UNIVERSITATEA TEHNICA
CLUJ-NAPOCA

TESTE GRILĂ DE MATEMATICĂ

ADMITERE 2019

UTPRESS
ISBN 978-606-737-348-6

TESTE GRILĂ DE MATEMATICĂ 2019

AUTORI

Prof.univ.dr. Vasile Câmpian
Prof.univ.dr. Iuliu Crivei
Prof.univ.dr. Bogdan Gavrea
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan
Prof.univ.dr. Nicolaie Lung
Prof.univ.dr. Vasile Miheșan
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
Prof.univ.dr. Viorica Mureșan
Prof.univ.dr. Ioan Radu Peter
Prof.univ.dr. Dorian Popa
Prof.univ.dr. Ioan Rașa
Prof.univ.dr. Daniela Roșca
Prof.univ.dr. Alina Sîntămărian
Prof.univ.dr. Gheorghe Toader
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu
Conf.univ.dr. Marius Birou
Conf.univ.dr. Lucia Blaga
Conf.univ.dr. Adela Capătă
Conf.univ.dr. Maria Câmpian
Conf.univ.dr. Alexandra Ciupa
Conf.univ.dr. Dalia Cîmpean
Conf.univ.dr. Eugenia Duca
Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
Conf.univ.dr. Daniela Inoan
Conf.univ.dr. Adela Carmen Novac
Conf.univ.dr. Vasile Pop
Conf.univ.dr. Teodor Potra
Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
Conf.univ.dr. Silvia Toader
Lect.univ.dr. Mihaela Bercheșan
Lect.univ.dr. Luminița Ioana Cotîrlă
Lect.univ.dr. Daria Dumitraș
Lect.univ.dr. Mircia Gurzău
Lect.univ.dr. Adrian Holhoș
Lect.univ.dr. Vasile Ile
Lect.univ.dr. Tania Angelica Lazăr
Lect.univ.dr. Daniela Marian
Lect.univ.dr. Rozica Moga
Lect.univ.dr. Constantin Cosmin Todea
Lect.univ.dr. Floare Ileana Tomuța
Asist.univ.dr. Alina-Ramona Baias
Asist.univ.dr. Liana Timboș

U. T. PRESS
Cluj-Napoca, 2019
ISBN 978-606-737-348-6

Coordonator	Prof.univ.dr.	Dumitru Mircea Ivan
Referenți:	Conf.univ.dr.	Ovidiu Furdui
	Prof.univ.dr.	Ioan Gavrea
	Prof.univ.dr.	Alexandru Mitrea
	Conf.univ.dr.	Vasile Pop
	Prof.univ.dr.	Dorian Popa
	Conf.univ.dr.	Mircea Dan Rus
	Prof.univ.dr.	Neculae Vornicescu

Editura U. T. PRESS 2019

Prefață

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiția Universității Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenți printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaților la admitere și de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică și Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din programa pentru bacalaureat.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoștințe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoștințe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârșit se dau răspunsurile corecte.

Testul care se va da la concursul de admitere va conține probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

***

Cuprins

***

1

Algebră

1

Mulțimea soluțiilor ecuației $z^2 = 3 - 4i,\ z \in \mathbb{C},$ este:

A $\{1, 2\}$ B $\{i, 2-i\}$ C $\{2-i, -2+i\}$ D $\{3, -2+i\}$ E $\{2-i, 3+i\}$

2

Soluția ecuației $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

A $x = \frac{1}{5}$ B $x = -1$ C $x = 1$ D $x = \frac{1}{2}$ E $x = -5$

3

Mulțimea soluțiilor ecuației $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$ este:

A $\{-1\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$ D $\left\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$
E $\left\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\right\}$

4

Mulțimea soluțiilor reale ale sistemului: $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

A $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ B $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ C $(-\infty, -4)$ D $(2, \infty)$ E $(-1, 1)$

5

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m + 3$, intersectează axa Ox în două puncte distincte este:

A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $\{-3\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Fie $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$.

6 Valorile coeficienților a și b pentru care $x = 1$ este rădăcină dublă sunt:

A $a = -1; b = -1$ B $a = 2; b = -4$ C $a = -2; b = 0$ D $a = 0; b = -2$ E $a = 4; b = -2$

7 Valorile coeficienților a și b pentru care f se divide cu $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 1; b = 1$ B $a = -1; b = -1$ C $a = -1; b = 0$ D $a = 1; b = -1$ E $a = 0; b = -1$

8 Valorile coeficienților a și b pentru care restul împărțirii polinomului f la $X^3 - X^2 - X + 1$ este $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 2; b = -1$ B $a = 0; b = 1$ C $a = -1; b = 2$ D $a = -1; b = 1$ E $a = 1; b = 0$

Se dă funcția $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

9 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (0, +\infty)$ B $m \in (1 + \sqrt{2}, +\infty)$ C $m \in (0, 1 + \sqrt{2})$ D $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$

10 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (-\infty, 0)$ B $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ C $m \in (-1, 1 - \sqrt{2})$ D $m \in (-\infty, 1 - \sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (0, \infty)$

11 Pentru ce valori ale lui m funcția admite rădăcină dublă?

A $m \in \{\pm 1\}$ B $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$ C $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$ D $m \in \{-1, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$ E $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuația $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 și x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuației.

12 Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparține intervalului

A $[0, 1]$ B $[0, 4]$ C $\mathbb{R}$ D $[0, 2]$ E $[-1, 4]$

13 Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparține intervalului

A $[0, 4]$ B $[-2, 4]$ C $[0, 8]$ D $\mathbb{R}$ E $[0, 3]$

14 Produsul rădăcinilor $x_1 x_2$ aparține intervalului

A $[-2, 0]$ B $[0, 4]$ C $[-\frac{1}{2}, 4]$ D $\mathbb{R}$ E $(0, 2)$

Fie funcțiile $f_m\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

15 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are cel puțin o rădăcină reală este:

A $(-\infty, 1)$ B $(-\infty, 1]$ C $\mathbb{R}$ D alt răspuns E $[0, \infty)$

16 Vârfurile parabolelor asociate funcțiilor f_m, $m \neq 0$, se găsesc pe:

A parabola $y = x^2 + 2$ B dreapta $x + 2y = 0$ C dreapta $y = x$
D dreapta $y = -x$ E o paralelă la Ox

Fie funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \le 0 \\ 3x+2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

17 Soluția inecuației $g(x) \ge 0$ este:

A $[-2, \infty)$ B $[-2, 0]$ C $[-\frac{2}{3}, \infty)$ D $[-2, -\frac{2}{3}]$ E $[0, \infty)$

18 Funcția $g^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este dată de:

A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \ge 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$ B $g^{-1}(x) = \begin{cases} x-2, & \text{dacă } x \le 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \le 2 \\ 2x-3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ D $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{dacă } x \le 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \le 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

19 Se dau funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = \begin{cases} 5x+1, & x < 0 \\ 1-x^2, & x \ge 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x^2, & x \le -2 \\ 2x-1, & x > -2 \end{cases}$.
Funcția $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

A $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \le -2 \\ 4x(1-x), & x > -2 \end{cases}$ B $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \le -2 \\ 4x(1-x), & x \ge \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$

C $h(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & x \le \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$ D $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x < -2 \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1-x), & -2 \le x \le \frac{1}{2} \end{cases}$

E $h(x) = \begin{cases} 2(5x-2), & x \ge -2 \\ 1-x^4, & x < -2 \end{cases}$

20 Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distincte două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1,
suma $\dfrac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \dfrac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \dfrac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

A $x_1 + x_2 + x_3$ B $x_1x_2x_3$ C $P(x_1 + x_2 + x_3)$ D 1 E 0

21

Fie $P, Q, R\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ funcții polinomiale de grad cel mult doi și $a, b, c \in \mathbb{C}$ astfel ca

$$\begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} = 1.$$

Suma $\begin{vmatrix} P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \end{vmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 3 D $P(0) + Q(0) + R(0)$ E $P(1)Q(1)R(1)$

22

Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

A $z = \frac{3}{2} - 2i$ B $z = \frac{3}{2} + 2i$ C $z = \frac{1}{2} - 3i$ D $z = \frac{1}{2} + 3i$ E $z = -\frac{1}{2} + 3i$

Fie $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

23

Soluțiile ecuației $f(z) = 0$ sunt:

A $\{0, 1 + 2i, 1 - 2i\}$ B $\{0, 1 + i, 1 - i\}$ C $\{0, i, -i\}$ D $\{0, 2 + i, 2 - i\}$
E $\{0, -1 + i, -1 - i\}$

24

Se consideră ecuația $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulțimea soluțiilor ecuației are:

A un element B două elemente C nici un element D trei elemente
E o infinitate de elemente

25

Soluția S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = \ \ 40 \end{cases}$ este:

A $S = \emptyset$ B $S = \{(1,3)\}$ C $S = \{(1,0),\ (1,3)\}$ D $S = \{(1,0)\}$
E $S = \{(-1,1),\ (1,0)\}$

26

Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

A $x = 0$ B $x = -2$ C $x = 3$ D $x = \frac{1}{2}$ E $x = \frac{1}{3}$

27

Ecuația $\dfrac{2\lg x}{\lg(5x-4)} = 1$ are ca mulțime a soluțiilor pe:

A $\{1, 4\}$ B $\{4\}$ C $\{10\}$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

28

Se consideră mulțimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relația $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulțime este:

A -1 B $-\frac{3}{4}$ C $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{3}$ E nu există minim

Fie $A_1 = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{2n+1}{n+2},\ n \in \mathbb{Z}\right\}$ și $A_2 = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z}\right\}$.

29

Mulțimea A_1 este:

A $A_1 = \{1, 2, 3\}$ B $A_1 = \mathbb{N}$ C $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ D $A_1 = \{1, 3, 5\}$ E $A_1 = \emptyset$

30

Mulțimea A_2 este:

A $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ B $A_2 = \{3, 5\}$ C $A_2 = \{3\}$ D $A_2 = \emptyset$ E $A_2 = \{-1\}$

31

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) \geq 1$ este:

A $[3, \infty)$ B $\left(0, \sqrt[3]{9}\right)$ C $\left(1, \sqrt[3]{3}\right]$ D $\left(\frac{1}{3}, 1\right]$ E $(0, 1) \cup \left(\sqrt[3]{3}, +\infty\right)$

Restul împărțirii polinomului X^{10}

32

la $X + 1$ este:

A -1 B 0 C 1 D 9 E Alt răspuns

33

la $(X + 1)^2$ este:

A -10 B $-10X$ C $10X + 9$ D $-10X - 9$ E $X - 9$

34

la $(X + 1)^3$ este:

A $-9X^2 + 22$ B $45X^2 + 80X + 36$ C $X + 2$ D 1 E 0

35

Mulțimea soluțiilor ecuației $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

A $\{n, \frac{n}{2}\}$ B $\{1, A_n^2\}$ C $\{-3\}$ D $\{A_n^3\}$ E $\emptyset$.

36

Să se determine primul termen a_1 și rația q a unei progresii geometrice $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ dacă:
$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$$

A $a_1 = -1;\ q = 3$ B $a_1 = 3;\ q = \frac{1}{2}$ C $a_1 = 2;\ q = -2$ D $a_1 = 1;\ q = 2$ E $a_1 = 1;\ q = 3$.

37

Care sunt valorile coeficienților reali a și b din ecuația

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă acești coeficienți sunt rădăcini ale ecuației?

A $a = 1,\ b = 0$ B $a = 1,\ b \in \mathbb{R}$ C $a = 1,\ b = -1$ D $a \in \mathbb{R},\ b = -1$ E $a \in \mathbb{R},\ b = 1$

38

Coeficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x-1)(x-2)(x-3)\ldots(x-99)(x-100)$$

este:

A -4950 B -5050 C 99 D -100 E 3450

39

Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x+1)^{4n+3} + x^{2n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și $x^3 - 1$ este:

A $x^3 - 1$ B $x - 1$ C $x^2 + x + 1$ D sunt prime între ele E $(x+1)^{4n+3} + x^{2n}$

40

Valoarea lui $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$, unde $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, este:

A -1 B 9 C 0 D $9i$ E $3i$

41

Fie numerele reale $a, b, c, d \in (0,1) \cup (1,\infty)$. Dacă $\log_a b \log_b c \log_c d = 1$ atunci:

A $a = b \in (0,1)$ și $c = d \in (1,\infty)$ B $a = b \in (1,\infty)$ și $c = d \in (0,1)$ C $a = c \in (0,1)$ și $b = d \in (1,\infty)$ D $a = d$ E $a = c \in (1,\infty)$ și $b = d \in (0,1)$

42

Suma $\sum\limits_{k=1}^{n} k \cdot k!$ este:

A $n(n+1)$ B $n \cdot n!$ C $(n+1)! - 1$ D $n!$ E $2n \cdot n!$

Se consideră matricea $U(a,b) = \begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix}$.

43 Matricea $U(a,b)$ este singulară dacă și numai dacă

A $a = b$ B $a \neq -3b$ C $(a-b)(3b+a) = 0$ D $a + 3b = 0$ E alt răspuns

44 $U^{11}(1,1)$ este

A $U(1,1)$ B $4^{100}U(1,1)$ C $2^{22}U(1,1)$ D $2^{20}U(1,1)$ E $4^{8}U(1,1)$

45 Inversa matricei $U(1,2)$ este:

A $U(1,2)$ B $U(1,2) - U(1,1)$ C $\frac{U(1,2)-6I_4}{7}$ D nu există E alt răspuns

46

Dacă $a^2 + b^2 = 1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

A $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$

47

Inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este matricea:

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

48

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

A $a = 0$ B $a = 1$ C $a = 7$ D $a = 21$ E $a = -21$

49

Sistemul de ecuații cu parametrul real m, $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 6x - 8y = 1 \\ 5x + 2y = m \end{cases}$, este compatibil numai dacă:

A $m = 0$ B $m = 1$ C $m = 2$ D $m = 3$ E $m = 4$

50

Sistemul de ecuații cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m-1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

A $m = 3;\ n \neq 3$ B $m \neq 3;\ n = 3$ C $m = 3;\ n = 3$ D $m \neq 3;\ n \neq 3$
E $m = 5; n = 3$

51

Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

A $n = 1$ B $n = 2$ C $n = 4$ D $n = 8$ E $n = 16$

52

Fie $m, n \in \mathbb{R}$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 + mx + n = 0$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

A $-4m^3 - 27n^2$ B $4m^3 - 27n^2$ C $-4m^3 + 27n^2$ D $-2n^3 - 27m^2$ E $-3n^3 - 27m^2$

53

Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care rangul matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

este egal cu 2, este

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $\{2\}$ D $\{-2, 2\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Se consideră sistemul

$$(S): \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + az = -3 \\ 3x + y + 4z = b \end{cases}$$

54 (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă

A $a = 0$ B $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ C $a = 1, b = -2$

55 (S) este compatibil nederminat dacă

A $a = 1, b = -2$ B $a = 1, b = 2$ C $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ D $a = 2, b = 1$

56 (S) este incompatibil dacă și numai dacă

A $a = 1, b = 2$ B $a \neq 2, b = 1$ C $a \neq 1, b \neq -2$ D $a \neq 0, b = 2$ E $a = 1, b \neq -2$

57

Numărul valorilor parametrului real m pentru care sistemul
$\begin{cases} 2x+2y+mxy &= 5 \\ (m-1)(x+y)+xy &= 1 \\ 3x+3y-xy &= m+1 \end{cases}$, are soluții $(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

58

Dacă sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x+ay+4z &= 0 \\ x-y-z &= 0 \\ 3x-2y-z &= 0 \end{cases}$; $a\in\mathbb{R}$
este compatibil determinat, atunci:

A $a=1$ B $a\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ C $a\in\mathbb{R}^*$ D $a\in(0,\infty)$ E $a\in(1,\infty)$

59

Dacă $A=\begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$; $t\in\mathbb{R}$, atunci:

A $A^n=\begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$ B $A^n=\begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$

C $A^n=\begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$ D $A^n=\begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$

E $A^n=\begin{pmatrix} \cos^n t-\sin^n t & -n\sin t\cos t \\ n\sin t\cos t & \cos^n t-\sin^n t \end{pmatrix}$

60

Dacă $A=\begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

A $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$ D $2^{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

E $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$

Se dă mulțimea $M=[5,7]$ și operația $*$ definită prin
$x*y=xy-6x-6y+\alpha$.

