fiindcă  $I_s$  este foarte mic și paranteza (în modul) este de ordinul lui 1 deoarece  $U \leq 0$ , uzual ( $U$  este pozitiv doar dacă fotodiada este în mod fotovoltaic).

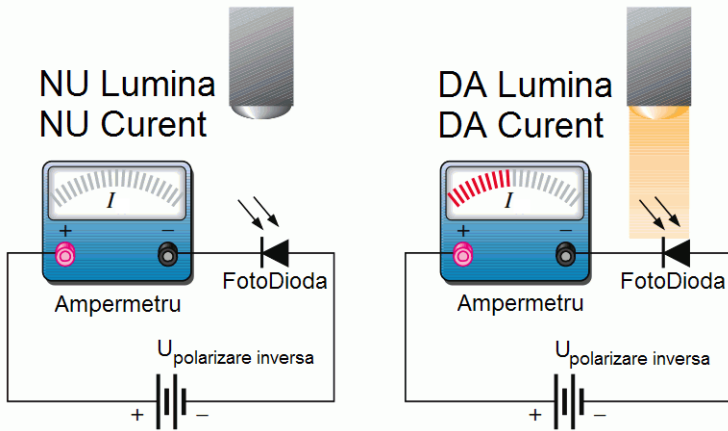


Caracteristica curent-tensiune a fotodiodei funcție de fluxul luminos.



Fotocurentul în funcție de iradiere (densitatea de putere optică).

Fiindcă numărul perechilor electron-gol generate este proporțional cu numărul de fotoni absorbiți, fotodiada dă în circuit un *curent electric* (fotovoltaic– în scurtcircuit sau fotoconductiv–cu polarizare inversă) care este *direct proporțional cu fluxul luminos* ce cade pe suprafața fotodiodei.



Fotodiada in modul fotoconductiv

### Sensibilitatea spectrală relativă (%) sau absolută (A/W)

Parametrul ce caracterizează răspunsul fotodiodei la excitația foto este **sensibilitatea spectrală absolută**  $[S]_{SI}=A/W$  sau **responsivitatea spectrală** (spectral responsivity), ce spune câți Amperi sunt generați de fotodiada dacă e iradiată cu 1 Watt fonic. Acest număr depinde de lungimea de undă a fotonilor fiindcă energia fotonilor ( $h\nu=hc/\lambda$ ) depinde de lungimea de undă a lor:

$$S(A/W) = I/P_{\text{foto}} = (q \cdot n_{\text{electroni}}/\text{timp}) / [(hc/\lambda) \cdot n_{\text{fotoni}}/\text{timp}] \sim \lambda$$

$$S = [n_{\text{electroni}}/n_{\text{fotoni}}] \cdot \lambda / (hc/q) = [QE_{\lambda}] \cdot \lambda(\text{nm}) / 1237(\text{nm} \cdot \text{W}/\text{A})$$

Aici QE este **eficiența cuantică externă**, raportul dintre numărul de electroni care ajung la electrozi și numărul fotonilor incidenti (~0.9).

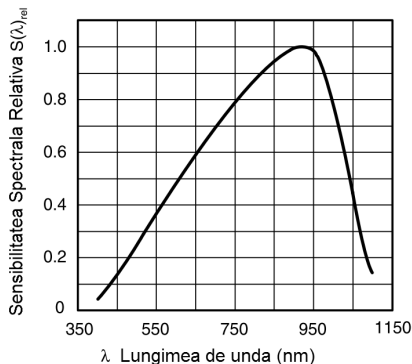
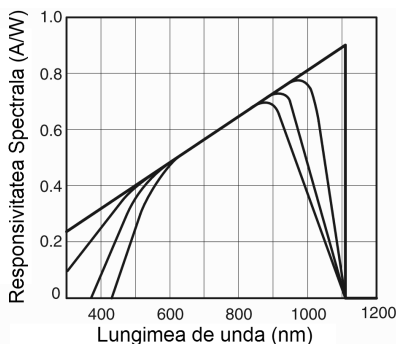
$$QE_{\lambda} = \# \text{ electroni generați} / \# \text{ fotoni incidenti (adimensional)}$$

$$QE_{\lambda} = S(\lambda)(A/W) \cdot 1237(\text{nm} \cdot \text{W}/\text{A}) / \lambda(\text{nm})$$

De obicei este dată **sensibilitatea spectrală relativă** ( $[S_{rel}] = \%$ ) în fișa tehnică a produsului, în care sensibilitatea maximă (100%=1) este la o lungime de undă apropiată de 850-950 nm pentru fotodiodele din Si. Știind sensibilitatea spectrală absolută la această lungime de undă, putem calcula sensibilitatea spectrală absolută și la alte lungimi de undă din curba sensibilității spectrale relative.

$$S(\lambda) = S_{rel}(\lambda) S_{max}(\lambda)$$

Curba ideală a sensibilității spectrale  $S(\lambda)$  are o formă triunghiulară, crește liniar cu lungimea de undă  $\lambda$  acolo unde fotonii sunt absorbiți de fotodiodă și se termină brusc la lungimea de undă unde energia fotonului egalează energia benzii interzise a semiconductorului și nu mai poate fi absorbit. Curbele reale ale sensibilității spectrale  $S(\lambda)$  au o formă mai rotunjită din cauza modului în care au fost realizate și a proceselor care au loc la extremitatea intervalului de lungimi de undă pe care fotodioda le poate recepționa, fenomene descrise pe scurt în continuare.

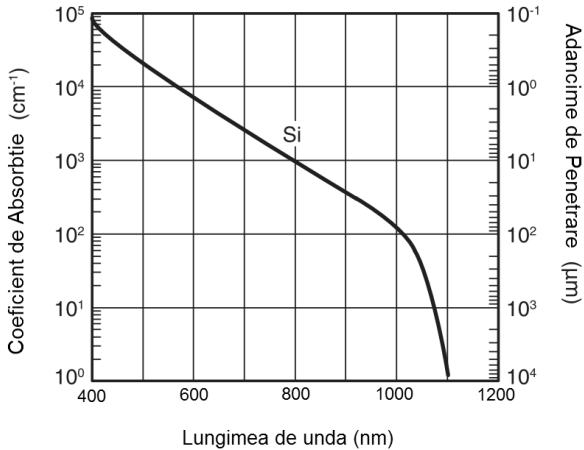


$S(\lambda)$  Sensibilitatea spectrală absolută (în A/W) și Sensibilitatea spectrală relativă  $S_{rel}(\lambda)$  în funcție de  $\lambda$ (nm).

## Adâncimea de penetrare

Siliciul este un semiconductor indirect, electronii de la fundul benzii de conducție nu au același impuls ca cei din vârful benzii de valență, ceea ce necesită participarea fononilor (vibrații ale rețelei cristaline) la absorbția de fotoni și astfel absorbția fotonilor este mai dificilă decât în cazul semiconductorilor direcți (tipic Ga As). adică fotonii parcurg

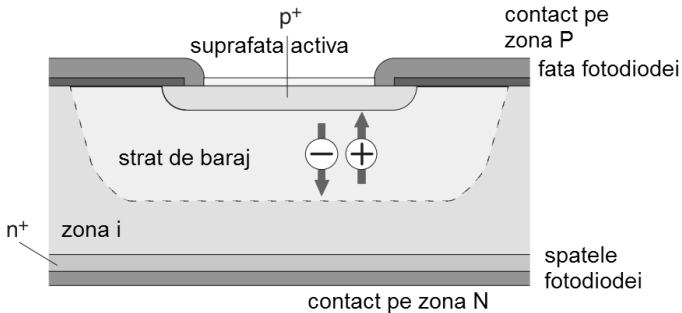
un drum mai lung prin semiconductor până să fie absorbiți, se spune că *adâncimea de penetrare* este mare sau *coeficientul de absorbție* este mic.



Absorbția luminii în Si funcție de lungimea ei de undă.