61

Valoarea parametrului real α pentru care mulțimea M este parte stabilă în raport cu operația $*$ este:

A $\alpha=42$ B $\alpha=36$ C $\alpha=-36$ D $\alpha=6$ E $\alpha=-6$

62

In monoidul $(M,*)$, elementul neutru este:

A $e=7$ B $e=6$ C $e=5$ D $e=1$ E nu există

63

In monoidul $(M,*)$, mulțimea elementelor simetrizabile este:

A $[5,7]\setminus\{6\}$ B $\{6\}$ C $\{5,7\}$ D $[5,7]$ E $\mathbb{R}\setminus\{6\}$

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compoziție $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$.

64 Elementul neutru al legii $*$ este:

A $(0, 1)$ B $(1, 0)$ C $(0, 0)$ D $(1, 1)$ E $(-1, 1)$

65 Fie legea de compoziție $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1, 1)$. Elementul neutru pentru această lege este:

A $e = 0$ B nu există C $e = 1$ D $e = -1$ E $\frac{1}{2}$

66 Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se definește legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x.

A x' nu există B $x' = 1 - x$ C $x' = 4 - x$ D $x' = \frac{1}{x}$ E $x' = -x$

Pe mulțimea $\mathbb{C}$ a numerelor complexe definim legea de compoziție $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

67 Numărul $2 * i$ este:

A $2 - i$ B $2i$ C $2 + i$

68 Elementul neutru față de $*$ este:

A 1 B 0 C i D -1

69 Elementul simetric al lui i față de $*$ este:

A $-i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m - 1)x + 3m - 4, m \in \mathbb{R}$.

70 Mulțimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0, 1)$ și $f(x) \geq 0$, $\forall x \in (0, 1)$ este:

A $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2})$ B $(7 + 4\sqrt{2}, \infty)$ C $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$ D $\{7 - 4\sqrt{2}\}$ E $\emptyset$

71 Mulțimea valorilor lui m pentru care $f(x) < 0$, $\forall x \in (0, 1)$ este

A $(0, 1)$ B $(2, \infty)$ C $(-\infty, 1]$ D $\emptyset$ E $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 - mx + 2, \quad m \in \mathbb{R}$.

72 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1, 1]$ este

A $[-2, 2]$ B $(-\infty, -2)$ C $(-\infty, -2]$ D $\mathbb{R}$ E Alt răspuns

73 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1, 1]$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(-1, 1)$ C $(-\infty, -2] \cup (2, \infty)$ D $(-2, 2)$ E Alt răspuns

74 Familia de parabole asociate funcțiilor

$$f_m(x) = (m + 1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

A are un punct fix pe axa Oy B are un punct fix situat pe prima bisectoare
C are două puncte fixe D are trei puncte fixe E nu are puncte fixe

Fie parabolele de ecuații: $P_1 : \quad y = x^2 + 5x + 4$
și $P_2 : \quad y = (m - 1)x^2 + (4m + n - 4)x + 5m + 2n - 4$, unde $m, n \in \mathbb{R},\ m \neq 1$.

75 Parabolele se intersectează în $A(-2, -2)$ și $B(0, 4)$ dacă:

A $m = -2, n = 9$ B $m = 2, n = -9$ C $m = 5, n = 4$ D $m = \frac{1}{2}, n = 3$
E $m = \frac{1}{3}, n = -2$

76 Parabolele au singurul punct comun $C(1, 10)$ dar nu sunt tangente dacă:

A $m = -\frac{2}{3}, n = \frac{1}{3}$ B $m = 2, n = -\frac{1}{3}$ C $m = -\frac{1}{3}, n = 3$ D $m = -2, n = \frac{1}{2}$
E $m = n = 2$

77 Parabolele sunt tangente în punctul $T(-2, -2)$ dacă:

A $m = 0, n = -3$ B $m = 2, n = -1$ C $m = -2, n = -1$ D $m = -2, n = 1$
E $m = \frac{1}{2}, n = -4$

78 Fie $E(x) = \dfrac{x^2 - 2(m - 1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$. Mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

A $\mathbb{R}$ B $\{4\}$ C $\{-1\}$ D $(0, 4)$ E alt răspuns

79 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m - 1)x^2 + (m - 1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

A $\emptyset$ B $(-\infty, 1) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $(-\infty, 1)$ E alt răspuns

80

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcțiilor $f_a(x) = ax^2 - (a+2)x - 1$ și $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

A $\{-1, 2\}$ B $\{3, -1\}$ C $\{3\}$ D $\{\frac{1}{3}, 3\}$ E $\emptyset$

81

Ecuația $x^4 + (2m-1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x și parametrul real m, are toate rădăcinile reale dacă:

A $m = 0$ B $1 \leq m \leq 2$ C $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$ D $m \in \emptyset$ E $m > \frac{1}{2}$

82

Se dă ecuația $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă

A $a = 0$ B $a \in \{0, 1\}$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a = 2$ E $a = 3$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k,\ k \in \mathbb{Z}$.

83

S_{-1} este:

A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$

84

S_{-2} este:

A $\frac{4}{9}$ B $-\frac{4}{9}$ C $\frac{2}{3}$ D $-\frac{3}{2}$

85

S_4 este:

A 4 B $\frac{4}{9}$ C -4 D 8 E -8

86

Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(0) + \cdots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \ldots,$$

atunci $P(0)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt ăspuns

87

Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisface egalitățile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^{n} k^{10}, \qquad n = 1, 2, \ldots,$$

atunci $P(-2)$ este:

A 0 B -1 C 1023 D -1025 E alt ăspuns

Se dă ecuația $x^3 - px^2 + qx - r = 0, \quad r \neq 0$.

88 Ecuația admite două rădăcini opuse, dacă

A $p + q = r$ B $r^2 - pq = 0$ C $rp - q = 1$ D $q^2 - rp = 0$ E $pq - r = 0$

89 Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

A $p^2 r - q = 0$ B $p^3 - rq = 0$ C $q^2 - rp = 0$ D $q^3 + p + q = 0$ E $p^3 r - q^3 = 0$

90 Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$\sqrt{x + 2 - 4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x + 7 - 6\sqrt{x-2}} = 1$$

este:

A $\{5, 12\}$ B $\{7, 10\}$ C $[2, \infty)$ D $[6, 11]$ E $\{8, 12\}$

91 Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} < \sqrt{2} - \sqrt{3}$ este:

A $(-\infty, 0)$ B $[-2, 0)$ C $[-2, \infty)$ D $\emptyset$ E $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x - 11}$.

92 Mulțimea de definiție a funcției este:

A $\mathbb{R}$ B $[0, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $[11, \infty)$ E $(-\infty, 11)$

93 Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $f(x) = 7$ este

A $\{27\}$ B $\{0\}$ C $\{11\}$ D $\{1\}$ E conține cel puțin două elemente

94 Câte soluții întregi are ecuația

$$8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0?$$

A 2 B 4 C 1 D nici una E 3

95 Mulțimea valorilor reale ale lui a, pentru care funcția

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 + ax + 1,$$

este injectivă, este:

A $(-\infty, 0)$ B $[0, \infty)$ C $\emptyset$ D $\{1\}$ E $\mathbb{R}$

96

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$(m-2)x^2-(2m+1)x+m-3=0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

A $\left(-\frac{1}{2},\frac{23}{24}\right)$ B $\left(-\infty,\frac{23}{24}\right)$ C $\left[-\frac{1}{2},\infty\right)$ D $\left[\frac{23}{24},\infty\right)$ E $\emptyset$

97

Valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=(x-a_1)^2+(x-a_2)^2+\cdots+(x-a_n)^2$$

unde $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n\in\mathbb{R}$, se obține pentru:

A $x=0$ B $x=a_1$ C $x=a_2$ D $x=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$ E $x=\frac{a_1+a_n}{2}$

98

Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2+2mx-1 & ;\ x\le 0\\ mx-1 & ;\ x>0\end{cases}$, $m\in\mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

A $m\in(-\infty,1)$ B $m\in(1,\infty)$ C $m\in(-\infty,0)$ D $m\in(0,\infty)$ E $m\in(-1,1)$

99

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x+m, & x\le 1\\ 2mx-1, & x>1\end{cases}$. Funcția f este surjectivă dacă și numai dacă:

A $m\in(0,1)$; B $m\in(-\infty,2]$; C $m=2$; D $m\in(0,2]$; E $m\in(-\infty,1]$

100

Sistemul $\begin{cases} x^2+y^2 &= z\\ x+y+z &= a\end{cases}$, are o singură soluție $(x,y,z)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, dacă:

A $a=-\frac{1}{2}$ B $a=\frac{1}{2}$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{4}$ E $a=-\frac{1}{4}$

101

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x=\sqrt{2-x}$ este:

A $\emptyset$ B $\{1,-2\}$ C $\{1\}$ D $[1,2]$ E $\{2\}$

102

Pentru ca funcția $f:\mathbb{R}\to B$, $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+x+1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

A $B=\mathbb{R}$ B $B=\left[\frac{9-2\sqrt{21}}{3},\frac{9+2\sqrt{21}}{3}\right]$ C $B=[1,2]$ D $B=(1,2)$ E $B=[-3,3]$

103

Mulțimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care valorile funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-ax+1}{x^2+1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0,3)$, este:

A $(-4,4)$ B $(-\infty,-4)$ C $(0,3)$ D $(-2,2)$ E $\{-2,2\}$

104

Numărul soluțiilor $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ale ecuației $2 \mid x-2 \mid +3 \mid y-3 \mid = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

105

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{x^2+4x+4} = 2x$ este:

A $[-1, 3]$ B $(0, \infty)$ C $[2, \infty)$ D $[-2, 2]$ E $(-\infty, 2]$

106

Soluția ecuației $\left(3-2\sqrt{2}\right)^x - 2\left(\sqrt{2}-1\right)^x = 3$ este:

A -1 B $\ln 2$ C 2 D $\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{1}{\log_3\left(\sqrt{2}-1\right)}$.

107

Soluția ecuației $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{6}\right)^x + \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x = 1$ este:

A orice număr real B 1 C 0 D $-\frac{1}{2}$ E ecuația nu are soluție

108

Ecuația $\left(5+\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}} + \left(5-\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}} = 98$ are mulțimea soluțiilor:

A $\{3\}$ B $\{-3; 3\}$ C $\{-3\}$ D $\left\{\sqrt{3}; 3\right\}$ E $\left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$

Fie $f\colon (0,1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\log_x 2 \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \log_x 8} + \cdots + \frac{1}{\log_x 2^n \log_x 2^{n+1}}$, unde $n \geq 5$ este un număr întreg.

109

$f(\frac{1}{2})$ este:

A $\frac{n}{n+1}$ B 1 C $\frac{n+1}{n}$ D $\frac{1}{2}\frac{n+1}{n}$ E $2\frac{n+1}{n}$

110

Soluția ecuației $f(x) = \frac{4n}{n+1}$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D 4 E $\frac{1}{2^n}$

111

Mulțimea soluțiilor sistemului de ecuații $\begin{cases} x^2+y^2 &= 425 \\ \lg x + \lg y &= 2 \end{cases}$ este:

A $\{(1;1)\}$ B $\{(1;1)\};\ (10;10)\}$ C $\{(20;5);\ (5;20)\}$ D $\{(1;10);\ (10;1)\}$
E $\{(20;5)\}$

112

Soluțiile ecuației $\log_{2x} 4x + \log_{4x} 16x = 4$ aparțin mulțimii:

A $\{3\}$ B $\{2\}$ C $\left[\frac{1}{2\sqrt{2}}, 2\right]$ D $\{\log_2 3\}$ E $(2, \infty)$

113

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x^3-x-1)^2\right) < 2\lg(x^3+x-1)$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0, \infty)$ C $(1, \infty)$ D $(0, 1)$ E alt răspuns

Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 9^x - 5^x - 4^x$.

114 Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $f(x) = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

115 Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $f(x) - 2\sqrt{20^x} = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

116 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\log_3 x^2 - 2\log_{-x} 9 = 2$ este:

A $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0,\ x \neq -1\}$ B $\{-9\}$ C $\emptyset$ D $\{9\}$ E $\{-\frac{1}{3}, -9\}$

Se consideră funcţia $f : D \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}},\quad a \in \mathbb{R}$.

117 Domeniul de definiţie al funcţiei este:

A $(0, \infty)$ B $(0, \infty)\setminus\{1\}$ C (a, ∞) D $(-a, \infty)$ E $(\frac{-a+|a|}{2}, \infty)$

118 Mulţimea valorilor lui a pentru care $f(x) > 0$, pentru orice $x \in D$ este:

A $(-\infty, 0)$ B $(-1, 1)$ C $[1, \infty)$ D $(2, \infty)$ E alt răspuns

119 Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

A $a + 3$ B $5a - 2$ C $4 - 2a$ D $a^2(2-a)^4$ E $3 + 2a$

120 Fie $a = \lg 2$ şi $b = \lg 3$. Dacă $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

A $x = 3 - 2b + a$ B $x = 2 + b - a$ C $x = 1$ D $x + 1 = a + b$ E $x = 81ab$

121 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ este:

A 1 B 3 C 2 D $\sqrt{5}$ E $2\sqrt{5}$

122 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{50}+7} - \sqrt[3]{\sqrt{50}-7}$ este:

A $2\sqrt{50}$ B 2 C 1 D 3 E $\sqrt{50}$

123 Mulţimea valorilor parametrului real m, pentru care ecuaţia $X^4 - mX^2 - 4 = 0$ admite rădăcina reală $\sqrt[4]{3-2\sqrt{2}} + \sqrt[4]{3+2\sqrt{2}}$, este:

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $\{4\}$ D $\{1\}$ E $\{-4, 4\}$

124

Ştiind că a este rădăcina reală a ecuaţiei $x^3+x+1=0$, să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2-2a+2)(3a^2+2a)}+a^2.$$

A $a+1$ B 1 C 3 D 2 E a

125

Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m\,9^x+4(m-1)3^x+m>1$$

oricare ar fi x real este:

A $(-\infty,1)$ B $[1,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $(1,\infty)$ E $\emptyset$

126

Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\lg\left((x-1)^{10}\right)<10\lg x$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(0,1)\cup(1,\infty)$ D $\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,\infty)$ E $\emptyset$

127

Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\log_x(1+x)+\log_{x^2}(1+x)+\log_{x^4}(1+x)\geq\dfrac{7}{4}$ este:

A $(0,1)\cup(1,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R}$

128

Valoarea sumei $S_n=\frac{1}{1\cdot4}+\frac{1}{4\cdot7}+\cdots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este:

A $\frac{n}{3n+1}$ B $\frac{3n}{3n+1}$ C $\frac{n+1}{3n+1}$ D $\frac{n-1}{3n+1}$ E $\frac{n}{3(3n+1)}$

129

Suma $\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\cdots+\frac{n}{(n+1)!}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{2n-1}{2}$ C $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ D $\frac{n^2}{(n+1)!}$ E $\frac{n}{n+1}$

130

Suma $\sum\limits_{k=3}^{n}A_k^3\,C_n^k$ are valoarea:

A $8C_n^3$ B $2^nA_n^3$ C $A_n^3 2^{n-3}$ D $2^{n-2}C_{n+1}^3$ E 3^n

131

Suma $C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+\cdots+nC_n^n$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $n2^{n-1}$ B $n2^n-1$ C n D $\frac{n(n+1)}{2}$ E alt răspuns

132

Suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{n(n+1)}{2}$ B $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ C $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ D $n(2n-1)$ E n^3-n^2+n

133

Soluția ecuației $A_x^6 - 24xC_x^4 = 11A_x^4$ aparține mulțimii:

A $[5,7]$ B $[8,10)$ C $\{10\}$ D $\{4\}$ E $\{6\}$

134

Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

A C_{17}^6 B C_{17}^7 C C_{17}^8 D C_{17}^{10} E C_{17}^{11}

135

O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n\geq 1}$ verifică relațiile $a_9 + a_{10} + a_{11} = 15$ și $a_9 a_{10} a_{11} = 120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

A 150 B 100 C 120 D 110 E 160

136

Ecuația $x^3 - (4-i)x^2 - (1+i)x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\{1,2\}$ B $\{0,1\}$ C $\{-1,4\}$ D $\{0,4\}$ E $\mathbb{R}$

137

Pentru ce valori ale parametrului real b ecuația

$$x^3 + a(a+1)x^2 + ax - a(a+b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de a?

A 0 B 1 C 2 D a E -1

138

Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuației $x^3 - a\,x^2 + b\,x + c = 0$.
În acest caz tripletul (a,b,c) este:

A $(1,1,1)$ B $(-1,-1,-1)$ C $(1,-1,1)$ D $(1,-1,-1)$ E alt răspuns

139

Care este valoarea parametrului rațional m, dacă ecuația

$$x^4 - 7x^3 + (13+m)x^2 - (3+4m)x + m = 0$$

admite soluția $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ și soluțiile x_3 și x_4 verifică relația $x_3 = 2x_4$?

A -1 B $\frac{3}{4}$ C $\frac{5}{3}$ D 2 E 4

140

Soluțiile ecuației $z\overline{z} + 2(z - \overline{z}) = 20 + 8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

A $\pm 2 + 4i$ B $\pm 4 + 2i$ C $4 + 2i$ D $4 - 2i$ E alt răspuns

141

Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ rădăcinile ecuației $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei $S = \sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{x_k - 1}$ este:

A $3n - 5$ B $2n + 1$ C $\frac{n}{n-1}$ D $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ E 0

142

Valoarea lui m pentru care ecuația $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparține mulțimii:

A $[-1, 1]$ B $[2, 4]$ C $[-4, -2]$ D $[-7, -5]$ E $[5, 6]$

143

Dacă ecuația $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină dublă, atunci m aparține mulțimii:

A $[-5, 0]$ B $[0, 2]$ C $[-8, -5]$ D $\{3\}$ E $(6, \infty)$

144

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

A $\{48\}$ B $\{-48\}$ C $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ E $\{-48, +48\}$

145

Sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \end{cases}$ are:

A o soluție B două soluții C trei soluții D patru soluții E șase soluții

146

Se consideră ecuația $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real. Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{x_i}$, unde x_i sunt rădăcinile ecuației, este

A $-\frac{7}{2}$ B $-\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{3}{2}$ E $\frac{7}{2}$

147

Valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care suma a două rădăcini ale ecuației $x^4 + 10x^3 + m\,x^2 + 50x + 24 = 0$ este egală cu suma celorlalte două rădăcini aparțin mulțimii:

A $[0, 10]$ B $[-4, -1]$ C $\{5\}$ D $[30, 40]$ E $[-1, 1]$

Fie $(x+1)(x^2+2)(x^2+3)(x^2+4)(x^2+5) = \sum_{k=0}^{9} A_k x^k$.

148 $\sum_{k=0}^{9} A_k$ este:

A 720 B 724 C 120 D 600 E alt răspuns

149 $\sum_{k=0}^{4} A_{2k}$ este:

A 360 B 120 C 100 D 240 E 300

150

Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3. Să se determine polinomul cu rădăcinile $x_1^2,\ x_2^2,\ x_3^2$.

A $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ B $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$ C $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$
D $X^4 + qX^2 + 5$ E $X^3 - pX^2 + qX + q^2$

151

Restul împărțirii polinomului $1 + X + X^2 + \cdots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

A 0 B -1 C 1 D 1997 E 1999

152

Polinomul $(X^2 + X - 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 - 1$ dacă și numai dacă:

A $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 2k-1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 3k+1,\ k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 3k+2,\ k \in \mathbb{N}^*$

153

Polinomul $(X^2 + X + 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 + 1$ dacă și numai dacă:

A $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 4k+1,\ k \in \mathbb{N}$ D $n = 4k+2,\ k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 4k+3,\ k \in \mathbb{N}^*$

154

Mulțimea valorilor parametrului real a, pentru care ecuația $x^3 + ax + 1 = 0$ are toate rădăcinile reale și ele verifică relația $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 18$, este:

A $\{-12\}$ B $\{3\}$ C $\{-3\}$ D $\{-3, 3\}$ E $\emptyset$

155

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$x(x-1)(x-2)(x-3) = m$$

are toate rădăcinile reale este:

A $[-1, 9/4]$ B $[-1, 9/16]$ C $[-1, 9]$ D $[1, 1/16]$ E $\emptyset$

156

Restul împărțirii polinomului $P(X) = X^{100} + X^{50} - 2X^4 - X^3 + X + 1$ la polinomul $X^3 + X$ este:

A $X + 1$ B $2X^2 + 1$ C $2X^2 - 2X - 1$ D $2X^2 + 2X + 1$ E $X^2 + 1$

157

Se consideră polinoamele cu coeficienți complecși $P(X) = a_0 + a_1X + \cdots + a_nX^n$ și $Q(X) = b_0 + b_1X + \cdots + b_mX^m$. Știind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X - 1$, să se determine suma coeficienților polinomului $P(Q(X))$.

A $\sum_{i=0}^{n} a_i$ B $\left(\sum_{i=0}^{n} a_i\right)\left(\sum_{i=0}^{m} b_i\right)$ C a_nb_m D a_0 E a_0b_0

158

Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărțit la $X - 1$ dă restul 3 și împărțit la $X + 1$ dă restul -5. Restul împărțirii la $X^2 - 1$ este:

A -15 B $3X - 5$ C $-3X + 5$ D $4X - 1$
E nu se poate determina din datele problemei

159

Restul împărțirii polinomului $X^{400} + 400X^{399} + 400$ la polinomul $X^2 + 1$ este:

A $400X + 401$ B $400X - 399$ C $-400X + 401$ D $-400X + 399$ E 0

Fie numărul complex $z = 1 + i$.

160

Numărul complex $\frac{1}{z}$ este:

A $-1 - i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$ E Alt răspuns

161

Dacă z^n este real, pentru o anume valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:

A i^n B -1 C 1 D 2^n E $\left(\sqrt{2}\right)^n$

162

Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $\mid z_1 + z_2 \mid = \sqrt{3}$ și $\mid z_1 \mid = \mid z_2 \mid = 1$, atunci $\mid z_1 - z_2 \mid$ este:

A 2 B 1 C $\sqrt{3}$ D $\sqrt{2}$ E $\sqrt{3} - 1$.

163

Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3 + x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$ este:

A 1 B -1 C 3 D 2 E -2

164

Dacă $a < b < c$ și $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

A $D = 0$ B $D \leq 0$ C $D < 0$ D $D > 0$ E $D = -a^2 - b^2 - c^2$

165

Există matrice nenule $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel ca $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ dacă și numai dacă:

A $a = \sqrt{2}$ B $a \in \{-3, 2\}$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a \in \mathbb{R}^*$ E $a \in \{-2, 2\}$

166

Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$, atunci valoarea determinatului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

este:

A 6 B 4 C 2 D 0 E -2

167

Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A + A^{-1} = 2I_n$, atunci are loc egalitatea:

A $A = 3I_n$ B $A^3 + A^{-3} = 2I_n$ C $A = -A$ D $A^2 + A^{-2} = I_n$ E $A - A^{-1} = 2I_n$

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

168 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este:

A -1 B 1 C -2 D $1/2$ E 0

169 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este:

A 1 B -1 C -2 D -4 E 0

170 $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este:

A 1 B -2^3 C 2^4 D -1 E $4(1+i)$

Se consideră matricea: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$.

171 Determinantul matricei A este:

A $16i$ B $-16i$ C 16 D -16 E 0

172 A^4 este:

A I_4 B $2I_4$ C $4I_4$ D $16I_4$ E $256I_4$

173 Numărul soluțiilor $n \in \mathbb{Z}$ ale ecuației $16A^{8n} + 16I_4 = 257A^{4n}$ este:

A 16 B 8 C 4 D 2 E 1

Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

174 $\det A$ este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E ∞

175 Numărul de soluții în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

A 10 B 1 C 2 D 0 E ∞

176 Numărul soluțiilor ecuației $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 16

Se consideră ecuația matriceală $X^2 = 2X + 3I_2$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

177 X^3 este:

A $7X + 6I_2$ B $6X + 7I_2$ C I_2 D X E $8X + 9I_2$

178 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ ale ecuației este:

A 0 B 2 C 8 D 16 E infinit

179 Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

A strict pozitiv B strict negativ C zero D de modul 1 E 1

Se dă ecuația: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $X \in M_2(\mathbb{R})$.

180 Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

181 Câte soluții are ecuația pentru n impar?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

182 Câte soluții are ecuația pentru n par?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

183 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x + y + z = 0$, $x + 2y + az = 0$, $x + 4y + a^2 z = 0$ are soluție nebanală, este:

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R} \setminus \{1,2\}$ C $\{1,3\}$ D $\{1,2\}$ E $\{2,3\}$

184 Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:

A $A^n = (a^2 + bc)I_2$ B $A^n = (a^2 + bc)^n I_2$ C $A^{2n} = (a^2 + bc)^n I_2$
D $A^{2n+1} = (a^2 + bc)^n I_2$ E $A^{2n} = (a^2 + bc)^n A$

185 Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} ax + y + z &= 0 \\ x + ay + z &= 0 \\ x + y + az &= 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 &= 1 \end{cases}$$

este compatibil este:

A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $\{-2,1\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-2,1\}$ E $\{-2\}$

186 Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ verifică relația $A^3 = pA^2 + qA$ pentru:

A $p = -2$, $q = 3$ B $p = -2$, $q = 2$ C $p = 3$, $q = -2$ D $p = -3$,$q = 2$
E $p = 1$, $q = 1$

187

Mulțimea valorilor reale ale lui m, pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx + y + z &= 1 \\ x + 2my + z &= 1 \\ x + y + z &= 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat și soluția (x, y, z) verifică relația $x + y \geq z$, este:

A $(-\infty, 1]$ B $[-1, \infty)$ C $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right] \cup (1, \infty)$ D $(0, 1)$ E $(-1, 1)$

188

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este:

A $\{-1, 1, 2\}$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1, -2\}$ C $\{-1, 1, -2\}$ D $\emptyset$ E $\{1\}$

189

Rangul matricei $\begin{pmatrix} b & 1 & 2 & 4 \\ 1 & a & 2 & 3 \\ 1 & 2a & 2 & 4 \end{pmatrix}$ este egal cu 2, dacă și numai dacă:

A $a = 1,\ b = 1$ B $a = \frac{1}{2},\ b = \frac{1}{2}$ C $a = \frac{1}{2},\ b = 1$ D $a = 2,\ b = 1$ E $a = 1,\ b = 3$

190

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție: $x * y = xy - ax + by$. Numerele $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R}, *)$ este monoid sunt:

A $a = b \neq 0$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = b = 0$ sau $a = -1,\ b = 1$ D $a = -1,\ b = 0$
E nu există astfel de numere

191

Fie grupurile $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ și $(\mathbb{R}^*, \cdot)$. Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ și $b \in \mathbb{R}$ astfel ca funcția $f : \mathbb{C}^* \to \mathbb{R}^*$, $f(z) = a|z| + b$, să fie morfism de grupuri.

A $a = 2,\ b = 1$ B $a = -1,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = 0$ D $a = -2,\ b = 3$ E $a = 0,\ b = 5$

192

Mulțimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{1 - i,\ 1 + i\}$ D $\{1, i, 2i, -2\}$ E $\emptyset$

193

Fie $m \in \mathbb{Z}$ și operația $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operația $*$ definește o structură de monoid pe $\mathbb{Z}$ este:

A $1 - m$ B m^2 C $m - 1$ D 0 E $m^2 - m$

Pe mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție " $*$ " prin
$x * y = xy - 2x - 2y + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

194 Legea " $*$ " este asociativă pentru:

A $\lambda = 1$ B $\lambda = 2$ C $\lambda = -1$ D $\lambda = -3$ E $\lambda = 6$

195 Mulțimea $M = (2; \infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea " $*$ " pentru:

A $\lambda = 2$ B $\lambda = 3$ C $\lambda < 3$ D $\lambda \geq 6$ E $\lambda > 6$

196 Legea " $*$ " are element neutru pentru:

A $\lambda = 4$ B $\lambda = 6$ C $\lambda = -6$ D $\lambda = 1$

197

Legea de compoziție $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe $\mathbb{R}$ o structură de grup, dacă și numai dacă:

A $n = 1$ B $n = 3$ C $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 2k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ E $n \geq 2,\ n \in \mathbb{N}$

198

In monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulțimea elementelor inversabile este:

A $\{A \mid \det A \neq 0\}$ B $\{A \mid \det A = 1\}$ C $\{-I_2, I_2\}$
D $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ E $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$

199

Să se determine grupul $(G, *)$, știind că funcția

$$f : (0, \infty) \to G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ și $(G, *)$.

A $G = (0, \infty)$ și $x * y = xy$ B $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy$
C $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy - x - y + 2$ D $G = \mathbb{R}$ și $x * y = x + y$
E $G = (1, \infty)$ și $x * y = x + y - 1$

200

Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ și $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x * y = x + y + 1$. Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H, dacă și numai dacă:

A $a = b = 1$ B $a = -1,\ b = 1$ C $a \neq 0,\ b = -1$ D $a = 1,\ b \neq 0$
E $a = 1$, și $b = 0$

Fie monoidul $(M, \cdot)$ unde $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$ cu $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

201 Matricea $A_1 \cdot A_1$ este:

A A_1 B A_2 C A_3 D A_4 E A_{-1}

202 Elementul unitate este:

A I_3 B A_1 C A_0 D $A_{\frac{1}{2}}$ E A_{-1}

203 Inversul elementului A_1 este:

A $A_{\frac{1}{4}}$ B A_4 C $A_{\frac{1}{2}}$ D A_2 E A_{-1}

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = ax + by + c,\ a \neq 0, b \neq 0$.

204 $*$ este asociativă dacă și numai dacă

A $a = b, c = 0$ B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ C $a = b = c = 2$ D $a = b = -1, c = 2$
E alt răspuns

205 $*$ este asociativă și admite element neutru dacă și numai dacă

A $a = b = 1, c = 0$ B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ C $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$ E alt răspuns

206 $(\mathbb{R}, *)$ este grup dacă și numai dacă

A $a = b = 1, c = 0$ B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ C $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$ E alt răspuns

207 Funcția $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f(x) = ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z}, +)$ dacă și numai dacă:

A $a = 1$, B $a = -1$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a \in \mathbb{Z}^*$ E $a \in \{0, 1\}$

208 Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{ax + b}{x^2 + 1}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Mulțimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care imaginea funcției f este $\operatorname{Im} f = [-3, 1]$ este:

A $\{(0, 0)\}$ B $\{(1, -\sqrt{2})\}$ C $\{(2\sqrt{3}, -2), (-2\sqrt{3}, -2)\}$ D $\{(\frac{1}{2}, \sqrt{2}), (-\frac{1}{2}, \sqrt{2})\}$
E $\{(0, 1), (1, 0)\}$

209 Imaginea funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1}$, $a \in \mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0, 2]$, dacă:

A $a \geq 3$ B $a \leq -2$ C $a \in [-1, 0)$ D $a \in [0, 2]$ E $a \in (-2, -1)$

210

Mulțimea valorilor lui x, pentru care este definit radicalul $\sqrt[6-x^2]{x}$, conține:

A 5 elemente B 7 elemente C un interval D 4 elemente E nici un element

211

Mulțimea numerelor complexe z care verifică ecuația $z^2 - 2|z| + 1 = 0$ este:

A $\{-1, 1\}$ B $\{1-i,\ i+1\}$ C $\{-1, 1,\ (\sqrt{2}-1)i,\ (1-\sqrt{2})i\}$
D $\{-1,\ 1,\ 1-i\}$ E $\emptyset$

212

Se consideră ecuația $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmații este adevărată?