### Fotodiada PIN

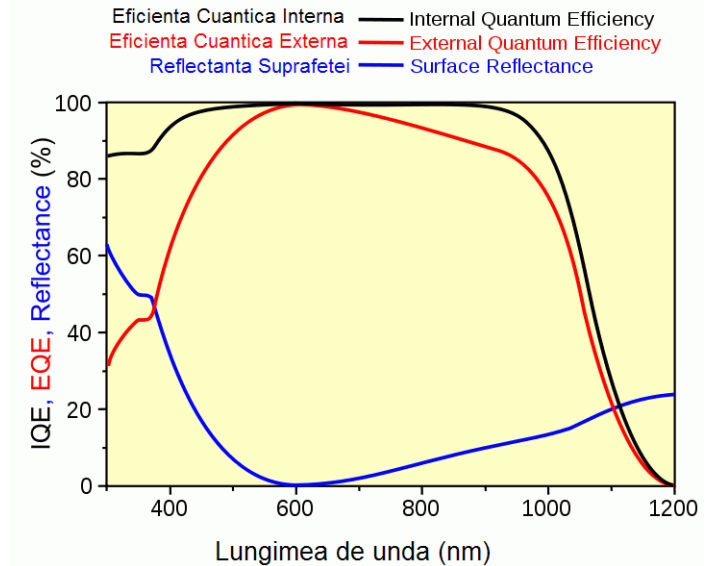
Din acest motiv se realizează fotodiode PIN (strat P – strat Intrinsec – strat N). În fotodiodele PIN stratul superior (aici P) este puternic dopat și stratul lui de baraj este subțire, iar stratul intrinsec este slab dopat N și are un *strat de baraj gros* ca să permită absorbția eficientă a fotonilor și separarea perechilor electron-gol.



Structura fotodiodei PIN.

## Eficiența cuantică externă

Structura PIN a fotodiodei și alte câteva "trucuri" constructive dau o **eficiență cuantică internă** mare (raportul dintre numărul electronilor generați și numărul fotonilor absorbiți în fotodiodă), aproape de 1. Ce se simte în circuitul exterior fotodiodei este **eficiența cuantică externă** (raportul dintre numărul electronilor care ajung la electrozi și numărul fotonilor incidenti la suprafața fotodiodei) și care este mai mică decât eficiența cuantică internă mai ales din cauza efectelor de suprafață, în special cele optice ca reflectanța.



Eficiențe cantice în celulele solare (sursa: Wikipedia)

## Date importante din: [bpw34-datasheet-1-en.pdf](#)

$\lambda_{0.1}(\text{nm}) = 430 \text{ nm la } 1100 \text{ nm}$  (sensibilitate 0.1 din maxim)

Aria sensibilă la radiație (lumină):  $7.5 \text{ mm}^2$

Din tabelul "BASIC CHARACTERISTICS":

Curent de scurtcircuit:  $47 \mu\text{A}$  [ $E_e=1\text{mW}/\text{cm}^2$ ,  $\lambda=950 \text{ nm}$ ]  $\Rightarrow S_\lambda=$

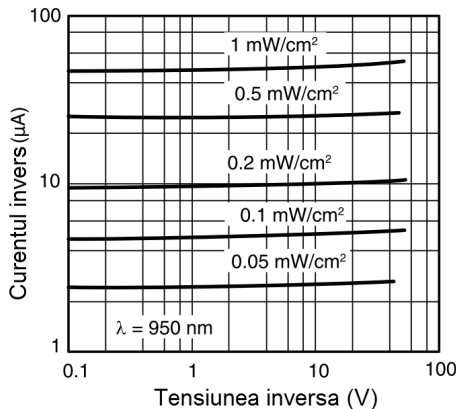
Curent de scurtcircuit:  $70 \mu\text{A}$  [ $E_A = 1 \text{ klx}$ , lumină albă]

Curent invers:  $50 \mu\text{A}$  [ $E_c=1\text{mW}/\text{cm}^2$ ,  $\lambda=950\text{nm}$ ,  $V_r=5\text{V}$ ]  
 $10 \mu\text{A}$  [ $E_c=0.2\text{mW}/\text{cm}^2$ ,  $\lambda=950\text{nm}$ ,  $V_r=5\text{V}$ ]

Tensiunea în gol,  $U_{\text{foto}}$ :  $350 \text{ mV}$  [ $E_c=1\text{mW}/\text{cm}^2$ ,  $\lambda=950 \text{ nm}$ ]

Putem afla  $S(950\text{nm}) = I/P$

$$S=50\mu\text{A} / (7.5 \text{ mm}^2 \cdot 1\text{mW}/\text{cm}^2) = 0.66(6) \text{ A/W}$$



De aici se poate afla  $S(950\text{nm})=I/P$  ( $P=7.5 \text{ mm}^2 \times 0.2\text{mW}/\text{cm}^2$ )

$$S=I/P=10\mu\text{A}/(7.5 \text{ mm}^2 \cdot 0.2\text{mW}/\text{cm}^2)=10 \cdot 10^{-6}\text{A}/1.5 \cdot 10^{-5}\text{W}=0.667\text{A/W}$$

$$S_\lambda(950\text{nm}) \approx 0.667 \text{ A/W} \Rightarrow S_\lambda(660\text{nm}) \approx 0.4 \text{ A/W}$$

## Aplicații

O diodă laser (pointer) alimentată cu 20mA la 2V emite un fascicul de fotoni ( $\lambda=660\text{nm}$ , roșu închis) care aplicat fotodiodei BPW 34, generează un fotocurent de 1.5 mA. Care este randamentul energetic (W/W) și randamentul cuantic al diodei laser?

Fotodiada are o **sensibilitate spectrală absolută la  $\lambda=660\text{nm}$** :

$$S(660\text{nm}) = S_{\text{rel}}(660\text{nm}) S_{\text{max}}(900\text{nm}) = 0.6 \cdot 0.667 \text{ A/W} = 0.40 \text{ A/W}$$

$$[S(660\text{nm})=0.55 \text{ A/W din graficul sensibilității spectrale absolute}]$$

Puterea fasciculului laser este:

$$P_{\text{foto}} = I_{\text{fotoC}}/S = 1.5\text{mA}/0.4 \text{ A/W} = 3.75 \text{ mW}$$

**Randamentul energetic al laserului (W/W):**

$$\eta(\text{W/W}) = P_{\text{foto}}/P_{\text{electric}} = 3.75 \text{ mW}/(40\text{mW}) = 0.094 = 9.4\%$$

poate  $\times 2$  fiindcă are și emisia din spate

**Randamentul cuantic al fotodiodei la 660nm:**

$$QE_{\lambda} = S(\lambda)(A/W) \cdot 1237(\text{nm} \cdot \text{W}/\text{A}) / \lambda(\text{nm}) = 0.4 \cdot 1237/660 = 0.75$$

$$\text{flux de fotoni} = \text{flux de electroni}/QE = (I_{\text{fotoC}}/q)/QE$$

**Randamentul cuantic al diodei laser:**

$$\eta = \text{flux de fotoni} / \text{flux de electroni injectați}$$

$$\eta = [(I_{\text{fotoC}}/q)/QE] \cdot (I/q) = I_{\text{fotoC}}/(QE \cdot I) = 1.5\text{mA}/(0.75 \cdot 20 \text{ mA}) = 0.1$$

**Randamentul cuantic al diodei laser pe zona emisiei laser ( $I > I_{\text{prag}}$ )**

$$\eta = (1/QE) \cdot \Delta I_{\text{fotoC}} / \Delta i = (1/0.75) \cdot 1.5/10 = 0.2 = 20\%$$

poate  $\times 2$  fiindcă are și emisia din spate

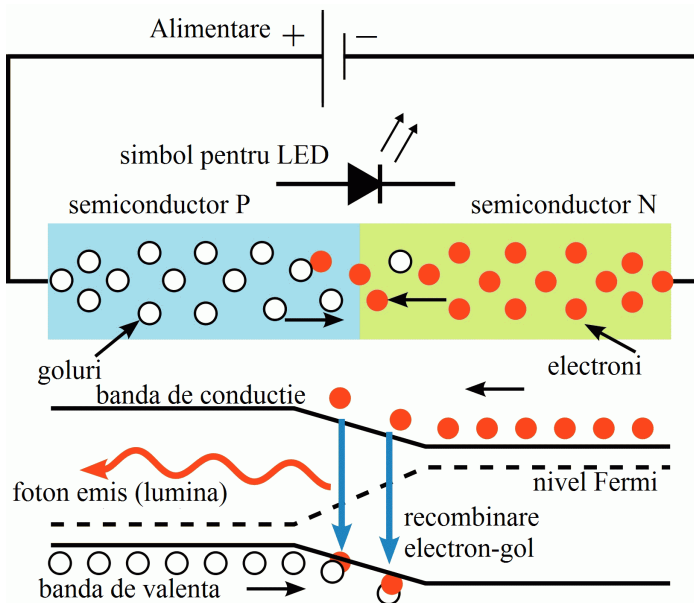
## 17 Studiul Diodei Luminescente (LED)