A ecuația are o rădăcină pară B ecuația are o rădăcină impară
C ecuația are două rădăcini pare D ecuația nu are rădăcini întregi
E ecuația are două rădăcini impare

213

Ecuația $\sqrt{mx^2 + x + 1} + \sqrt{mx^2 - x + 1} = x$ are soluții reale dacă și numai dacă:

A $m = 0$ B $m = 1$ C $m = \frac{1}{2}$ D $m = \frac{1}{4}$ E $m > 0$

214

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația

$$x^4 + 4x^3 + ax^2 + 4x + 1 = 0$$

are toate rădăcinile reale este:

A $(-\infty, -10]$ B $(-\infty, -10] \cup \{6\}$ C $[4, \infty)$ D $\{0\}$ E $\emptyset$

215

Soluțiile ecuației $1 - 3^{x-1} + 2^{\frac{x}{2}} - 2^{\frac{x}{2}} 3^{\frac{x-1}{2}} = 0$ aparțin mulțimii:

A $[-3, 0]$ B $[0, 2]$ C $\{0; -2\}$ D $[3, \infty)$ E $\{\frac{1}{2}\}$

216

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a\left(x^2 + 4\right) \geq 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, este:

A $(1, 2]$ B $[-2, 0)$ C $(0, 4]$ D $[2, 3]$ E $(1, 3)$

217

Soluția x a ecuației $\log_x(x+1) + \log_{x^3}(x^3+1) = 2\log_{x^2}(x^2+1)$ verifică:

A $x \in [0, 1)$ B $x \in \emptyset$ C $x \in (2, 3)$ D $x \in (3, 4)$ E $x \in (1, 2)$

218

Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $\left(1 + \sqrt{2}\right)^{100}$ este:

A T_{57} B T_{58} C T_{59} D T_{60} E T_{61}

219

Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, și $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

A $m+n-p$ B $p-m-n$ C $m+n-2p$ D $2p-m-n$ E $m+n+p$

Fie polinomul $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$, unde a este un parametru real.

220 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

A $a=1$ B $a=-1$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{2}$ E $a=-\frac{3}{2}$

221 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

A $a=1$ B nu există un astfel de a C $a=-1$ D $a=2$ E $a=-2$

Fie $x_n = (2+\sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

222 Câte perechi $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?

A 0 B 1 C 2 D 3 E o infinitate

223 Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E $\sqrt{3}$

224 Câte soluții are ecuația $x^2 = 3y^2 + 1$ în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

A 1 B 3 C 5 D 6 E o infinitate

225

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 și x_5 rădăcinile ecuației $x^5 + x^4 + 1 = 0$.

Valoarea sumei $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este:

A -4 B -3 C -2 D -1 E 0

Ecuația $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, a, $b \in \mathbb{R}$.

226 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 1 B 2 C 0 D 4 E 8

227 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 2 B 1 C 4 D 0 E 16

228 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația are toate rădăcinile reale și pozitive sunt:

A $a = 1, b = 0$ B $a = 24, b = 32$ C $a = 24, b = 1$ D $a = 32, b = 24$ E $a = 1, b = 32$

229 Fie $\alpha \in \mathbb{C}$ astfel ca $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$, astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(\alpha I_2 - A) = \alpha^2.$$

Valoarea lui $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2)$ este:

A -1 B 0 C 2 D α E 1

230 Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ și există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

231 Mulțimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ dacă:

A $b = 0$ B $a = b$ C $\mid a \mid = \mid b \mid$ D $a = -b$ E $a^n = b$

232 Câte elemente inversabile are monoidului $\left(\mathbb{Z}\left[\sqrt{2}\right], \cdot\right)$?

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

233 Funcția $f(x, y) = \dfrac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compoziție pe intervalul $(-1, 1)$ dacă:

A $a = b = 2$ B $a + b \in (-1, 1)$ C $a \in (-1, 1)$ și $b \in (-1, 1)$ D $a = b \in [-1, 1]$ E $a + b = 1$

234 Fie $x * y = \dfrac{x + y}{1 + xy}$, $x, y \in (-1, 1)$. Numărul $\dfrac{1}{2} * \dfrac{1}{3} * \cdots * \dfrac{1}{1000}$ este:

A $\frac{500499}{500502}$ B $\frac{500499}{500501}$ C $\frac{500500}{500501}$ D $\frac{500501}{500502}$ E $\frac{500400}{500501}$

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

235 au 4 elemente, îl conțin pe 2 și nu îl conțin pe 3:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D C_6^4 E alt răspuns

236 cel mai mic element al fiecărei submulțimi este 1:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D $2^8 - 1$ E alt răspuns

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. În câte moduri se poate scrie A ca reuniune a două mulțimi disjuncte și:

237 nevide?

A $2^8 - 1$ B C_8^2 C $2^7 - 1$ D $\left(C_8^2\right)^2$ E $2^8 - 2$

238 având număr egal de elemente?

A C_7^3 B C_8^4 C $\left(C_8^4\right)^2$ D 2^4 E 2^5

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

239 nu conțin numere pare:

A 15 B 16 C 32 D 127 E 128

240 conțin cel puțin un număr impar:

A 127 B 128 C 129 D 240 E 255

241 conțin atât numere pare cât și impare:

A 225 B 235 C 245 D 255 E alt răspuns

Un număr de 8 bile numerotate de la 1 la 8 se distribuie în 4 cutii etichetate A, B, C, D. În câte moduri se poate face distribuirea dacă se admit cutii goale și:

242 se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

243 nu este obligatoriu să se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de două ori.

244 Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:

A $\frac{1}{6}$ B $\frac{1}{36}$ C $\frac{1}{21}$ D $\frac{2}{7}$ E $\frac{5}{36}$

245 Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:

A $\frac{5}{6}$ B $\frac{5}{12}$ C $\frac{5}{18}$ D $\frac{5}{36}$ E $\frac{5}{72}$

246 Dacă știm că la a doua aruncare s-a obținut un număr mai mare decât cel de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca la prima aruncare să fi obținut 3 este:

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{12}$

2

Analiză matematică

247

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right)$ este:

A $\frac{1}{2}$ B 4 C 1 D ∞ E 0

248

$\lim_{n\to\infty}\left(1+\sin\frac{x}{2^n}\right)^{2^n}$ este:

A e B $\frac{2}{x}$ C e^x D e^{-x} E $\frac{1}{e}$

249

$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\ln n}(\sqrt[n]{n}-1)$ este:

A 1 B e C ∞ D 0 E $\dfrac{1}{e}$

250

Se dă șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$ prin relațiile:
$a_0=2$; $a_1=16$; $a_{n+1}^2=a_na_{n-1}$, $\forall n\geq 1$. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 0}$ este:

A 1 B 2 C 4 D 8 E ∞

251

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin: $x_{n+1}-a\,x_n+2=0$, $x_0=a$.
Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care șirul (x_n) este strict descrescător este:

A $\emptyset$ B $(-1,2)$ C $(-1,1)$ D $(0,\infty)$ E $(0,2)$

252

Fie $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ un număr fixat. Se consideră șirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definite prin

$x_{n+1} = a^{\frac{1}{(n+1)!}} \cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}$, $\quad n \geq 1,\ x_1 = 1, \qquad b_n = \prod_{k=1}^{n} x_k.$

Limita $\lim_{n\to\infty} b_n$ este:

A $\sqrt{a}$ B a C a^2 D ∞ E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \dfrac{2}{x_n}$, $x_0 = 1$.

253 Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

254 $\lim_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu:

A 1 B 2 C 3 D π E ∞

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

255 Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul este constant este:

A 0 B 1 C 2 D 5 E 10

256 Șirul este crescător dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $(-\infty, 0)$ B $[0, \infty)$ C $(-\infty, 0]$ D $(0, \infty)$ E $\mathbb{R}$

257 Dacă $x_0 > 0$, $\lim_{n\to\infty} x_n$ este:

A ∞ B 0 C nu există D 1 E $2e$

258 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $(0, \infty)$

259 Pentru $x_0 = -1$, $\lim_{n\to\infty} n x_n$ este:

A -2 B -1 C 0 D 1 E nu există

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1$, $x_1 \in \mathbb{R}$.

260 Dacă $x_{100} = 1$, atunci x_2 este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E $\frac{1}{2}$

261 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_1 aparține mulțimii:

A $[0,1]$ B $(0,1)$ C $\{0,1\}$ D $\{1\}$ E $[-1,1]$

262 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_1 x_2 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $+\infty$ E nu există

263 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right)$ este:

A 1 B 2 C $\sqrt{2}$ D e E $+\infty$

264 Șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = 2^{\frac{x_n}{2}}$, $x_0 \in \mathbb{R}$, are limita 2, dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\{2\}$ B $[-2,2]$ C $(-\infty, 2]$ D $[2,4)$ E alt răspuns

Valorile limitelor următoare sunt:

265 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2}$

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{2}$ D 2 E ∞

266 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C 1 D 2 E ∞

267 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt[3]{2}) \cdots (2 - \sqrt[n]{2})$

A 0 B 1 C 2 D $\sqrt{2}$ E e

268 Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un șir de numere reale, astfel ca șirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$, să fie mărginit. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 1}$ este:

A e B 0 C ∞ D 1 E $\frac{1}{e}$

269

Fie $a \in \mathbb{R}$ astfel încât șirul $(x_n)_{n\geq 1}$,

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}\right) - a\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right),$$

să fie mărginit. Limita lui este:

A 0 B $\ln 2$ C 2 D $-\ln 2$ E $\dfrac{1}{2}$

270

Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

A 3 B 0 C ∞ D 1 E nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro

271

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{n^3+2n^2+1} - \sqrt[3]{n^3-1}$ este:

A 0 B $\frac{1}{2}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

272

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2-3n+1}{n^2+1}\right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}} \text{ este:}$$

A e^6 B e^{-1} C e^{-3} D e^{-2} E e^9

273

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\ln(1+e^{2n})}{\ln(1+e^{3n})} \text{ este:}$$

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\ln 2$

274

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1-2+3-4+5-\cdots-2n}{3n+1}$ este:

A $\frac{1}{3}$ B -2 C ∞ D $\frac{2}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

275

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2+1}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n^2+1}} \text{ este:}$$

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

276

$$\lim_{n\to\infty} \prod_{k=1}^{n} \frac{(k+1)^2}{k(k+2)} \text{ este:}$$

A 5 B 4 C 1 D 2 E 3

277

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}}$$

A 1 B $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ C $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$ D ∞ E nu există

278

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$ este:

A $-\frac{1}{3}$ B $-\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{2}$

279

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este:

A 0 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

280

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k), $k\in\mathbb{N}^*$, $a_1>0$, formează o progresie aritmetică cu rația $r>0$, este:

A ∞ B $\frac{1}{a_1 r}$ C 1 D a_1 E 0

281

Fie $S_n=\sum\limits_{k=2}^{n}\dfrac{k^2-2}{k!}$, $n\geq 2$. Alegeți afirmația corectă:

A $S_n<3$ B $S_n>3$ C $S_n=e$ D $S_n<0$ E $S_n=e-\dfrac{1}{2}$

282

Fie $n\in\mathbb{N}^*$ și fie $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}k!\cdot(k^2+1)$. Atunci S_n este:

A $(n+1)!\cdot n$ B $2\cdot n!\cdot n$ C $(n+1)!$ D $(n+1)!-n!+1$ E $(n+1)!+n!-1$

283

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{4k^2-1}$

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D -1 E nu există

284

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{6}{k(k+1)(k+3)}$

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{7}{6}$ D 1 E $\frac{3}{2}$

285

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$, $x_n=\cos\left(\pi\sqrt{4n^2+n+1}\right)$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D nu există E $1.$

Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq 1}$, unde $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \dfrac{n^2-1}{a_n} + 2$, $n \geq 1$.

286 a_2 este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

287 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{n}$ este:

A 1 B 0 C ∞ D 2 E 3

288 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} a_k^3}{n^4}$ este:

A $\frac{1}{4}$ B 1 C 0 D 2 E 4

289 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} a_k^k}{n^{n+1}}$ este:

A 0 B e C e^{-1} D e^2 E 1

290

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^n}{e^n n!}$ este:

A 0 B 1 C e D $\sqrt{e}$ E ∞

291

Fie $p \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$, $q > 0$. Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{qn+1}{qn} \, \frac{qn+p+1}{qn+p} \cdots \frac{qn+np+1}{qn+np}.$$

A $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ B $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$ C $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$ D $p\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ E $p^2\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

292

Fie x_0 un întreg pozitiv. Se definește șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\[2mm] \dfrac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \qquad n = 0, 1, \ldots \end{cases}$$

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D e E Nu există pentru unele valori ale lui x_0

293

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \cdots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}$, $a > 0$, este:

A 0 B $\ln a$ C ∞ D e E a

294

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2^k}+\frac{1}{3^k}\right)$ este:

A 1 B $\frac{7}{2}$ C $\frac{8}{3}$ D $\frac{3}{2}$ E 0

295

Limita $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=0}^{n}\frac{C_n^k}{(2n)^k}$ este

A 0 B 1 C $e^{\frac{1}{2}}$ D e^2 E ∞

296

Fie $p_n=\prod\limits_{k=1}^{n}\cos(2^{k-1}x)$, $x\neq k\pi$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty}p_n$ este:

A 1 B $\frac{\cos x}{x}$ C 0 D $\frac{\sin x}{x}$ E nu există

297

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=0}^{n}\frac{C_n^k}{n2^n+k}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞

298

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=0}^{n}\frac{kC_n^k}{n2^n+k}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞

299

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{\cos n\pi}{n}\right)^n$ este:

A ∞ B 0 C 1 D e E nu există

300

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+x^n(x^2+4)}{x(x^n+1)}$, $x>0$ este:

A $\frac{1}{x}$ B ∞ C x D $\frac{x^2+4}{x}$ E alt răspuns

301

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\arcsin\frac{k}{n^2}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D $\frac{1}{2}$ E 2π

302

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 2}$, $\quad x_n = \sqrt[n]{1+\sum_{k=2}^{n}(k-1)(k-1)!}.$

Limita $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n}{n}$ este:

A ∞ B $\frac{1}{e}$ C 0 D 1 E e

303

Fie $x\in\mathbb{R}$. Notăm cu $\lfloor x\rfloor$ partea întreagă a numărului x. Limita șirului

$$x_n = \frac{\lfloor x\rfloor + \lfloor 3^2x\rfloor + \cdots + \lfloor (2n-1)^2x\rfloor}{n^3}, \quad n\geq 1,$$

este:

A $\frac{x}{2}$ B 1 C 0 D $\frac{3x}{4}$ E $\frac{4x}{3}$

304

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\ln\left(a^{\frac{n}{1}}+a^{\frac{n}{2}}+\cdots+a^{\frac{n}{n}}\right)$, unde $a\in(1,\infty)$, este:

A $1-\ln a$ B $1+\ln a$ C $2+\ln a$ D $-\ln a$ E $\ln a$

305

Șirul $\quad \sqrt[n]{2^{n\sin 1}+2^{n\sin 2}+\cdots+2^{n\sin n}}, \quad n=2,3,\ldots, \quad$ este:

A convergent B mărginit și divergent C nemărginit și divergent
D cu termeni negativi E are limită infinită

306

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{\ln 2}{2}+\frac{\ln 3}{3}+\cdots+\frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$ este:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 2 E nu există

307

Șirul $a_n = 1^9+2^9+\cdots+n^9 - a\,n^{10}$, $a\in\mathbb{R}$, este convergent dacă:

A $a=9$ B $a=10$ C $a=1/9$ D $a=1/10$
E nu există un astfel de a

308

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = ac+(a+ab)c^2+\cdots+(a+ab+\cdots+ab^n)c^{n+1}$.
Atunci, pentru orice $a,b,c\in\mathbb{R}$ cu proprietățile $|c|<1$, $b\neq 1$ și $|bc|<1$, avem:

A (x_n) nu este convergent B $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0$ C $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=1$
D $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\frac{a+bc}{(1-ab)c}$ E $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$

309

Pentru numărul natural $n\geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p\leq 2008\cdot 2^n$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n}{n}$ este:

A 0 B 1 C $\log_3 2$ D 2008 E Limita nu există

Fie $0 < b < a$ și $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a+b)x_{n+1} - ab\, x_n, \quad n \in \mathbb{N}$$

310 Dacă $0 < b < a$ și $l = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

A $l = a$ B $l = b$ C $l = \frac{a}{b}$ D $l = \frac{b}{a}$ E nu se poate calcula

311 Dacă $0 < b < a < 1$ și $L = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} x_k$ atunci:

A $L = 1$ B $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$ C $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$ D $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$ E $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

312

Mulțimea tuturor valorilor lui a pentru care șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin recurența $x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

A $\{1\}$ B $[-1, 2]$ C $\{0\}$ D $(0, 1)$ E $[1, 3]$

313

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(p+n)!}{n!n^p} \right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este:

A ∞ B 0 C e D $e^{1/6}$ E $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$

314

Câte șiruri convergente de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ verifică relația

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$?

A 1 B 10 C 0 D o infinitate E 2

315

Șirul (x_n), $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita șirului (y_n), $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2}$.

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{\pi^2}{3}$ C $\frac{\pi^2}{16}$ D $\frac{\pi}{3}$ E $\frac{\pi^2}{12}$

316

Fie x_n soluția ecuației $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $\left(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}\right)$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} n \left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n \right)$$

este:

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{\pi}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi}{4}$

317

Mulțimea valorilor funcției $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ \ f(x)=x^{\frac{1}{x}}$ este:

A $\left[-1, e^{\frac{1}{e}}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $[0,1]$ D $\left(0,\frac{1}{e}\right)\cup[1,e]$ E $\left(0, e^{\frac{1}{e}}\right]$

318

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}$.

A e B -1 C 1 D $-e$ E 0

319

$\lim\limits_{x\to +0}\left((1+x)^x - 1\right)^x$

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

320

$$\lim_{x\to 0}\frac{x-\overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$$

A 0 B $n/2$ C $n/3$ D $n/4$ E alt răspuns

321

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+\sqrt{2})^{\sqrt{2}}-(x-\sqrt{2})^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{2}-1}}$.

A $\sqrt{2}$ B $2\sqrt{2}$ C 4 D 0 E alt răspuns

322

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+ax)^{\frac{1}{x}}-(1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}, \quad a\in\mathbb{R}$.

A $\frac{a(1-a)}{2}$ B $a(1-a)$ C 0 D $a\,e$ E $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

323

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\arcsin(\sin x)}{x}$

A 0 B 1 C ∞ D $-\infty$ E nu există

324

$\lim\limits_{x\to 0} x\left\lfloor\dfrac{1}{x}\right\rfloor$ este:

A 0 B ∞ C nu există D -1 E 1

325

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin\left(ax^2+bx+c\right)}{x^2-1}$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$ astfel încât $a+b+c=\pi$, este:

A $a+b$ B $\pi-a-b$ C $2a+b$ D $-\frac{2a+b}{2}$ E $2(a+b)$

326

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$ este:

A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞

327

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{\sqrt[3]{x+8}-2}$$

A 3 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D nu există E 0

328

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x+\sin 2x+\cdots+\sin nx}{x}$$

A $n(n+x)$ B n^2 C $\frac{n(n+1)}{2}$ D $(n+1)(n+2)$ E $n(n+3)$

329

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sum\limits_{k=1}^{m}\operatorname{arctg} k^2x}{\sum\limits_{k=1}^{m}\ln(1+k^3x)}$$

A $\frac{m(m+1)}{m+2}$ B $\frac{2}{3}\frac{2m+1}{m(m+1)}$ C $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ D 0 E $\frac{\pi}{2e}$

330

$$\lim_{x\to 0}\frac{a_1^x a_2^{2x}\cdots a_n^{nx}-1}{x},\quad a_1,a_2,\ldots,a_n>0,\quad \text{este:}$$

A $\ln(a_1a_2\cdots a_n)$ B $\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_n$ C $\ln(a_1a_2^2\cdots a_n^n)$ D $e^{a_1+2a_2+\cdots+na_n}$
E $e^{a_1+a_2+\cdots+a_n}$

331

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(2x+\sqrt{x^2-1}\right)^n+\left(2x-\sqrt{x^2-1}\right)^n}{x^n}$$

A 2^n B 2^n-3^n C 1 D 3^n+1 E 0

332

$$\lim_{x\to\infty}\left(x-x^2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)$$

A ∞ B $-\infty$ C 0 D 1 E $\frac{1}{2}$

333

$$\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\right)$$

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 1

334

$$\lim_{x\to 0} xe^{-\frac{1}{x}}$$

A 0 B e C $-\infty$ D nu există E 1

335

$$\lim_{x\to\infty}\left(x\left(1+\frac{1}{x}\right)^x-ex\right)$$

A $-\frac{e}{2}$ B e C 0 D ∞ E $2e$

Valoarea limitelor:

336 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x^n - \sin^n x}{x^{n+2}}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

A ∞ B 0 C $-\frac{n}{6}$ D $\frac{n}{6}$ E 1

337 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{e^x - 1}\right)$.

A e B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{e}{2}$ D $-\dfrac{1}{2}$ E 0

338 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}(\sin x) - x}{x^3}$

A $1/3$ B $1/6$ C ∞ D -1 E $\pi/2$

339 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{a^x + b^x + c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}$, $a, b, c > 0$,

A $\sqrt[3]{abc}$ B nu există C $\ln abc$ D $\frac{a+b+c}{3}$ E 1

340 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right)^{\frac{1}{x}}$

A 1 B 0 C e D $\sqrt{e}$ E $\frac{1}{\sqrt{e}}$

341 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

A 1 B e^2 C $e^{\frac{3}{2}}$ D $e^{\frac{1}{2}}$ E e^3

342 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$

A $\sqrt[3]{2}$ B $\sqrt[3]{e}$ C e D e^{-1} E $e^{\frac{3}{2}}$

343 $\lim\limits_{x\to \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + x + 1}\, \dfrac{\ln(e^x + x)}{x}\right)$ este:

A 0 B 1 C -1 D $-\frac{1}{2}$ E ∞

344 $\lim\limits_{x\to 0} (a^x + x)^{\frac{1}{\sin x}}$, $a > 0$, este:

A ae B $e^{\ln a}$ C a D 1 E e^a

345

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \left(x^2\right)^{\frac{1}{\ln x}}$

A 2 B e^2 C 1 D 2 E nu există

346

$\lim\limits_{n\to\infty} n^2 \cdot \left(e^{\frac{1}{n+1}} - e^{\frac{1}{n}}\right)$:

A -1 B 1 C $-\infty$ D Limita nu există E e

347

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\lim\limits_{x\to 0} \left(1 + \operatorname{tg}^2(x) + \operatorname{tg}^2(2x) + \cdots + \operatorname{tg}^2(nx)\right)^{\frac{1}{n^3x^2}}\right)$ este:

A $e^{\frac{1}{3}}$ B e^3 C $\frac{1}{e}$ D 1 E ∞

348

Dacă $|a| > 1$, atunci limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{1+a^n}$ are valoarea:

A 0 B 1 C 2 D ∞ E limita nu există, pentru $a < -1$

349

Pentru ce valori ale parametrilor reali a și b avem
$\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt{x^2+2x+2} - ax - b\right) = 0$?

A $a = b = 1$ B $a = b = -1$ C $a = 2,\ b = 1$ D $a = 1,\ b = 2$ E $a = 2,\ b = \frac{3}{2}$

Se consideră funcția $f\colon D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin\left(x - \sqrt{1-x^2}\right)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

350 Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției este:

A $[-1,1]$ B $(-1,1)$ C $(0,1)$ D $[0,1]$ E alt răspuns

351 Mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției este:

A $[-1,1]$ B $[0,1]$ C $[0,1)$ D $(0,1)$ E alt răspuns

352 Mulțimea punctelor în care funcția are derivată este:

A $[-1,1]$ B $[0,1]$ C $[0,1)$ D $(0,1]$ E alt răspuns

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcției f dacă:

353 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este strict crescătoare
B f este injectivă
C f este surjectivă
D f este inversabilă
E f nu este injectivă

354 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este descrescătoare
B f este injectivă
C f este surjectivă
D f este inversabilă
E f nu este injectivă

355 f este injectivă.

A f este surjectivă
B f este strict monotonă
C f are cel puțin două zerouri
D f este inversabilă
E f este o funcție impară

356

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(e^x + x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}$, $n > 0$, este:

A 1
B $n + 1$
C 0
D ∞
E e

357

Funcția f definită prin $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^2 e^{nx} + x}{e^{nx} + 1}$

A este definită numai pentru $x \leq 0$
B este definită și continuă pe $\mathbb{R}$
C este definită și derivabilă pe $\mathbb{R}$
D este definită pe $\mathbb{R}$ dar nu este continuă pe $\mathbb{R}$
E este definită numai pentru $x = 0$

358

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^n + x}{x^{2n} + 1}$.
Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

A f nu e bine definită pe $(-\infty, -1)$ căci limita nu există.
B f este continuă în 1.
C singurul punct de discontinuitate este $x = 1$.
D f are limită în $x = -1$.
E f continuă pe $(-\infty, 1)$.

359

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{1 + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \cdots + x^{2n}}$$

este:

A $\mathbb{R}$
B $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
C $\mathbb{R}^*$
D $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$
E $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

360

Ecuația $x^2 + 1 = me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluții reale și distincte dacă:

A $m = -1$
B $m = 2e$
C $m = \pi$
D $m = 3\sqrt{2}$
E $m = 7$

361

Ecuația $m\,e^{\frac{2}{x-1}} = x,\ m \in \mathbb{R},$ are două rădăcini reale și distincte dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(0,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(-\infty,1)$ D $(0,1)$ E $(-1,1)$

362

Fie funcția $f(x) = \dfrac{|x^3-1|}{ax^2+bx}$. Valorile numerelor reale a și b pentru care dreapta $y = x+4$ este asimptotă la ∞ sunt:

A $a = 4; b = 1$ B $a = 1; b = -4$ C $a = -4; b = 1$ D $a = 1; b = 4$
E $a = -1; b = -4$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{x^2-x+1}$.

363 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $y - 2x + 1 = 0$ B $2y - 2x + 1 = 0$ C $y - 4x - 1 = 0$ D $4y - x + 1 = 0$
E $4y - 4x + 1 = 0$

364 Ecuația normalei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $2y - 2x + 1 = 0$ B $\frac{1}{4}y - 2x + 1 = 0$ C $y - x + 1 = 0$ D $y + \frac{1}{4}x - 1 = 0$
E $4y - x + 1 = 0$

365

Fie polinomul $P(x) = ax^3 + x^2 - bx - 6,\ a, b \in \mathbb{R}$. Valorile lui a și b pentru care polinomul $P(x+1) + P'(x)$ este divizibil cu $(x-1)$ și $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{P(x)}{x(bx+1)(x-1)} = \dfrac{1}{3}$ sunt:

A $a = -1,\ b = 2$ B $a = 1,\ b = 0$ C $a = 3,\ b = \frac{1}{2}$ D $a = 0,\ b = 0$
E nu există astfel de a și b

366

Funcția $f(x) = \dfrac{1}{1 - e^{\frac{1}{x}}},\ x \in (0,\infty)$, admite asimptota oblică de ecuație:

A $y = -x - 1$ B $y = -x + \frac{1}{2}$ C $y = -x + 1$ D $y = -x$ E $y = x$

367

Fie $f : D \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{x^2+bx+2}{x^2+2x+c}$, D-domeniul maxim de definiție al lui f. Mulțimea tuturor valorilor $(b,c) \in \mathbb{R}^2$ pentru care funcția f are o singură asimptotă verticală și graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

A $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | b \neq 0,\ c = 1\}$ B $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1\}$
C $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | b = 3,\ c = 1\}$ D $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1,\ b = 2 \text{ sau } c = 1,\ b = 3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect

368

Graficul funcției $f : \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$ admite:

A o asimptotă verticală și una orizontală
B o asimptotă verticală și una oblică
C o asimptotă orizontală și una oblică
D o asimptotă verticală și două oblice
E o asimptotă verticală și două orizontale

369

Valorile lui $m \in R$ astfel încât $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{(m-1)^2x^2+1}}{3x+2} = -1$ sunt:

A $-2, 4$ B $-1, 3$ C $2, 3$ D $-1, 4$ E $-2, 2$

370

Funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x-a}{x^2-b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiție două asimptote verticale dacă și numai dacă:

A $a = b = 0$ B $a = 1,\ b = -1$ C $a = b = 1$ D $a = 2,\ b = 1$ E $b > 0,\ a^2 \neq b$

371

Abscisele punctelor în care graficele funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{și} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt:

A $\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ D nu există E 0

372

Egalitatea

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă și numai dacă numerele reale a și b satisfac condiția:

A $ab > 1$ B $ab < 1$ C $ab \neq 1$ D $ab > 0$ E $b = 0,\ a \in \mathbb{R}$

373

Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0,1]$ pentru care funcția $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x-a|$, este convexă pe $[0,1]$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

374

Fie $Q(x)$ câtul împărțirii polinomului $P(x) = 99(x^{101}-1) - 101\,x(x^{99}-1)$ la $(x-1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este:

A 9999 B 18000 C 5050 D 3333 E alt răspuns

375

Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este derivabilă și sunt verificate condițiile:
$f(0) = 2,\ \ f'(x) = 3\,f(x),\ \ \forall x \in \mathbb{R}$. Valoarea $f(\ln 2)$ este:

A 2 B 4 C 6 D 16 E 32

376 Care dintre următoarele afirmații este adevărată pentru orice funcție $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ care are derivată strict pozitivă?

A f este crescătoare pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
B f este crescătoare pe $(0, \infty)$
C f este descrescătoare
D f este mărginită
E f este convexă

377 O funcție polinomială neconstantă $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, este strict crescătoare dacă și numai dacă:

A $P'(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
B $P'(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
C $P'(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
D $P''(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
E $P''(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

Se consideră funcția $f\colon\ [-2, 1] \to M,\ M \subset \mathbb{R},\quad f(x) = \left|x^3 + x^2\right|$.

378 Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

A 5
B 3
C 2
D 1
E 4

379 f este surjectivă pentru M egal cu:

A $[0, 4]$
B $[0, \infty)$
C $[0, 2]$
D $[0, 27]$
E $\mathbb{R}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+2019)$ și fie $g = f \circ f \circ f$.

380 $f'(0)$ este:

A $2019!$
B 0
C $2018!$
D $2019! + 2018!$
E $2019! - 2018!$

381 $g'(0)$ este:

A $2019!^3$
B 2019^3
C 2019^2
D $2019!^2$
E $2019!$

382 Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ este:

A 9
B 7
C 5
D 3
E alt răspuns

383 Să se studieze derivabilitatea funcției $f : [1, \infty) \to \mathbb{R},\quad f(x) = \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x-1}}$.