### Considerații teoretice

Primele diode luminescente (DL sau LED, Light Emitting Diode) au apărut în 1962. Erau cele mai simple dispozitive semiconductoare care produceau lumină, o joncțiune PN polarizată direct. Tensiunea directă aplicată injectează prin bariera joncțiunii purtători minoritari (de obicei electroni în zona p) ce se recombină cu cei majoritari, eliberând fotoni cu energia practic egală cu energia zonei interzise,  $\Delta E$ . Materialul inițial folosit, arseniura fosfura de galiu (GaAsP) are zona interzisă  $\Delta E = 2,03$  eV. Ținând cont că energia fotonului este:

$$\Delta E = W_{\text{foton}} = h \cdot \nu = h \cdot c / \lambda \quad (1)$$

lungimea de undă corespunzătoare este:  $\lambda = hc / \Delta E = 610$  nm, din domeniului roșu al spectrului vizibil.



Schema funcționării unui LED:  
recombinarea electronilor cu golurile generează fotoni (lumină)



Eficacitatea luminoasă a diodelor luminiscente din acea perioadă era mai mică de 0,2 lm/W. Această eficiență slabă se datora *eficienței cuantice interne* mici și *eficienței de extracție* slabe.

**Eficiența cuantică internă** a LED-ului (un randament,  $\eta_i$ ) e dată de raportul: număr de fotoni generați per număr de electroni injectați. Într-un LED electronii sunt injectați în regiunea dopată p, de obicei, și se combină cu golurile din banda de valență fie prin *recombinare radiativă*, rezultă fotoni, lumină, fie prin *recombinare neradiativă*, energia degajată este cedată cristalului, încălzindu-l. Dacă timpul " $t_r$ " necesar recombinării radiative este mult mai mic decât timpul " $t_{nr}$ " necesar recombinărilor neradiative, eficiența cuantică internă va fi foarte aproape de 100%. Un exemplu în acest sens este arseniura de galiu (GaAs) care emite în infraroșu.

Datorită acestui mod de funcționare, fluxul de fotoni generat de LED este direct proporțional cu curentul electric prin joncțiune și implicit puterea optică generată:

$$P_{opt} = (N_{fotoni}/t) \cdot h\nu = K \cdot I \quad (2)$$

**Eficiența de extracție** ( $\eta_e$ ) este un raport între numărul de fotoni care reușesc să iasă din material și numărul de fotoni produși și ține de indicele de refracție la interfața semiconductorului cu plasticul de încapsulare și de absorbția fotonilor pe calea spre ieșire.

**Eficacitatea tipică** (lumen/W, *senzația umană*/putere electrică) și **eficiența tipică** (putere optică/putere electrică) a LED-urilor

Culoare	Lungime de undă (nm)	Eficacitate (lm/W)	Eficiența (W/W)
Roșu	$620 < \lambda < 645$	72	0.39
Oranj	$610 < \lambda < 620$	98	0.29
Verde	$520 < \lambda < 550$	93	0.15
Cian	$490 < \lambda < 520$	75	0.26
Albastru	$460 < \lambda < 490$	37	0.35

**Eficiența cuantică extenă** este egală cu eficiența cuantică internă înmulțită cu randamentul de extracție. Randamentul de extracție este în mod uzual sensibil mai mic decât 1 din cauza absorbției interne, reflexiei pe joncțiune și reflexiei interne totale la unghiuri mai mici de  $25^\circ$  pentru diodele încapsulate în rășină epoxidică.

LED-urile actuale au atins aceste randamente mari de conversie a energiei electrice în energie luminoasă datorită calității foarte bune a materialelor semiconductoare utilizate (semiconductori direcți, în care fundul benzii de conducție și vârful benzii de valență corespund aceluiași impuls) și a realizării de joncțiuni PN din materialele P și N cu benzi interzise diferite, *heterojoncțiuni*. Ca exemplu se poate crește un *strat fereastră* de tip n din AlGaAs peste stratul activ de tip p din GaAs. Stratul fereastră e transparent față de fotonii generați în stratul activ, având o zonă interzisă mai mare decât cea a stratului activ. Fiind transparent poate fi făcut suficient de gros pentru a minimiza și recombinările la suprafața semiconductorului. Astfel de dispozitive au o eficiență cuantică externă tipică de 20%.

S-au dezvoltat structuri cu heterojoncțiuni duble. Stratul activ este cuprins între două straturi cu zonă interzisă mai mare, transparente pentru fotonii emiși. Stratul superior este tip fereastră, transparent, iar cel inferior este *strat de confinare*, care împiedică electronii injectați să pătrundă dincolo de heterojoncțiune. Din această cauză regiunea activă este mai subțire, ceea ce minimizează absorbția fotonilor generați și mărește randamentul cuantic extern.

## Dispozitivul Experimental

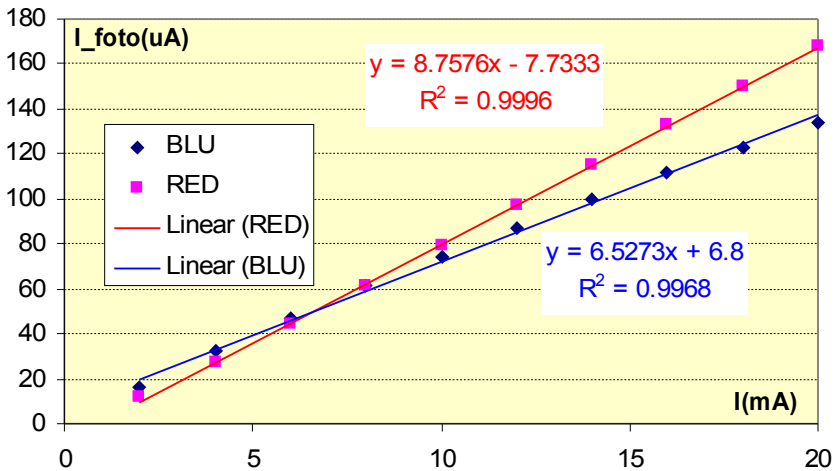
Experimentul cuprinde un alimentator cu tensiune variabilă, o diodă luminescentă înseriată cu o rezistență de  $100\ \Omega$  pentru măsurarea curentului prin ea și o fotodiodă în serie cu o rezistență de  $1\ \text{k}\Omega$  pentru măsurarea fotocurentului.

Se va folosi un voltmetru electronic pe scara de 2000 mV pentru a măsura căderile de tensiune pe cele 2 rezistențe. [ $100\ \Omega \times 1\ \text{mA} = 100\ \text{mV}$ ;  $1\ \text{k}\Omega \times 1\ \mu\text{A} = 1\ \text{mV}$ ] Fixează curentul prin LED, apoi citește curentul de la fotodiodă. Datele se trec în tabel.



## Grafic LED roșu + LED albastru

Ox [5cm/5mA=1cm/1mA] Oy [1cm/10uA = 1mm/1uA]



$$\Delta I_{\text{foto}} / \Delta I = 8.76 \text{ uA/mA} = 8.76 \cdot 10^{-3}$$

$$\eta = (1/\eta_f) \cdot \Delta I_{\text{foto}} / \Delta I = 10 \cdot 8.76 \cdot 10^{-3} = 8.76 \%$$

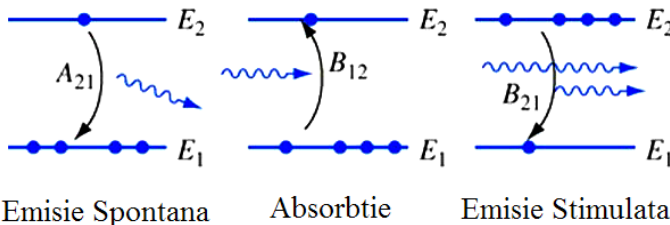
I(mA)	BLU	RED
2	16	12
4	32	27
6	47	44
8	61	61
10	74	79
12	87	97
14	100	115
16	112	133
18	123	150
20	134	168

## 18 Determinarea curentului de prag al diodei laser

### Considerații teoretice

Laserii (LASER = **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation) sunt dispozitive cuantice folosite pentru generarea și amplificarea radiațiilor electromagnetice din domeniul vizibil, și prin extensie și din domeniul infraroșu sau ultraviolet. Funcționarea lor se bazează pe fenomenul *emisiei stimulate* a radiației într-o *cavitate optică rezonantă*. Baza înțelegerii funcționării laserilor o constituie coeficienții lui Einstein.