A f derivabilă pe $(2, \infty)$
B f are în $(5, 0)$ punct de întoarcere
C f are în $(5, 0)$ punct unghiular
D f este derivabilă în $x = 5$
E f este derivabilă numai pe $(5, \infty)$

384 Dacă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt[5]{\dfrac{1}{6}x^3 - x + \sin x}$, atunci $f'(0)$ este:

A $1/\sqrt[5]{120}$
B $-1/\sqrt[5]{120}$
C ∞
D nu există
E $-\infty$

385

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?

A f nu e continuă în 0 B f este derivabilă în 0 C f nu are limită în 0
D $\exists \lim\limits_{x\to 0} f'(x)$ E f are limită la $+\infty$, egală cu 1, și la $-\infty$, egală cu -1

386

Se consideră funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \text{arctg}\sqrt{x^2-1} + \arcsin\frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției f. Mulțimea valorilor funcției f este:

A $\left(-\infty, \frac{\pi}{2}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $\left(-\frac{\pi}{2}, \infty\right)$ D $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ E $\left(-\infty, -\frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \infty\right)$

Se consideră funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + \sqrt{|x|} - x)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

387 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este:

A 0 B 1 C -1 D e E ∞

388 $f'(\frac{1}{4})$ este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{2}$

389 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

390

Valoarea lui a pentru care funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x|x-a|$, este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A $a = 1$ B $a = -1$ C $a = 0$ D $a = 2$ E $a = -2$

391

Fie g și h două funcții derivabile pe $\mathbb{R}$ și $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0) = 0$, atunci funcția f este derivabilă în x_0 dacă și numai dacă:

A $h'(x_0) = 0$ B $g(x_0) > 0$ C $g(x_0) = 0$ D $g(x_0)h'(x_0) = 0$ E alt răspuns

392

Funcția $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax}{x^2+b}, & 0 \le x \le 1 \\ \ln(x^2 - 3x + 3) + 2x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, este o funcție derivabilă pentru:

A $a = 6,\ b = 2$ B $a = 8,\ b = 3$ C $a = 8,\ b = 30$ D $a = 10,\ b = 4$ E $a - 2b = 1$

393

Derivata funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

A ∞ B 0 C 1/3 D 1 E nu există

394

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $\left(f^{-1}\right)'(3)$ este:

A 1 B -1 C $\frac{1}{3}$ D -2 E $\frac{1}{5}$

395

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α și β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0,1)$ sunt:

A $\alpha = 1,\ \beta = -1$ B $\alpha = 0,\ \beta = 1$ C $\alpha = \beta = 2$ D $\alpha = 3,\ \beta = -1$
E $\alpha = -1,\ \beta = 1$

396

Se consideră funcția $f : [-1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2 + x + 1) & ; \quad -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x|x^2 - 4|} & ; \quad x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare și cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcției f. Atunci:

A $\alpha = 5,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$ B $\alpha = 5,\ \beta = \gamma = 1$ C $\alpha = 5,\ \beta = 2,\ \gamma = 0$
D $\alpha - \beta = 4,\ \beta - \gamma = 1$ E $\alpha = 4,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$

397

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

A f e strict pozitivă pe $\mathbb{R}$ B f e strict crescătoare pe $\mathbb{R}$
C f e strict negativă pe $\mathbb{R}$ D f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (-\infty, 0)$
E f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (0, \infty)$

398

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care ecuația $e^x - a = \ln(x + a)$ nu are nici o soluție este:

A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $(-\infty, 1)$ D $(0, 1)$ E $(1, \infty)$

399

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{116}$ E $\frac{1}{68}$

400

Dacă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este o funcție cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2) = f'(2) = f''(2) = 2$, iar funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este definită prin $g(x) = f\left(\sqrt{x^2 + 3}\right)$, atunci:

A $g(1) = g'(1) = 2$ B $g'(1) = \sqrt{2}$ C $g(1) + g''(1) \in \mathbb{N}$ D $g'(1) = g''(1) = 1$
E $g'(1) = 1,\ g''(1) = \frac{5}{4}$

Fie funcția f dată prin $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

401 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1;0;1\}$ C $\emptyset$ D $\{0;2\}$ E $\{0;1\}$

402 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1;0;1\}$ C $\emptyset$ D $\{0;2\}$ E $\{0;1\}$

Fie $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ o funcție de două ori derivabilă astfel încât $f''(x) = \dfrac{1}{x}$, $\forall x > 0$ și $f(1) = f'(1) = 0$.

403 $f'(x)$ are expresia:

A $-\frac{1}{x^2}$ B $1-\frac{1}{x^2}$ C $\frac{1}{x^2}-1$ D $\ln x$ E Alt răspuns

404 $f(x)$ are expresia:

A $\frac{2}{x^3}$ B $\frac{2}{x^3}-2$ C $x\ln x - x$ D $x\ln x + x - 1$ E Alt răspuns

405 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $\ln x = 1 - \frac{1}{x}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E Alt răspuns

Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2^{x^4} + 2^{x^2-1}$.

406 Care este valoarea lui $f(-1)$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

407 Care este soluția inecuației $f(x) \le 3$?

A $\emptyset$ B $[-1,1]$ C $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$ D $(-\infty,-1]$ E alt răspuns

408 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2e^{-x^2}$

409 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcției este egală cu:

A 25 B 1 C $5+\sqrt{17}$ D 5 E $5-\sqrt{17}$

410 Aria mărginită de graficul funcției f', dreptele $x=-2, x=1$ și axa OX este egală cu:

A $\frac{1}{e}-\frac{4}{e^2}$ B $\frac{4}{e^2}-\frac{1}{e}$ C $\frac{3}{e}-\frac{4}{e^4}$ D 1 E alt răspuns

411 Funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\alpha x^2+1-\ln(1+x),\ \alpha\in\mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru:

A $\alpha=-2$ B $\alpha=-1$ C $\alpha\in(-2,-1)$ D $\alpha>2$ E $\alpha<-2$

412 Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x(x^2+6x+m)$, unde m este un parametru real. Funcția f admite puncte de extrem pentru:

A $m\in(-\infty,10]$ B $m\in(10,\infty)$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m\in(-\infty,10)$ E $m\in[10,\infty)$

413 Inegalitatea $a^x\geq x+1$ are loc pentru orice $x\in\mathbb{R}$ dacă și numai dacă:

A $a=1$ B $a=e$ C $a>1$ D $a>e$ E $a<e$

414 Dacă ecuația $a^x=x$, cu $a>1$ are o singură soluție reală atunci:

A $a=\frac{1}{e}$ B $a=e$ C $a=e^{\frac{1}{e}}$ D $a=e^e$ E $a=\frac{1}{e^e}$

415 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuația $a^x=x+2$, are două soluții reale este:

A $(1,\infty)$ B $(0,1)$ C $(\frac{1}{e},e)$ D $(\frac{1}{e^e},e^e)$ E $(e^{\frac{1}{e}},\infty)$

416 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x\geq x^a$, are loc pentru orice $x>0$ este:

A $\{e\}$ B $(0,1)$ C $(1,\infty)$ D $(\frac{1}{e},1)$ E $(1,e)$

417 Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{x^2+2x+2}$ are proprietatea:

A este crescătoate pe $\mathbb{R}$ B este descrescătoare pe $(-\infty,0]$ și crescătoare pe $[0,\infty)$
C este impară D $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=2$
E graficul funcției f intersectează axa Ox într-un punct.

418

Să se determine un punct $P(x_0, y_0)$ pe curba a cărei ecuație este $y = (x-2)\sqrt{x}$, $x > 0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuație $2y = 5x + 2$.

A $P(4,4)$ B $P(9,21)$ C $P(1,-1)$ D $P(2,0)$ E $P(3,\sqrt{3})$

419

Valoarea parametrului real a pentru care graficul funcției $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\ln x + a\,x^2$, este tangent axei Ox este:

A $-\frac{1}{e}$ B e C $2e$ D $-e$ E 1

420

Funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$, $a > 0$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

A $a = 1 + e$ B $a = 0$ C $a = 1$ D $a = e - \pi$ E $a = -1$

421

Ecuația tangentei la graficul funcției $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x = 2$ este:

A $x - 7y - 2 = 0$ B $x - 6y - 2 = 0$ C $x - 5y - 2 = 0$ D $x - 4y - 2 = 0$
E $x - 3y - 2 = 0$

422

Graficele funcțiilor $f(x) = ax^2 + bx + 2$ și $g(x) = \dfrac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0 = 1$ dacă:

A $a + b = -1$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = -2$ D $a = 3,\ b = -5$
E $a = 3,\ b = -4$

423

Tangenta la graficul funcției $f(x) = (a\sin x + b\cos x)e^x$ în punctul $(0, f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

A $a = b = 1$ B $a = 2,\ b = 1$ C $a - b = 1$ D $a + b = 1$ E $a^2 + b^2 = 1$

424

Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuației $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$. Atunci $\lim\limits_{m\to\infty} x_1$ este:

A 1 B $\dfrac{3}{2}$ C 0 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

425

Mulțimea valorilor paramentrului real a pentru care ecuația $ax - \ln|x| = 0$ are trei rădăcini reale distincte este:

A $(-\infty, 0)$ B $(0,1)$ C $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$ D (e^{-1}, ∞) E $\emptyset$

Fie funcția $f:(-\infty,-1)\bigcup(-1,1)\bigcup(1,\infty)\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=2\operatorname{arctg}x-\operatorname{arctg}\frac{2x}{1-x^2}.$$

426 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ este:

A π B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D -1 E ∞

427 Mulțimea valorilor funcției este:

A $\{-\pi,0,\pi\}$ B $\{0\}$ C $\mathbb{R}$ D $(-1,\infty)$ E $(0,\infty)$

428 Mulțimea valorilor lui $x\in\mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2\operatorname{arctg}x+\arcsin\frac{2x}{1+x^2}=\pi$$

este:

A $(0,\infty)$ B $(-\infty,-1)\cup[1,\infty)$ C $[1,\infty)$ D $[-1,1]$ E $[2,\infty)$

Fie $f(x)=\frac{1}{2}\arcsin\frac{2x}{1+x^2}+\operatorname{arctg}|x|$.

429 Domeniul maxim de definiție al funcției este :

A $[-1,1]$ B $(-1,1)$ C $\mathbb{R}$ D $\mathbb{R}^*$ E $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$

430 $f(\pi)$ este:

A 1 B $\frac{\pi}{4}$ C π D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $\frac{\pi}{2}$

431 Funcția este strict descrescătoare pe:

A $\mathbb{R}$ B $(-1,0)$ C $(0,1)$ D $(-\infty,-1)$ E $(-\infty,-1]$

432 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^*$ o funcție care admite primitive și verifică relațiile $\cos f(x)=1$, $\forall x\in\mathbb{R}$ și $|f(\pi)-\pi|\le\pi$. $f(100)$ este:

A 16π B 8π C 4π D 2π E 0

433 O primitivă a funcției $f:(0,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$, este:

A $\arccos\sqrt{x}$ B $\arcsin\sqrt{x}$ C $\arccos\frac{1}{x}$ D $\arcsin\frac{1}{\sqrt{x}}$ E $\operatorname{arctg}\sqrt{x}$

434

Mulţimea primitivelor funcţiei $f:\left(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{\cos^2 x}$, este:

A $x\operatorname{ctg}x+\ln\cos x+c$ B $-x\operatorname{ctg}x+\ln\cos x+c$ C $x\operatorname{tg}x+\ln\cos x+c$
D $-x\operatorname{tg}x-\ln(-\cos x)+c$ E $x\operatorname{tg}x+\ln(-\cos x)+c$

435

Mulţimea primitivelor funcţiei $f:\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\sin x}{1+\sin x}$, este:

A $x+\operatorname{tg}\frac{x}{2}+c$ B $\frac{1}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}+c$ C $x+2\operatorname{tg}\frac{x}{2}+c$ D $\frac{2}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}+c$ E $x+\frac{2}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}+c$

436

O primitivă a funcţiei $f\colon(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{\sqrt{e^{2x}-1}}$ este:

A $\arcsin e^x$ B $\arccos e^x$ C $\operatorname{arctg}x$ D $\ln\left(e^x+\sqrt{e^{2x}-1}\right)$ E $2\sqrt{e^{2x}-1}$

437

Mulţimea primitivelor funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{e^x+1}}$ este:

A $\ln\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}+c$ B $\ln\frac{1}{\sqrt{e^x+1}+1}+c$ C $2\sqrt{e^x+1}+c$
D $-\ln\left(\sqrt{e^{-x}+1}+e^{-x/2}\right)+c$ E $\ln\left(\sqrt{e^x+1}-e^x\right)+c$

438

Mulţimea primitivelor funcţiei $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x(x^3+1)}$ este:

A $\ln x-\ln(x^3+1)+c$ B $\ln\frac{x^3}{x^3+1}+c$ C $\frac{1}{3}\ln\frac{x^3}{x^3+1}+c$
D $\ln x+\operatorname{arctg}x+c$ E $\ln x\ \ln(x+1)+c$

439

Mulţimea primitivelor funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x\left(x^2-2x+1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$ este:

A $e^x\operatorname{arctg}x+c$ B $e^x\left(1+x^2\right)^{-1}+c$ C $\frac{xe^x}{x^2+1}+c$ D $\frac{x^2e^x}{x^2+1}+c$ E $\frac{(x+1)e^x}{x^2+1}+c$

440

Mulţimea primitivelor funcţiei $f:(-\infty,-1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ este:

A $\arccos\frac{1}{x}+c$ B $\arcsin\frac{1}{x}+c$ C $-\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}+c$ D $\ln\sqrt{x^2-1}+c$
E $\operatorname{arctg}\frac{1}{x}+c$

441

Mulţimea primitivelor funcţiei $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\frac{e^x+\cos x}{e^x+\cos x+\sin x},$$

este:

A $\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$ B $x+\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$
C $\frac{x}{2}+\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$ D $\frac{1}{2}[x+\ln(e^x+\cos x+\sin x)]+c$
E $\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$

442

$$\int_{-2}^{0} \frac{x}{\sqrt{e^x + (x+2)^2}}\,\mathrm{d}x \quad \text{este:}$$

A -1 B -2 C $-e$ D $2-e$ E alt răspuns

443

$$\int_{0}^{1} \frac{x^2+1}{x^4+1}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ B $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ C $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ D $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

444

Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$
are primitive dacă și numai dacă:

A $a = 0$ B $a = 1$ C $a = -1$ D $a > 0$ E $a < 0$

445

Fie $F : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x) = \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$, $F(-1) = 1$ și $F(1) = 0$. Atunci $F(e) + F(-e)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E nu există o astfel de funcție F

Fie F o primitivă a funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$.