Einstein identifică în 1916 trei procese ce apar în formarea unei linii spectrale atomice (lumina emisă de un atom), fiecare asociat cu un coeficient Einstein (o măsură a probabilității de apariție a aceluși proces): emisia spontană ( $A_{21}$ ), emisia stimulată sau indusă ( $B_{21}$ ) și absorpția ( $B_{12}$ ). Se poate arăta că  $B_{12}=B_{21}$ .



Interacțiunea luminii cu atomii se face prin procesele caracterizate probabilitățile de tranziție:  $A_{21}$  (emisia spontană),  $B_{12}$  (absorbția) și  $B_{21}$  (emisia stimulată) [sursa wikipedia]

Coeficienții lui Einstein pot fi folosiți pentru a modela interacțiunea luminii cu materialul activ laser: atomi în care electronul se află pe starea fundamentală  $E_1$  sau pe starea excitată  $E_2$ . Notăm cu  $N_i$  numărul de atomi în starea  $i$ , adică cu electronul plasat pe nivelul de energie  $E_i$ ; și cu  $I(\nu)$  numărul fotonilor incidenti în unitatea de timp (fluxul de fotoni) ce au energia  $h\nu=E_2-E_1$ , unde  $h$  este constanta lui Plank și  $\nu$  frecvența fotonilor.

Puterea fonică incidentă pe materialul activ este dată de produsul dintre fluxul de fotoni și energia unui foton:

$$P_{\text{incident}} = I(\nu) \cdot h\nu \quad (1)$$

Puterea fonică emisă spontan de materialul activ va fi dată de produsul dintre numărul atomilor care pot emite ( $N_2$ ), probabilitatea de tranziție pe unitatea de timp ( $A_{21}$ ) și energia unui foton:

$$P_{\text{spontan}} = A_{21} \cdot N_2 \cdot h\nu \quad (2)$$

Puterea absorbită de materialul activ va fi proporțională cu numărul atomilor care pot absorbi ( $N_1$ ), cu probabilitatea procesului ( $B_{12}$ ) și cu puterea fonică incidentă (numărul fotonilor ce pot fi absorbiți):

$$P_{\text{absorbit}} = B_{12} \cdot N_1 \cdot I(\nu) \cdot h\nu \quad (3)$$

Puterea fonică emisă stimulat de materialul activ e dată de produsul dintre numărul atomilor care pot emite ( $N_2$ ), numărul fotonilor ce pot induce tranziția (~puterea fonică incidentă) și de probabilitatea de apariție a procesului ( $B_{21}$ ):

$$P_{\text{stimulat}} = B_{21} \cdot N_2 \cdot I(\nu) \cdot h\nu \quad (4)$$

Aflăm puterea emisă de materialul activ laser din ecuația de bilanț energetic, practic o aplicare a legii conservării energiei:

$$P_{\text{emis}} = P_{\text{incident}} + P_{\text{spontan}} + P_{\text{stimulat}} - P_{\text{absorbit}}$$

$$P_{\text{emis}} = I(\nu) \cdot h\nu + A_{21} \cdot N_2 \cdot h\nu + B_{21} \cdot I(\nu) \cdot h\nu (N_2 - N_1) \quad (5)$$

În mod normal popularea nivelelor de energie se face după o lege statistică de tip Boltzmann așa că  $N_2/N_1 = \exp[-(E_2 - E_1)/(kT)] \ll 1$  fiindcă  $(E_2 - E_1)/(kT) \gg 1$ , deoarece  $E_2 - E_1 \sim 1 \text{ eV}$ , iar  $kT \sim 0,025 \text{ eV}$  energia termică medie la temperatura camerei (constanta Boltzmann ori temperatura absolută). Fiindcă  $N_2 \ll N_1$  toți termenii ce-l conțin pe  $N_2$  sunt neglijabili, iar puterea emisă, conform ecuației (5), e mai mică decât cea incidentă.

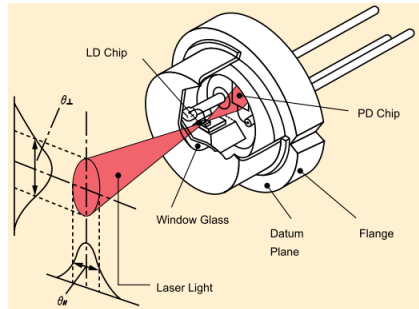
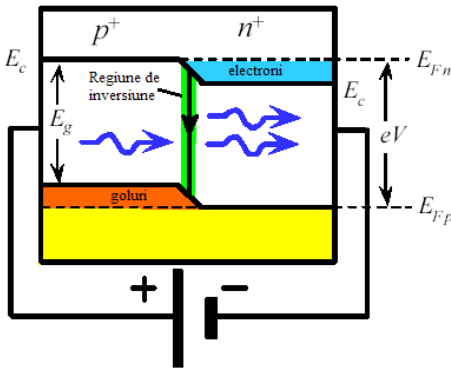
Ca să avem emisie netă ( $P_{\text{emis}} > P_{\text{incident}}$ ) trebuie să avem  $N_2 > N_1$  adică **inversiune de populație**, fenomenul se obține pompând mediul laser (se 'pompează' electronii de pe nivelul inferior  $E_1$ , pe nivelul superior  $E_2$ ). Ca emisia spontană să fie neglijabilă față de emisia stimulată e necesar ca densitatea de fotoni din material să depășească un anumit prag:  $I(\nu) > I_{\text{prag}}$ , fenomen care se obține cu ajutorul **cavității optice rezonante**, care ține de geometria mediului laser.

Considerând o cavitate optică de lungime  $L$ , cu oglinzi la capete cu coeficienți de reflexie  $R_1, R_2 (<1)$ , mediul activ din cavitate are un coeficient de absorbție sau pierderi  $\alpha$  și un coeficient de amplificare sau câștig (gain)  $g$ . Fluxul fonic  $I_0$  ce intră în cavitate prin punctul "0" ajunge în "L" ca  $I_0 \cdot \exp(gL - \alpha L)$  din cauza absorbției și câștigului. Fluxul devine  $R_2 \cdot I_0 \cdot \exp(gL - \alpha L)$  după reflexia în punctul "L" și ajunge în "0" ca  $R_2 \cdot I_0 \cdot \exp(2gL - 2\alpha L)$ , iar după reflexia în "0" fluxul de fotoni devine  $R_1 \cdot R_2 \cdot I_0 \cdot \exp(2gL - 2\alpha L)$ . Pentru ca mediul activ laser să acționeze ca un amplificator este necesar ca acest flux să fie cel puțin egal cu ceea ce a intrat:  $R_1 \cdot R_2 \cdot I_0 \cdot \exp(2gL - 2\alpha L) \geq I_0$ , la limită:

$$R_1 \cdot R_2 \cdot \exp(2g' \cdot L) \cdot \exp(-2\alpha \cdot L) = 1 \quad (6)$$

În ecuația (6) sunt separate *pierderile localizate* ( $R_1, R_2$ ), controlabile în principiu de experimentator, de *pierderile distribuite* ( $\alpha, g$ ), asupra cărora experimentatorul nu poate acționa prea mult. Din ecuația (6) coeficientul de câștig este:

$$g' = \alpha - \ln(R_1 R_2) / (2L) = \alpha + \alpha_m [\alpha_m = -\ln(R_1 R_2) / (2L) > 0] \quad (7)$$



Relațiile prezentate până aici sunt valabile pentru orice mediu activ laser. Dioda laser are marele avantaj că pomparea și implicit reglarea câștigului mediului se fac prin intermediul curentului direct injectat în joncțiunea PN. Câștigul în mediul laser e proporțional cu populația de electroni "n", în exces față de o așa zisă valoare de transparență " $n_{transp}$ " când câștigul e zero, lucru vizibil din rescrierea ecuației (5), neglijând termenii mici (primii 2 termeni):

$$g = P_{emis} / (I(v) \cdot hv) - 1 = B_{21} \cdot (N_2 - N_1) = G \cdot (n - n_{transp}) \quad (8)$$

unde populația "n" e în general proporțională cu densitatea curentului injectat  $n \approx K \cdot J$ , iar câștigul din mediul laser se poate scrie ca:

$$g_p \approx \alpha \cdot (J/J_0 - 1) \quad (9)$$

unde  $\alpha$  este coeficientul de absorbție din mediu,  $J$  este densitatea de curent din joncțiune, iar  $J_0$  densitatea de curent pentru care materialul e transparent.