446

$$\lim_{x\to 0} \frac{xF(x)}{e^{x^2}} \quad \text{este:}$$

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D ∞ E e

447

$$\lim_{x\to \infty} \frac{xF(x)}{e^{x^2}} \quad \text{este:}$$

A ∞ B 1 C $\frac{1}{2}$ D 0 E e

448

Integrala $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $-\frac{1}{16} - \ln\frac{15}{16}$ B $\ln 3 - 1$ C $\ln\frac{3}{4} - 1$ D $-\frac{1}{4} + \operatorname{arctg}\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}$

449

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{2+\cos t}$$

A 0 B nu există C $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E ∞

450

$$\int_{-5}^{5} (2x-1)\operatorname{sgn} x \; \mathrm{d}x$$

A 0 B -50 C 10 D 15 E 50

451

$$\int_{0}^{2} \frac{2x^3-6x^2+9x-5}{(x^2-2x+5)^n}\,\mathrm{d}x$$

A 1 B -1 C 0 D $\frac{2}{n}$ E $\frac{n}{2}$

452

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi}{4}+1$ B $\pi+\frac{1}{2}$ C $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{4}+\frac{3}{2}$ E $\pi+\frac{1}{4}$

453

$\displaystyle\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{3-x}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{4}{3}$ D $\frac{3}{4}$ E $\frac{5}{3}$

454

$$\int_{3}^{8} \frac{\mathrm{d}x}{x-1+\sqrt{x+1}}$$

A $\frac{2}{3}\ln\frac{25}{8}$ B $\ln 3$ C 5 D $\sqrt{11}$ E $3\operatorname{arctg}\sqrt{3}-2$

455

$\displaystyle\int_{\sqrt{e}}^{e} \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{3}{8}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{e}{2}$ D $\frac{2}{e}$ E $\frac{1}{8}$

456

Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ verifică egalitățile:
$P(1)+\cdots+P(n)=n^5, \quad n=1,2,\ldots,$ atunci integrala $\displaystyle\int_0^1 P(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D 1 E 0

457

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\sin x}{\cos^3 x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{1}{2}-\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{2}-1$ E $\frac{\pi}{8}-2$

458

Să se calculeze $\int_0^{2\pi} \sin(mx)\cos(nx)\,\mathrm{d}x$, unde m și n sunt două numere întregi.

A 0 B $m\pi$ C π D 1 E $(n+m)\pi$

459

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,\mathrm{d}x$$

A $\operatorname{arctg} e$ B $\frac{\pi}{2}$ C $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$ D 0 E $\operatorname{arctg} e + \pi$

460

$$\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{4014}{e}(e-1)$ B $\frac{4016}{e}(e-1)$ C ∞ D $\frac{2}{e}(e-1)$ E $2006 - \frac{2006}{e}$

461

$$\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{6}{5}$ B $\frac{5}{6}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{4}{3}$ E 0

462

Integrala $\int_1^e \ln x\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

463

Integrala $\int_1^e \ln^2 x\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

464

Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x\,\mathrm{d}x$.

A $\frac{1-\ln 2}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{2}\ln 2$ D $\ln 2$ E 1

465

Soluția ecuației $\int_0^x t\,e^t\,\mathrm{d}t = 1$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

466

$$\int_1^{2e} |\ln x - 1|\,\mathrm{d}x$$

A $2\ln 2$ B $2(e\ln 2 - 1)$ C $e\ln 2$ D 1 E $\ln 2 - 1$

467

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x \,\mathrm{d}x$$

A π B $2-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{2\pi}{3}$ D $\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E $\frac{\pi}{3}-2\sqrt{3}$

468

$$\int_1^{e} \frac{1+\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{5}{2}$ E 2

469

Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{a} \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}}\,\mathrm{d}x$, unde $a>0$, $n\in\mathbb{N}^*$

A $\frac{1}{2na}$ B $\frac{n}{2a}$ C $\frac{a}{2n}$ D $2an$ E $\frac{2a}{n}$

470

$$\int_{-1}^{1} \sin x \,\ln(2+x^2)\,\mathrm{d}x$$

A 0 B $\ln 2$ C 1 D $\frac{\pi}{2}$ E $\ln 3$

471

$\int_0^1 x\ln(1+x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{2}\ln 2$ C $\ln 2$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}\ln 2$

472

$\lim\limits_{a\to 1}\int_0^a x\ln(1-x)\,\mathrm{d}x,\quad a\in(0,1)$:

A 0 B $-\frac{1}{4}$ C $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{3}{4}$ E -1

473

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}x}{2\cos x+3}$ este:

A 0 B $\frac{2}{\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{5}}$ C $\operatorname{arctg}\sqrt{5}$ D $\operatorname{arctg}\frac{2}{\sqrt{5}}$ E $\frac{1}{\sqrt{5}}$

474

$\displaystyle\int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}x}{5+4\cos x}$ este:

A $\frac{4\pi}{3}$ B 0 C $\frac{4}{5}\pi$ D $\frac{5}{4}\pi$ E π

475 Integrala $\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \mathrm{d}x$, $n \in \mathbb{N}^*$ este:

A $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ B 0 C $3n$ D $\frac{4n}{5n+1}$ E $6n$

476 Valoarea lui $I_n = \int\limits_1^n \frac{\mathrm{d}x}{x+[x]}$ este:

A $\ln \frac{2n-1}{2}$ B $\ln \frac{3\cdot 5\cdot\dots\cdot(2n-1)}{2\cdot 4\cdot\dots\cdot(2n-2)}$ C $\ln 2 - \ln(2n-1)$ D $\frac{1}{2}\ln x$ E $\frac{1}{2}\ln n$

477 Fie n un număr natural nenul. Să se calculeze $\int_0^1 \{nx\}^2 \,\mathrm{d}x$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului a.

A 1 B $\frac{1}{n}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

478 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^{n+2}\, x + \mathrm{tg}^n\, x)\mathrm{d}x$, unde $n > 0$, este:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{1}{n}$ C $\pi/4$ D $n + \frac{\pi}{4}$ E 1

479 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^9\, x + 5\,\mathrm{tg}^7\, x + 5\,\mathrm{tg}^5\, x + \mathrm{tg}^3\, x)\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{24}{25}$ B $\frac{\pi}{24}$ C $\frac{25}{24}$ D $\frac{\pi}{25}$ E 1

480 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x}\right) \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$ E 1

481 $\int_0^{2\pi} \cos^2(nx)\,\mathrm{d}x$, unde n este un număr natural nenul, este:

A 0 B π C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{n}$ E $n\pi$

482 Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $L(a) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [ne^{ax}]\,\mathrm{d}x$, atunci mulțimea soluțiilor inecuației $L(a) \le e$ este:

A $\{0, 1\}$ B $\{1, 2\}$ C $\emptyset$ D $\{0\}$ E $\mathbb{N}^*$

483 Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n^3} \sum\limits_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{8} \arcsin \frac{k}{2n}$ este:

A 0 B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$ D $\frac{-\pi}{3}$ E 1

484 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $\frac{\pi^2-4}{16}$ C $\frac{\pi^2}{4} - 1$ D $\frac{\pi}{2}$ E alt rezultat

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $f(a) = \int_0^1 |x - a| \, dx$.

485 Valoarea $f(2)$ este:

A $-\frac{5}{2}$ B 0 C $\frac{x^2}{2} - 1$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

486 Valoarea $f'(2)$ este:

A 1 B 0 C x D $-\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

487 Valoarea minimă a funcției este:

A 0 B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

488 $\int\limits_0^{\pi} \frac{\sin(2x)}{\sin^4 x + \cos^4 x} \, dx$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B 2 C 0 D π E 1

489 $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\frac{4}{3}$

490 $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x| \, dx$

A 1 B $2(\sqrt{2} - 1)$ C $2\sqrt{2}$ D $2 - \sqrt{2}$ E 3

491

$$\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x)\, dx$$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $8\pi^2$ C 1 D 2π E $\frac{\pi^2}{2}$

492

$$\int_0^{\pi} \arcsin\left(\cos^3 x\right)\, dx$$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B 0 C 1 D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = \dfrac{\sin^{2n} x}{\cos^{2n} x + \sin^{2n} x}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$ este fixat.

493 Funcția f este o funcție periodică având perioada principală egală cu:

A 2π B $\frac{\pi}{2}$ C π D $\frac{\pi}{4}$ E alt răspuns

494 Funcția $f + c$, $c \in \mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă și numai dacă c are valoarea:

A π B $\frac{-1}{2}$ C $\frac{-\pi}{4}$ D $-\pi$ E 2π

495

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^{\pi/3} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x}\, dx$$

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{6}$ D 0 E ∞

496

$$\int_0^{2\pi} \frac{x\ \sin^{100} x}{\sin^{100} x + \cos^{100} x}\ dx$$

A 0 B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{2}$ D 2π E π^2

497

Se consideră funcțiile: $f_n : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{1}{x(x^n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și fie $F_n : (0,\infty) \to \mathbb{R}$ primitiva funcției f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1,0)$. Soluția inecuației $|\lim\limits_{n\to\infty} F_n(x)| \leq 1$ este:

A $(0, e]$ B $[\frac{1}{\sqrt{e}}, e]$ C $[\frac{1}{e}, e]$ D $[\frac{1}{e}, \infty)$ E $\emptyset$

498

$$\lim_{x\to\infty} \int_0^{x} t^2 e^{-t}\, dt$$

A 0 B $\ln 3$ C 2 D 1 E ∞

499

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\int_1^n \frac{x-1}{x+1}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

Fie $I_n = \int_0^1 x^{2004}\cos(n\,x)\,\mathrm{d}x, \quad n \in \mathbb{N}$.

500 Limita șirului (I_n) este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

501 Limita șirului $(n\,I_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

Să se calculeze:

502 $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^3-x-2}{x^3e^x}\,\mathrm{d}x;$

A $-\frac{3}{4e^2}$ B $\frac{3}{4e^2}$ C $\frac{1}{e}$ D $\frac{1}{e^2}$ E $-\frac{1}{2e^2}$

Fie $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+x+x^2+x^3}\mathrm{d}x$ și $J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x+x^2}{1+x+x^2+x^3}\mathrm{d}x$. Atunci

503 I este:

A $\frac{\pi}{8}-\frac{\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8}+\frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{4}+\frac{\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{4}-\frac{\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4}+\ln 2$

504 J este:

A $\frac{\pi}{8}+\frac{3\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8}-\frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{2}+\frac{3\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{2}-\frac{3\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4}-\ln 2$

505

$$\lim_{n\to\infty} n^3\int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6+1}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B ∞ C 1 D $\frac{1}{2}$ E 3

506

Se consideră șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $a_0=-1$, $a_{n+1} = 2+\displaystyle\int_{a_n}^1 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x, \quad n = 0, 1, \ldots.$

Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

A $(a_{n+1}-a_n)(a_n-a_{n-1}) \leq 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ B $a_n \geq 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ C $a_n \leq 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$
D șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este crescător E șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este descrescător

507

Fie $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\int\limits_0^{x^2} e^{t^3}\,\mathrm{d}t$. Atunci $F'(2)$ este:

A $4e^{64}$ B e^8 C $12e^8$ D $3e^2$ E $12e^6$

Fie $f_n:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\int_0^{x^2} t^n\cdot e^t\,\mathrm{d}t$, $n\in\mathbb{N}^*$.

508 $f_1(x)$ este:

A $e^{x^2}(x^2-1)+1$ B $e^{x^2}(x^2+1)+1$ C $e^{x^2}(x^2+1)-1$ D $e^{x^2}x^2+1$ E e^{x^2}

509 $f_n'(1)$ este:

A e B $2e$ C $2e-1$ D $e-1$ E $e+1$

510 $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(1)$ este:

A e B 1 C 0 D ∞ E e^2

511

$$\lim_{t\to0}\frac{1}{t}\int_t^{2t}\frac{\ln(1+x)}{\sin x}\,\mathrm{d}x$$

A ∞ B 0 C 1 D 2 E $\dfrac{\ln 2}{\sin 1}$

512

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int\limits_0^1[nx]\,\mathrm{d}x$$

A 1 B ∞ C 0 D $\frac{1}{2}$ E 2

513

$$\lim_{n\to\infty}\int\limits_n^{n+1}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3+x+1}}\text{ este:}$$

A $\ln\pi$ B 0 C 1 D $\ln 2$ E $\ln 3$

514

Aria domeniului mărginit de axa Ox, curba $y=\ln x$ și de tangenta la această curbă care trece prin origine este:

A e B $\frac{e}{2}-1$ C $\frac{e}{2}$ D $e-1$ E $2e$

515 Aria cuprinsă între axa Ox, dreptele $x = 0$ și $x = \pi$ și graficul funcției $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}$ este egală cu:

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{6}$ C $\frac{\pi^2}{4}$ D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$

Se consideră integrala $I = \displaystyle\int_0^\pi x\, f(\sin x)\, \mathrm{d}x$, unde f este o funcție continuă pe un interval ce conține $[0, 1]$.

516 Are loc egalitatea:

A $I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$ B $I = \pi \int_0^{\pi} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$ C $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$
D $I = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\, \mathrm{d}x$ E $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\, \mathrm{d}x$

517 $I_1 = \displaystyle\int_0^\pi \frac{x \sin x\, \mathrm{d}x}{1 + \sin^2 x}$ este:

A $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$
E $\frac{\pi}{2} \ln\left(3 + \sqrt{2}\right)$

518 Aria domeniului mărginit de graficul funcției $f : \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x},$$

axa Ox și dreptele $x = 0$ și $x = \frac{3\pi}{4}$, este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ C 2π D $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$ E 0

Fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ inversa funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

519 $g(1)$ este:

A -1 B 0 C 1 D ∞ E $\frac{1}{3}$

520 Limita $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{g(e^x)}$ este:

A 1 B $\frac{1}{2}$ C 2 D $\frac{3}{2}$ E 0

521 Integrala $\displaystyle\int_1^{1+e} g(t)\, \mathrm{d}t$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $e + \frac{1}{2}$ C $2e + \frac{3}{2}$ D $\frac{3}{2}$ E $e + 1$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\quad f(x) = x - \mathrm{e}^{-x}$ și fie g inversa lui f.

522 $f'(x)$ are expresia:

A $1 + \mathrm{e}^{x}$ B $1 + \mathrm{e}^{-x}$ C $x\mathrm{e}^{-x}$ D $1 - \mathrm{e}^{-x-1}$ E e^{-x-1}

523 $g'(-1)$ este:

A 0 B -1 C 2 D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}}$

524 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$ B $\frac{3}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ C $\frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ D $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{3}{2}$ E $\frac{3}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}}$

525 $\displaystyle\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A -1 B 0 C $\frac{3}{2} - \frac{2}{\mathrm{e}}$ D $\frac{3}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$

526 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\frac{3}{4}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

527 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \ln\left(1 + e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B e C $\frac{1}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{1}{3}$

528 Mulțimea tuturor valorilor lui $a > 0$, pentru care

$$\int_a^b \frac{\ln x}{x + a\,b}\,\mathrm{d}x \;\geq\; 0, \qquad \forall\, b > 0,$$

este:

A $\{1\}$ B $\emptyset$ C $(0,1)$ D $\{e\}$ E $(0,\infty)$

529 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n \int_0^{\pi} \{-x\}^n\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

530 $\displaystyle\lim_{t\to 0} \int_{2^t}^{3^t} \frac{x}{\ln x}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B nu există C $\ln\frac{\ln 3}{\ln 2}$ D $\ln\frac{3}{2}$ E $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

531

$\lim\limits_{n\to\infty} n \int\limits_{-1}^{0} (x+e^x)^n \, \mathrm{d}x$ este:

A e B 0 C ∞ D $1+e$ E $1/2$

532

$\int\limits_{1}^{3} \frac{\ln x}{x^2+3} \, \mathrm{d}x$

A $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$ D $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ E alt răspuns

533

$\int\limits_{0}^{2} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+2x+2} \, \mathrm{d}x$

A π B 2π C $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ D 0 E 1

534

$\lim\limits_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+x+1} \, \mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ B $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi^2}{6}$ D 0 E ∞

535

$\lim\limits_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\mathrm{d}x}{1+n^2\cos^2 x}$

A 0 B π C ∞ D limita nu există E alt răspuns

Următoarele enunțuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

536

Fie $x_n > 0,\ \ n \in \mathbb{N},$ astfel ca

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^n < 1.$$

Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0.$

537

Fie $f : [0, b-a] \to (0, \infty)$ o funcție continuă și $a < b$. Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a) + f(b-x)}\,\mathrm{d}x = \frac{b-a}{2}.$$

538

Fie $f : (-1, 1] \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n \int_a^1 x^n f(x)\,\mathrm{d}x = f(1), \qquad -1 < a < 1.$$

539

Fie $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n \int_0^1 x^n\, f(x^n)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t.$$

540

Dacă $f\colon [0, \infty) \to \mathbb{R}$ este continuă și are perioada $T > 0$, atunci

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x.$$

541

Fie a, $b > 0$. Dacă $f\colon [-b, b] \to \mathbb{R}$ este o funcție continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^{b} \frac{f(x)}{a^x + 1}\,\mathrm{d}x = \int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

***

3

Geometrie analitică

542

Fie punctele $A(\lambda, 1)$, $B(2,3)$, $C(3,-1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B și C.