În general puterea optică emisă de dioda laser se poate scrie ca:

$$P_{opt} = \eta_e \cdot \eta_i \cdot h\nu (i - i_p)/q \quad (10)$$

unde  $i_p$  este *curentul de prag* (sub aceasta valoare dioda se comportă ca o diodă luminiscentă, peste, ca un laser),  $\eta_e$  este *randamentul de extracție* (ce procent din fotonii produși reușesc să iasă din material) și  $\eta_i$  este *randamentul intern* (raport între numărul fotonilor generați și numărul purtătorilor minoritari injectați).

De reținut că randamentul de conversie a puterii electrice în putere optică este de 15-39% (W/W) pentru diodele luminiscente și uzual de 50% sau mai mult pentru diodele laser. Calitățile radiației laser sunt:

1. **monocromaticitatea**: lărgime mică a benzii de frecvență emise;
2. **coerența**: faza radiației se conservă pe intervale de timp suficient de lungi;
3. **densitatea mare de putere spectrală**: puterea fascicolului laser per suprafață și per interval de frecvență sau lungime de undă;
4. **divergența unghiulară mică** a fascicolului de la dioda laser față de dioda luminiscentă, dar totuși mare comparativ cu alți laseri.

## Dispozitivul Experimental

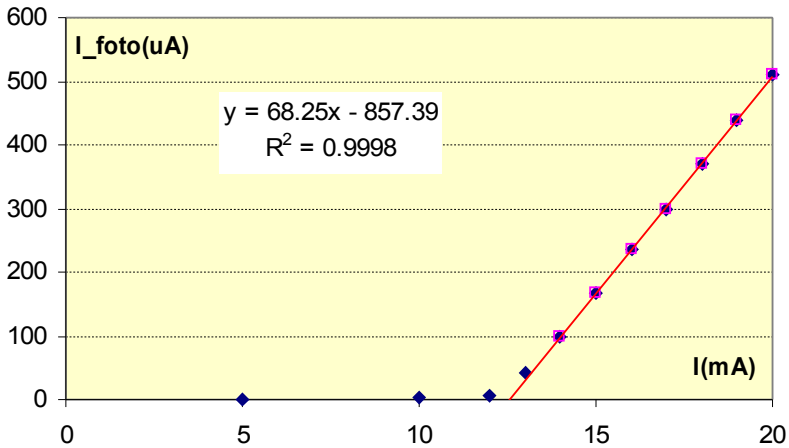
Aranjamentul experimental are un alimentator cu tensiune variabilă, dioda laser înseriată cu o rezistență de 100  $\Omega$  pentru măsurarea curentului prin ea și o fotodiodă în serie cu rezistență de 1 k $\Omega$  pentru măsurarea fotocurentului. Se va folosi un voltmetru electronic pe scara de 2000 mV pentru a măsura căderile de tensiune pe cele 2 rezistențe. [100  $\Omega$   $\times$  1mA=100mV; 1k $\Omega$   $\times$  1 $\mu$ A=1mV] Fixează curentul





## Grafic

Ox[5cm/5mA=1cm/1mA] Oy[5cm/100uA=1cm/20uA=1mm/2uA]



curent de prag =  $857.39/68.25 = 12.6 \text{ mA}$

$\Delta I_{\text{foto}} / \Delta i = 68.25 \text{ } \mu\text{A}/\text{mA} = 68.25 \cdot 10^{-3}$

$\eta = \eta_e \cdot \eta_i = (1/\eta_f) \cdot \Delta I_{\text{foto}} / \Delta i = 6.67 \cdot 68.25 \cdot 10^{-3} = 0.4552 = 46 \%$

I(mA)    I\_foto(uA)

5	1
10	3
12	6
13	41
14	100
15	166
16	235
17	299
18	371
19	440
20	509

## 19 Studiul capacității joncțiunii PN

### Capacitatea de barieră a joncțiunii PN

În zona stratului de baraj sarcinile electrice sunt separate, echivalent cu o capacitate electrică a joncțiunii PN, **capacitatea de barieră**, ce este calculabilă cu relația condensatorului plan:

$$C = \varepsilon \cdot S / x_b \quad (1)$$

unde:  $\varepsilon$  este permitivitatea electrică a materialului semiconductor,  
 $S$  aria joncțiunii, iar  
 $x_b$  grosimea stratului de baraj:

$$x_b(U) = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{q} \cdot \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) \cdot (V_b - U)} \quad (2)$$

unde:  $q$  - sarcina elementară ( $1,6 \cdot 10^{-19}$  C);

$U$  - tensiunea aplicată joncțiunii:

$U < 0$  pentru **tensiuni inverse** (crește  $x_b$ ),

$U > 0$  pentru **tensiuni directe** (scade  $x_b$ );

$V_b$  - potențialul de difuzie;

$N_A$  - concentrația impurităților acceptoare în stratul P;

$N_D$  - concentrația impurităților donoare în stratul N.

Capacitatea stratului de baraj pentru tensiuni inverse ( $U < 0$ ) aplicate joncțiunii p-n **abrupte** este:

$$C_b = C_{b0} / (1 - U/V_b)^{1/2} \quad (3)$$

Pentru alte profile de impurificare a joncțiunii exponentul 1/2 are alte valori (1/3 la joncțiunea liniar gradată). Fenomenul de modificare a capacității de barieră cu tensiunea inversă aplicată este utilizat în **diodele varicap**, special construite pentru a fi folosite în circuitele de acord LC, pe post de condensator variabil la aplicarea unei tensiuni.

Măsurarea capacității de baraj funcție de tensiunea inversă aplicată, permite să se obțină direct **distribuția impurităților în zona joncțiunii**:

$$N(x) = [2/(\varepsilon q)] \cdot [1/d(1/C^2)/dV] \quad (4)$$

## Capacitatea de difuzie a joncțiunii PN

La *tensiuni directe* aplicate joncțiunii, pe lângă capacitatea barierei apare **capacitatea de difuzie**, datorată transportului prin difuzie a sarcinilor libere minoritate în zonele neutre sub acțiunea câmpului electric aplicat din exterior. La polarizări directe, în regiunile N și P, din vecinătatea joncțiunii se injectează purtătorii minoritari în exces. Aceștia pot fi priviți ca sarcină acumulată în regiunile respective. În regiunea N, sarcina acumulată datorită golurilor în exces este:

$$Q_n = q \cdot S \cdot \int \Delta p_n(x) \cdot dx \approx q S p_n (e^{qU/(kT)} - 1) L_p = I_{po} \cdot \tau_p \cdot (e^{qU/(kT)} - 1) \quad (5)$$

unde:  $\Delta p_n = p_n \cdot (e^{qU/(kT)} - 1)$  este numărul golurilor în exces;

S este aria joncțiunii;

$L_p^2 = D_p \cdot \tau_p$  - este lungimea de difuzie a golurilor în zona N;

$\tau_p$  timpul de viață al golurilor în exces în zona N;

$D_p$  - coeficientul de difuzie al golurilor;

$I_{po} = p_n \cdot D_p / L_p =$  este curentul de saturație (de goluri);

Integrarea în (5) se face pe toată lărgimea regiunii N, iar când aceasta este  $\gg L_p$  putem considera că sarcina suplimentară s-a acumulat doar pe distanța  $L_p$ , ca " $L_p \cdot S \cdot \Delta p_n$ ".

În mod analog, se determină sarcina acumulată în regiunea P datorită electronilor în exces din regiunea P, și se obține:

$$Q_p = q \cdot S \cdot n_p \cdot (e^{qU/(kT)} - 1) \cdot L_n = I_{no} \cdot \tau_n \cdot (e^{qU/(kT)} - 1) \quad (6)$$

Sarcina totală de difuzie este  $Q = Q_n + Q_p$  și variind pe U în jurul unei valori fixe  $U_0$ , are loc variația sarcinii acumulate, fapt echivalent cu prezența unei capacități, **capacitatea de difuzie**, dată de relația:

$$C_d = dQ/dU \quad (7)$$

Combinând relațiile (5), (6) și (7) capacitatea de difuzie devine:

$$C_d = q \cdot (I_{po} \cdot \tau_p + I_{no} \cdot \tau_n) \cdot e^{qU/(kT)} / (k \cdot T) = C_{do} \cdot e^{qU/(kT)}. \quad (8)$$

$C_d$  are semnificația unei capacități diferențiale. Joncțiunile asimetriche  $p^+n$  au  $I_{po} \gg I_{no}$ , de unde  $I = I_{po} \cdot (e^{qU/(kT)} - 1)$  și capacitatea de difuzie se poate rescrie ca:

$$C_d = \tau \cdot I / (k \cdot T) \quad (9)$$

La polarizări inverse este prezentă numai capacitatea de barieră  $C_b$ . Capacitatea totală a joncțiunii la polarizări directe este dată de suma capacităților de barieră și de difuzie:

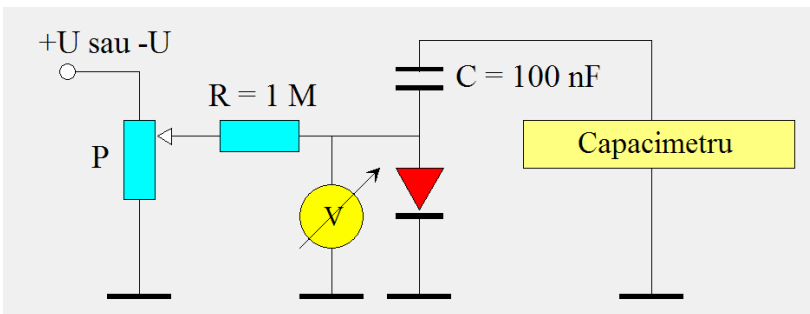
$$C=C_b+C_d. \quad (10)$$

Pentru tensiuni directe mai mari decât 0,1 V ( $U>4kT$ ) contează doar capacitatea de difuzie, ce crește exponențial cu tensiunea  $U$  și direct proporțional cu curentul  $I$ , vezi relația (9).

## Montajul experimental

Tensiunea continuă pe dioda  $D$  se măsoară cu voltmetrul  $V$  și se aplică cu potențiometrul  $P$  și rezistența  $R=1\text{ M}\Omega$ , ce are rol de a bloca tensiunea alternativă de la capacimetricu.

Curgerea curentului continuu spre capacimetricu este blocată de condensatorul  $C$ . Valoarea mare a capacității sale în serie cu capacitatea joncțiunii face ca valoarea măsurată pe capacimetricu să fie practic capacitatea joncțiunii ( $1/C_J + 1/C \approx 1/C_J$ ).



## Modul de lucru

- Se realizează montajul prezentat anterior.
- Se aplică tensiune inversă pe potențiometru (minus față de masă). Se măsoară tensiunea pe diodă și capacitatea pentru 4-5 valori ale tensiunii aplicate, cu pas de 1V.
- Se aplică tensiune directă pe potențiometru (plus față de masă). Se măsoară tensiunea pe diodă și capacitatea pentru 4-5 valori de tensiuni aplicate, cu pas de 0,05 V.

## Analiza rezultatelor

- Se reprezintă grafic capacitatea măsurată în funcție de tensiunea aplicată.
- Se reprezintă grafic logaritmul natural al capacității în funcție de tensiunea directă. Din porțiunea liniară la tensiuni directe mari extrapolată la  $U=0$  se determină  $C_{do}$ , fiindcă din (8) avem:

$$\ln C = \ln C_{do} + U/V_T \quad \text{când } U > 0 \quad V_T = kT/q \quad (11)$$

- Se reprezintă grafic  $1/C^2$  funcție de tensiunea inversă. Din porțiunea liniară de la tensiuni inverse se determină  $C_{bo}$  ( $1/C^2$  extrapolat la  $U=0$ ) și potențialul barierei  $V_b$  (din panta dreptei), fiindcă din (3) avem:

$$1/C^2 = 1/C_{bo}^2 - U/(V_b \cdot C_{bo}^2) \quad \text{când } U < 0 \quad (12)$$

### Tabel pentru date

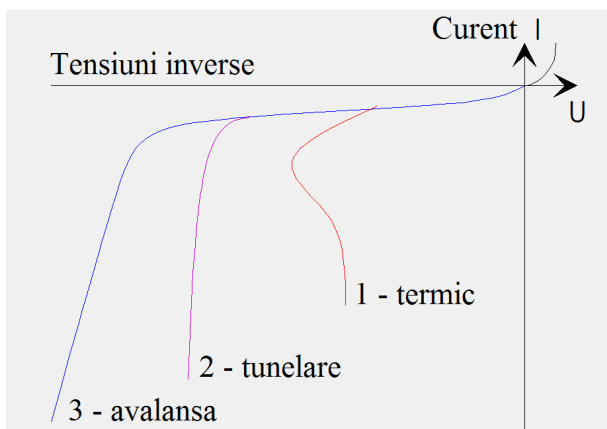
Nr. crt.	U(V)	C(nF)	lnC	1/C <sup>2</sup>
	0,5			
	0,45			
	0,4			
	0,35			
	0,3			
	-1			
	-2			
	-3			
	-4			
	-5			

## 20 Străpungerea joncțiunii PN. Dioda Zener

### Fenomene de străpungere în joncțiunea PN

Pentru tensiuni inverse mari aplicate unei joncțiunii p-n experimental apare la un moment dat o creștere bruscă a curentului. Fenomenul se numește *străpungere*, iar tensiunea la care apare este *tensiunea de străpungere* și se notează cu  $V_s$ . Sunt responsabile de străpungere trei mecanisme de bază: instabilitatea termică, efectul tunel (Zener) și multiplicarea prin avalanșă. Caracteristica I-V pentru cele trei tipuri de străpungeri se vede pe figura 1, unde curbele sunt notate respectiv cu 1, 2, 3. În joncțiunile din Si și Ge mecanismul de străpungere este determinat de:

- *efectul tunel* când  $V_s < 4 \cdot \Delta E/q$  (la Si  $\Delta E/q = 1.2$  V)
- *străpungerea prin avalanșă* când  $V_s > 6 \cdot \Delta E/q$
- ambele efecte când  $4 \cdot \Delta E/q < V_s < 6 \cdot \Delta E/q$



**Figura 1.** Tipurile de străpungere ale joncțiunii p-n.

**Instabilitatea termică.** Străpungerea datorită instabilității termice apare în semiconductorii cu banda relativ îngustă, cum ar fi Ge. La tensiuni inverse mari temperatura joncțiunii crește datorită degajării de căldură de către curentul invers, creșterea temperaturii duce la generarea termică de purtătorilor intrinseci care cresc curentul invers,

creșterea curentului duce la creșterea temperaturii, ș.a.m.d. Curentul invers variază cu temperatura după legea  $T^{3/2} + \gamma e^{-\Delta E/(kT)}$  ( $\gamma$  este o constantă. Caracteristica I-V prezintă o zonă cu rezistență diferențială negativă (curba 1). Dioda este distrusă dacă nu se iau măsuri speciale cum ar fi limitarea curentului prin introducerea unei rezistențe de valoare mare în serie cu dioda. Instabilitatea termică are importanță la temperatura camerei în joncțiunile cu curenți inverși mari (de exemplu cele din Ge) și devine nesemnificativă în raport cu celelalte mecanisme la temperaturi foarte joase.

**Efectul tunel (Zener).** Când câmpul electric în stratul de baraj atinge valoarea de  $\sim 10^6$  V/cm în joncțiunile din Ge și Si apare o creștere bruscă a curentului datorită tunelării bandă-bandă. Acest efect se numește *efect Zener* (după numele descoperitorului) și diodele care lucrează în regim de străpunge se numesc diode Zener deși un rol important îl joacă în asemenea diode și efectul multiplicării prin avalanșă. Explicația inițială a formei caracteristicii I-V în regim de străpungere a fost dată pe baza efectului Zener. Pentru a obține un câmp puternic în stratul de baraj regiunile p și n trebuie să fie relativ puternic impurificate (rezultă un strat de baraj subțire). Tensiunea de străpungere prin efect tunel descrește crescând temperatura, fiindcă curentul tunel atinge valoarea de străpungere la o tensiune mai mică datorită scăderii lărgimii benzii interzise cu creșterea temperaturii. Dioda Zener în regim de străpungere este un stabilizator de tensiune.

**Multiplicarea prin avalanșă** apare când electronii accelerați de câmpul electric din stratul de baraj capătă energie suficient de mare pentru a rupe electroni din banda de valență (prin ciocnire) și a-i trimite în banda de conducție, electroni ce sunt și ei accelerați... Așa apare creșterea bruscă a curentului electric. Energia pe care o capătă electronul în câmpul electric  $E$  în stratul de baraj de lărgime  $L$  este  $\sim E \cdot L$  de unde rezultă că efectul de ionizare prin ciocnire apare în joncțiunea p-n cu regiunile p și n relativ slab dopate și la tensiuni inverse mai mari în comparație cu efectul tunel. Energia necesară pentru purtători ca să inițieze ionizarea e egală sau mai mare decât lărgimea benzii interzise. Mărimea exactă a pragului de energie depinde de funcția de distribuție după viteze a purtătorilor de sarcină și de structura de benzi a semiconductorilor.



Se definește un factor de multiplicare care este egal cu raportul dintre concentrația "n" a unui anumit tip de purtători care ies din stratul de baraj și concentrația aceluiași tip de purtători care intră în stratul de baraj "n<sub>0</sub>":

$$M = n/n_0.$$

Factorul de multiplicare depinde de tensiunea de aplicată V, printre altele și de tensiunea străpungere V<sub>s</sub> fiind dat de relația empirică:

$$M = 1/[1 - (V/V_s)^b]$$

unde b = 3 pentru Ge și Si de tip n și este egal cu 5,5 pentru Ge de tip p. Pentru o joncțiune abruptă cu o regiune slab dopată față de cealaltă și concentrația impurităților N, la temperatura camerei, tensiunea de străpungere este dată de relația empirică:

$$V_s \approx 60 \cdot (\Delta E/1,1)^{3/2} \cdot (N/10^{16})^{-3/4} \text{ [Volți]}$$

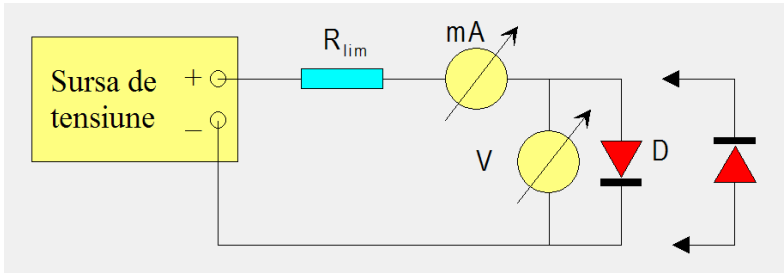
Tensiunea de străpungere crește cu temperatura și cu lărgimea benzii interzise deoarece procesul de ionizare prin ciocnire implică excitația bandă-bandă. Fenomenul se explică prin faptul că purtătorii "calzi" (care au căpătat energie comparabilă cu energia rețelei de la câmpul electric din stratul de baraj) cedează din energia lor rețelei, prin emisia unui fonon optic pe un drum liber mediu, λ. Valoarea lui λ descrește cu creșterea temperaturii, adică purtătorii mobili cedează mai multă energie rețelei pe o distanță dată. Rezultă că purtătorii trebuie să traverseze o diferență de potențial mai mare pentru a acumula energia necesară generării unei perechi electron-gol.

*Faptul că tensiunea de străpungere, V<sub>s</sub>, crește cu temperatura la multiplicarea prin avalanșă în timp ce la efectul tunel scade cu creșterea temperaturii, permite ca experimental să putem distinge cele două mecanisme în fenomenele de străpungere din dioda Zener.*

## **Experimentul**

Scopul lucrării e trasarea caracteristicii I-U (directă și inversă) a unei joncțiuni p-n, de a determina tensiunea de străpungere. Construiți ca în figură aranjamentul experimental. Verificați datele de manufactură ale diodei Zener pe care o aveți. Atenție, la tensiuni directe mici și

inverse peste tensiunea de străpungere dioda are rezistență mică și prin ea va trece un curent mare.



Schema aranjamentului experimental ( $R_{lim}=1\text{ k}\Omega$ )

Se reglează tensiunea sursei până când curentul atinge valorile: 1, 2, 5 și 10 mA. Se trec în tabelul de date valorile tensiunilor directe sau inverse, după cum este orientată dioda Zener, ce are marcat catodul cu o linie. Catodul e la "-" la tensiuni directe (valori în jur de 0,6 V) și la "+" pentru tensiuni inverse (valori în jur de 5,6 V).

### Prelucrarea datelor experimentale

Se reprezintă grafic curentul în funcție de tensiune. Alegeți pe zona tensiunilor directe  $1\text{cm}=0,1\text{V}$  și pe porțiunea tensiunilor inverse  $1\text{cm}=1\text{V}$ . Prelungind porțiunea liniară de la curenți inverși până la axa tensiunii se determină tensiunea de străpungere Zener ( $U_Z$ ). La curenți direcți, prelungind porțiunea liniară până la axa tensiunii se determină tensiunea de deschidere ( $U_D$ ).

### Tabel pentru date experimentale

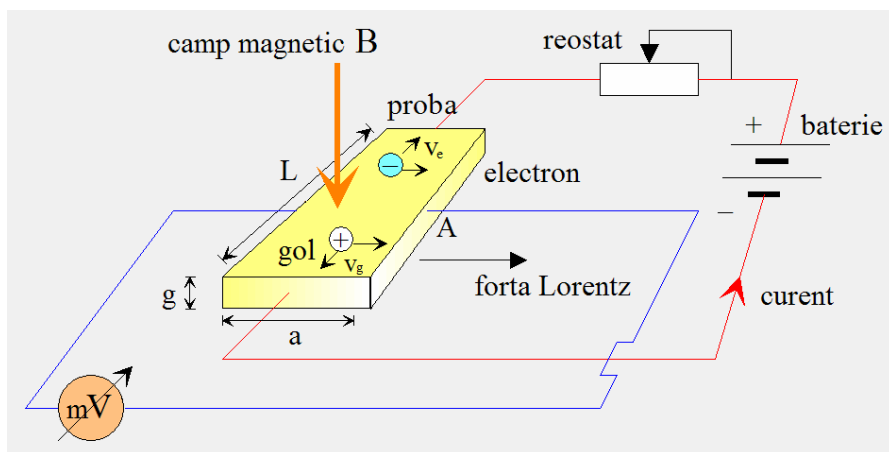
Nr.	I (mA)	$U_{dir}$ (V)	$U_{inv}$ (V)	$U_D$ (V)	$U_Z$ (V)
	1				
	2				
	5				
	10				

## 21 Studiul efectului Hall

### Teoria efectului Hall

Efectului Hall este un efect galvano-magnetic important, cu care se determină precis concentrația și tipul purtătorilor de sarcină electrică liberi care participă la conducția electrică din materialul studiat.

Într-un un semiconductor omogen, de formă paralelipipedică, prin care trece un curent electric, între punctele A și B, situate în același plan perpendicular pe liniile de curent (o suprafață echipotențială), diferența de potențial este nulă. Aplicând un câmp magnetic  $\mathbf{B}$ , perpendicular pe direcția curentului și linia AB, între punctele A și B apare o diferență de potențial. Acest fenomen se numește efect Hall, iar diferența de potențial care există între punctele A și B, tensiune Hall, vezi figura 1.



**Figura 1.** Montaj experimental pentru măsurarea efectului Hall.

Considerăm că în materialul probei (plăcuței) avem un singur tip de purtători de sarcină cu sarcina electrică "e", care se mișcă cu viteza "v", în câmpul magnetic " $\mathbf{B}$ ". Asupra acestei sarcini va acționa forța Lorentz:

$$\mathbf{F} = e \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad "e" \text{ își conține semnul} \quad (1)$$

Forța Lorentz deviază sarcinile către aceeași suprafață, oricare ar fi semnul lor Singura condiție care se cere îndeplinită este ca sensul de mișcare al sarcinilor să fie compatibil cu sensul curentului ce trece prin probă. Deplasarea sarcinilor va modifica încărcarea electrică a suprafețelor  $S_A$  și  $S_B$ . Astfel ia naștere în probă un câmp electric  $E_H$  care generează o forță contrară forței Lorentz. După o încărcare electrică suficientă a suprafețelor  $S_A$  și  $S_B$ , restul purtătorilor trec nedeviați prin probă. Egalând forța Lorentz cu forța generată de încărcarea electrică a suprafețelor:

$$e \cdot E_H = e \cdot v \times B \quad (2)$$

și cunoscând legătura care există între densitatea de curent,  $j$ , viteza purtătorilor,  $v$ , și concentrația lor,  $n$ :

$$j = e \cdot n \cdot v = e \cdot n \cdot \mu \cdot E = \sigma \cdot E \quad (3)$$

obținem:

$$n \cdot E_H = j \cdot B / e \quad (4)$$

Luând în considerare dimensiunile probei așa cum sunt indicate în figura 1 ( $g$  este grosimea), știind că  $I=jS=jag$  și  $E_H=U_H/a$ , vom obține pentru tensiunea Hall,  $U_H$ , expresia:

$$U_H = R_H \cdot I \cdot B / g \quad (5)$$

unde  $R_H$  este *constanta Hall* a materialului, dată de relația:

$$R_H = 1/(ne) \quad (6)$$

Din (6) se vede că semnul diferenței de potențial depinde de semnul purtătorilor liberi, pentru conducție de electroni  $R_H < 0$ , iar pentru conducție de goluri  $R_H > 0$ . Cunoscând constanta Hall  $R_H$  se poate determina concentrația purtătorilor de curent,  $n$ , din relația (6).

Pentru aceeași probă, știind constanta Hall  $R_H$  și conductibilitatea  $\sigma$ , în cazul în care există doar un singur tip de purtători care participă la conducție, se poate găsi mobilitatea purtătorilor de curent,  $\mu$ :

$$\mu_H = \sigma \cdot R_H. \quad (7)$$

Pentru semiconductorii cu conducție de ambele feluri, electroni ( $\mu_n$ ) și goli ( $\mu_p$ ) lucrurile sunt mai complicate, expresia conductivității și cea pentru coeficientul Hall fiind:

$$\sigma = n \cdot e \cdot \mu_n + p \cdot e \cdot \mu_p \quad (8)$$

$$R_H = (1/e) [(p\mu_p^2 - n\mu_n^2)/(p\mu_p + n\mu_n)^2] \cdot (\langle \tau^2 \rangle / \langle \tau \rangle^2) \quad (9)$$

unde  $\tau$  e timpul de relaxare al purtătorilor de sarcină. Factorul de corecție  $\langle \tau^2 \rangle / \langle \tau \rangle^2$  e de ordinul unității ( $3\pi/8$  la temperaturi înalte și 1,93 la temperaturi joase).

Efectul Hall are numeroase aplicații. În domeniul materialelor este utilizat la determinarea concentrației de purtători de sarcină electrică liberi din material. În electrotehnică e folosit la măsurarea inducției magnetice (câmpul magnetic), a curentului electric (prin câmpul magnetic care-l generează), la măsurarea puterii în rețelele de curent continuu și alternativ, a defazajului și a factorului de putere. În domeniul electronicii, a calculatoarelor și automatizării dispozitivele Hall se folosesc ca multiplicator în calculatoarele analogice, ca senzor de debit pentru lichide conductoare, la protecția automată la scurtcircuit a instalațiilor, la comutatoare fără contact, stabilizatoare de curent, etc.

## Montajul experimental

Montajul experimental (figura 1) constă din 3 circuite: circuitul de alimentare a electromagnetului cu un curent  $I_B$  (nu este în figură), circuitul de alimentare a probei (plăcuța de germaniu) cu un curent  $I$ , și circuitul pentru măsurarea diferenței de potențial Hall.

Curenții de lucru care se trec prin probă sunt de ordinul mA. Din prelucrarea graficelor  $U_H = U(H)_{I=\text{const}}$  și  $U_H = U(I)_{H=\text{const}}$  se obține concentrația de purtători. Măsurând conductibilitatea probei se poate găsi mobilitatea Hall a purtătorilor.

## Modul de lucru

- Conectează electromagnetul la 12 V coborând întrerupătorul lamă. Din reostat fixează valoarea curentului în electromagnet la  $I_B = 1,5$  A (câmp magnetic cu inducția magnetică  $B = 0.2$  Tesla în probă).

**Atenție!** conectarea și mai ales *deconectarea* electromagnetului produce tensiune autoindusă și flamă la contactorul lamă care te poate "pișca" (senzație neplăcută) dacă pielea atinge partea metalică a contactorului.

- Conectează circuitul probei la redresorul stabilizat (4 V) și fixează curentul prin probă la  $I=2$  mA (ulterior 4, 6 și 8 mA).
- Citește pe milivoltmetru diferența de potențial între punctele A și B în absența câmpului magnetic ( $I_B=0$ , întrerupătorul lamă "sus") și cu câmp magnetic (întrerupătorul lamă "jos"). **Diferența între cele două citiri:**  $U_{AB}(I_B) - U_{AB}(I_B=0)$  este *tensiunea Hall*  $U_H$  pe care o treci în tabel pe poziția corespunzătoare.

Diferența de potențial în absența câmpului magnetic apare fiindcă cele 2 contacte A și B de pe proba semiconductoare nu sunt față în față perfect din punct de vedere electric și măsurăm tensiunea de asimetrie, o cădere de tensiune ohmică (rezistivă) între cele două contacte.

- Repetă măsurătorile pentru alte două valori ale curentului prin electromagnet  $I_B = 2$  A ( $B = 0,25$  T) și  $I_B = 2,5$  A ( $B = 0,28$  T).

## Prelucrarea datelor experimentale

Calculează mărimea " $IB/g$ " și trece-o în tabel, unde " $g$ " este grosimea probei. Se cunosc **datele probei:**  $g = 1,3$  mm,  $a = 2,0$  mm,  $L = 12,0$  mm,  $R = 370 \Omega$ .

Reprezintă grafic tensiunea Hall în funcție de mărimea  $IB/g$ . Între cele două mărimi este o relație liniară, conform ecuației (5):

$$U_H = R_H \cdot (I \cdot B / g)$$

Panta dreptei este chiar coeficientul Hall și se calculează ca:

$$R_H = [U_{H(2)} - U_{H(1)}] / [(I \cdot B / g)_{(2)} - (I \cdot B / g)_{(1)}] \quad (10)$$

unde (1) și (2) se referă la 2 puncte de pe dreapta obținută în grafic, cât mai depărtate între ele, pentru a minimiza eroarea de citire.

Calculăm densitatea de purtători de sarcină mobili, numărul de electroni (sau goluri) din unitatea de volum, cu relația (6) și sarcina elementară  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  C:

$$n = 1/(R_H e). \quad (11)$$

Calculează conductivitatea ei electrică folosind datele geometrice ale plăcuței de germaniu (probei)

$$\sigma = 1/\rho \quad \rho = RS/L = Rag/L \quad (12)$$

și mobilitatea purtătorilor de sarcină cu relația (7):  $\mu_H = \sigma \cdot R_H$ .

### Tabel pentru datele experimentale

$I_B$ (A)	B(T)	I(mA)	$IB/g(A \cdot T/m)$	$U_H$ (mV)	$R_H$ (Vm/AT)	$n(m^{-3})$
1,5	0,2	2				
		4				
		6				
		8				
2	0,25	2				
		4				
		6				
		8				
2,5	0,28	2				
		4				
		6				
		8				