A 2 B 3 C $\frac{5}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{2}{3}$

543

Dreptele $4x - y + 2 = 0$, $x - 4y - 8 = 0$, $x + 4y - 8 = 0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

A $\left(\frac{6}{5}, 0\right)$ B $\left(\frac{6}{5}, 1\right)$ C $\left(\frac{5}{6}, 0\right)$ D $\left(\frac{5}{6}, 1\right)$ E $\left(\frac{6}{5}, \frac{5}{6}\right)$

544

Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x + y - 8 = 0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x + 5y - 24 = 0$, iar vârfurile B și C pe axa Ox. Ecuația medianei corespunzătoare vârfului A este:

A $2x + 3y = 0$ B $3x + 2y = 0$ C $5x + y = 9$ D $4x + 3y - 16 = 0$
E $x + 4y - 17 = 0$

545

Se dau punctele $A(2,1)$ și $B(0,-1)$. Ecuația simetricei dreptei AB față de dreapta OA este:

A $x + 2y - 1 = 0$ B $3x - 7y + 1 = 0$ C $2x + y + 5 = 0$ D $x + y + 1 = 0$
E $x - 7y + 5 = 0$

546

Fie triunghiul ABC, unde $B(-4,-5)$. Ecuația înălțimii duse din A este $5x + 3y - 4 = 0$. Ecuația dreptei BC este:

A $5y - 3x + 13 = 0$ B $3x - 5y + 37 = 0$ C $y = -5$ D $x + y - 2 = 0$ E $y - 2x = 3$

547

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-3,-4)$ și $C(3,-4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt:

A $(1,1)$ B $(-1,0)$ C $(0,0)$ D $(0,1)$ E $(0,-1)$

548

Fie C simetricul punctului $A(-1,-3)$ față de punctul $B(2,1)$. Care sunt coordonatele punctului C?

A $(5,5)$ B $(4,5)$ C $(6,5)$ D $(5,6)$ E $(4,6)$

549

Fie punctele $A(0,2)$ și $B(3,3)$. Notăm cu P proiecția punctului $O(0,0)$ pe dreapta AB. Care sunt coordonatele punctului P? Care este aria triunghiului OAB?

A $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ B $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);6$ C $\left(\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ D $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);3$ E $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);6$

550

Fie $A(0,-1)$, $d_1 : x-y+1=0$ și $d_2 : 2x-y=0$. Coordonatele punctelor $B \in d_1$ și $C \in d_2$ pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

A $(0,1)$, $(3,6)$ B $(0,1)$, $(0,1)$ C $(-1,0)$, $(1,1)$ D $(0,0)$, $(-1,1)$
E $(-1,-1)$, $(1,1)$

551

Fie dreptele

$$\begin{aligned} (AB):\ & x+2y-1 &= 0\\ (BC):\ & 2x-y+1 &= 0\\ (AC):\ & 2x+y-1 &= 0 \end{aligned}$$

care determină triunghiul ABC. Bisectoarea unghiului B are ecuația:

A $x-3y+2=0$ B $x+y-1=0$ C $3x-y+2=0$ D $x-y+1=0$
E $x-y+5=0$

552

Pentru ce valori ale parametrului α ecuațiile $3\alpha x-8y+13=0$, $(\alpha+1)x-2\alpha y-5=0$ reprezintă două drepte paralele:

A $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=\frac{1}{3}$ B $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=-\frac{1}{3}$ C $\alpha_1=2,\ \alpha_2=\frac{2}{3}$
D $\alpha_1=2,\ \alpha_2=-\frac{2}{3}$ E $\alpha_1=\frac{1}{2},\ \alpha_2=3$

553

Se consideră în plan punctele $A(0,0)$, $B(2,0)$ și dreapta de ecuație $d : x-2y+10=0$. Valoarea minimă a sumei $S(M)=MA+MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

A 2 B 10 C $\sqrt{101}$ D $\sqrt{98}$ E $7\sqrt{2}$

554

Dreapta care trece prin $C(1,2)$, neparalelă cu AB față de care punctele $A(-1,1)$ și $B(5,-3)$ sunt egal depărtate, are ecuația:

A $3x+y-5=0$ B $2x+y-4=0$ C $3x+2y-6=0$ D $2x+3y-4=0$
E $2x+3y-6=0$

555 Fie punctele $A(1,1)$, $B(2,-3)$, $C(6,0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(4,4)$ B $(5,4)$ C $(3,5)$ D $(3,3)$ E $(4,5)$

556 Raza cercului care trece prin punctele $A(-4,0)$, $B(4,4)$, $O(0,0)$ este:

A 6 B 7 C 8 D $2\sqrt{10}$ E $3\sqrt{5}$

557 Laturile AB, BC, CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuațiile:

$$x+21y-22=0, \quad 5x-12y+7=0, \quad 4x-33y+146=0.$$

Distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

Se dau punctele $A(0,1), B(-1,0), C(6,2)$, și $D(1,1)$.

558 Simetricul punctului C față de dreapta AB este:

A $C'(-6,2)$ B $C'(6,-2)$ C $C'(-6,-2)$ D $C'(1,7)$ E $C'(1,4)$

559 Coordonatele punctului $M\in AB$ pentru care suma $DM+MC$ este minimă sunt:

A $(1,-3)$ B $(1,2)$ C $(-1,2)$ D $(1,3)$ E $(2,3)$

560 Coordonatele punctului $M\in AB$ pentru care suma DM^2+MC^2 este minimă sunt:

A $(3,4)$ B $(\frac{7}{4},\frac{15}{4})$ C $(2,3)$ D $(\frac{7}{3},3)$ E $(3,5)$

Se consideră în planul xOy punctele $S(0,12), T(16,0)$ și $Q(x,y)$ un punct variabil situat pe segmentul $[ST]$. Punctele P și R aparțin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul $OPQR$ să fie dreptunghi.

561 Ecuația dreptei ST este:

A $3x+4y-48=0$ B $-3x-4y+12=0$ C $3y-4x-36=0$ D $3x-y+12=0$ E $y-4x+64=0$

562 Aria dreptunghiului $OPQR$ este:

A $-3x^2+12x$ B $12x-\frac{3}{4}x^2$ C $3x^2+12x$ D $-4x^2+12x$ E $48x-\frac{3}{4}x^2$

563 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $OPQR$ este:

A 32 B 48 C 64 D 96 E 84

Punctul $A(-4,1)$ este un vârf al pătratului $ABCD$ parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaștem o diagonală de ecuație $3x - y - 2 = 0$.

564 Aria pătratului $ABCD$ este:

A 45 B 15 C 90 D 30 E $\frac{45}{2}$

565 Punctul C are coordonatele:

A $(4,-1)$ B $(5,-2)$ C $(6,1)$ D $(\frac{9}{2},-\frac{7}{2})$ E $(\frac{11}{2},-\frac{1}{2})$

Fie în planul xOy punctele $A(4,0)$, $B(5,1)$, $C(1,5)$, $D(0,4)$.

566 Patrulaterul $ABCD$ este:

A patrulater oarecare B trapez isoscel C romb D dreptunghi E trapez dreptunghic

567 Aria patrulaterului este

A 4 B 8 C 1 D 16 E 2

568 Simetricul punctului A față de dreapta BC este punctul de coordonate

A $(1,5)$ B $(5,1)$ C $(5,2)$ D $(6,2)$ E $(6,4)$

569 În sistemul cartezian xOy, o dreaptă variabilă d care conține punctul $A(0,5)$ intersectează dreptele $x-2=0$ și $x-3=0$ în punctele B, respectiv C. Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

A $m=0$ B $m=-1$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m=2$ E nu există

570 Fie dreapta $\mathcal{D}: x+y=0$ și punctele $A(4,0)$, $B(0,3)$. Valoarea minimă a sumei MA^2+MB^2, pentru $M\in\mathcal{D}$ este:

A $\frac{99}{4}$ B 25 C $\frac{101}{4}$ D 26 E $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x, y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$.

571 Distanța de la punctul (x, y) la punctul $(3, 5)$ este:

A $\sqrt{E(x, y) + 34}$ B $\sqrt{E(x, y) - 34}$ C $\sqrt{E(x, y)}$ D $\sqrt{E(x, y) + 1}$
E alt răspuns

572 Valoarea minimă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, este:

A 0 B -34 C 34 D -1 E 1

573 Se consideră mulțimea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in D$, este:

A 8 B 0 C 4 D 6 E 2

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris și $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

574 Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

575 Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

576 Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este:

A G B H C I D O E A

* * *

4

Trigonometrie

577 Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(4x) + \cos\left(\sqrt{2}x\right)$, are perioada:

A 2 B 2π C $\sqrt{2}\pi$ D $\sqrt{2}$ E nu este periodică

578 Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

A 3 B -3 C 0 D $\pi - 3$ E $-\cos 3$

579 Valoarea lui $\sin 15^\circ$ este:

A $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ C $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ D $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ E $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$

Fie numerele complexe $z_k = \cos\dfrac{2k\pi}{5} + i\sin\dfrac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

580 Ecuația polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k $(k = 1, 2, 3, 4)$ este:

A $x^4 + 1 = 0$ B $x^5 - 1 = 0$ C $x^5 + 1 = 0$ D $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ E $x^4 + x^2 + 1 = 0$

581 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{6\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5}$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 1 E 2

582 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5}$ este:

A $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ B $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ D $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ E 1

583

$\cos x \cos \dfrac{5\pi}{4} - \sin x \sin \dfrac{5\pi}{4} = 1$ dacă și numai dacă:

A $x \in \left\{2k\pi - \frac{\pi}{4} |\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $x \in \left\{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} |\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $x \in \left\{k\pi - \frac{5\pi}{4} |\ k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $x \in \left\{2k\pi - \frac{5\pi}{4} |\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $x \in \left\{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} |\ k \in \mathbb{Z}\right\}$

Se consideră funcția $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x,\ \ n \in \mathbb{N},\ \ n \geq 2,\ \ x \in \mathbb{R}$.

584 Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

A $\{2k\pi\}_{k\in\mathbb{Z}}$ B $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ C $\left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ D $\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ E $\emptyset$

585 Mulțimea valorilor funcției f este

A $[0, 1]$ B $[-1, 1]$ C $[0, \frac{1}{n}]$ D $[\frac{1}{2^{n-1}}, 1]$ E Alt răspuns

Se consideră ecuația: $(\sin x + \cos x)^n - a\ \sin x \cos x + 1 = 0,\ \ n \in \mathbb{N},\ \ a \in \mathbb{R}$.

586 Pentru $n = 2$ ecuația are soluție dacă și numai dacă

A $a \in [2, 6]$ B $a \in (-\infty, -2] \cup [6, \infty)$ C $a \in (-2, 6)$ D $a \in (-1, 1]$ E alt răspuns

587 Pentru $n = 1$ și $a = 3$ mulțimea soluțiilor ecuației este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\emptyset$ C $\{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

588

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

A $-\frac{24}{25}$ B $-\frac{7}{8}$ C $-\frac{23}{25}$ D $\frac{7}{8}$ E $\frac{24}{25}$

589

$\text{tg}\dfrac{\pi}{12}$ are valoarea:

A $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ B $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ C $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E alt răspuns

Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

590 $\text{arctg}\ x_1 + \text{arctg}\ x_2$ este:

A $\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{3\pi}{8}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{\pi}{4}$

591 $\text{arctg}\ x_1 \cdot \text{arctg}\ x_2$ este:

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{3\pi^2}{16}$ C $\frac{3\pi^2}{64}$ D $\frac{3\pi^2}{32}$ E $\frac{\pi^2}{16}$

592

Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x, \cos x)$ este:

A $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ B $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ C $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$ D $\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$ E $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

593

Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ expresia $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ este egală cu:

A $2\sin^2(a+b)$ B $2\cos^2(a+b)$ C $4\sin^2\frac{a-b}{2}$ D $4\cos^2\frac{a-b}{2}$ E 2

594

Oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, suma $\sin^6 x + \cos^6 x$ este egală cu:

A $3 - \sin^2 x\cos^2 x$ B $1 - 3\sin^2 2x$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $1 - 3\sin^2 x\cos^2 x$

595

Dacă $E = \cos^2(a+b) + \cos^2(a-b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$ atunci, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ are loc egalitatea:

A $2E = 1$ B $E = 1$ C $2E + 1 = 0$ D $E = 0$ E $E = -1$

596

Dacă numerele reale α și β satisfac egalitatea

$$(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha + \sin\beta)^2 = 2\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2},$$

atunci:

A $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ B $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$ C $\alpha - \beta \in \{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$
D $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$ E $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$

597

Numărul $\operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \operatorname{arctg}\frac{1}{5} + \operatorname{arctg}\frac{1}{7} + \operatorname{arctg}\frac{1}{8}$ este egal cu:

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{6}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{5\pi}{12}$ E $\frac{\pi}{2}$

598

Inversa funcției $f : \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \to [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$, este funcția $f^{-1} : [-1, 1] \to \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ definită prin:

A $f^{-1}(x) = \pi + \arcsin x$ B $f^{-1}(x) = \pi - \arcsin x$ C $f^{-1}(x) = \arcsin x$
D $f^{-1}(x) = 2\pi - \arcsin x$ E $f^{-1}(x) = -\pi + \arcsin x$

599

Egalitatea $\arcsin(\sin x) = x$ are loc pentru:

A orice $x \in \mathbb{R}$ B orice $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x \in (-1, 1)$
C orice $x \in [0, 2\pi)$ D $\emptyset$ E orice $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

600

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m \sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m \cos^2 x}$$

este constantă pe $\mathbb{R}$ este:

A $\{0\}$ B $\{0, 4\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{-1, 0\}$ E $\emptyset$

601

Valorile minimă m și maximă M ale expresiei $E(x) = \cos^2 x - 4 \sin x$, unde $x \in \mathbb{R}$, sunt:

A $m = -1,\ M = 1$ B $m = -5,\ M = 5$ C $m = -4,\ M = 3$
D $m = -4,\ M = 4$ E $m = -3,\ M = 3$

602

Mulțimea soluțiilor ecuației $2\cos^2 x - 11 \cos x + 5 = 0$ este:

A $\emptyset$ B $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

603

Ecuația $4\sin^2 x - 4 \sin x + 1 = 0$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

604

Ecuația $\sin x = 2 \operatorname{tg} x$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\emptyset$ D $\{0\}$ E $\left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

Fie S_n, $n \in \mathbb{N}^*$, mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x \sin 2x \ldots \sin nx = 1$.

605

S_1 este:

A $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right\}$ E $\emptyset$

606

S_{100} este:

A $\left\{\frac{\pi}{101} + k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{101} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\emptyset$ D $\bigsqcup\limits_{n=1}^{100} \left\{\frac{\pi}{5n} + \frac{k\pi}{n+1} / k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{6} + k\,\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$

607

Mulțimea soluțiilor ecuației $\cos 2x = \cos x$ este:

A $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

608

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x = \cos 3x$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ D $\left\{-\frac{4k\pm 1}{8}\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

609

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin 5x = \sin x$ este:

A $\left\{\frac{k\pi}{5-(-1)^k} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{5} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{10} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^k \arcsin \frac{1}{5} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

610

Ecuația $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$ are următoarele soluții în intervalul $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$:

A $\frac{\pi}{4}$ și $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg}(-5)$ C $\frac{\pi}{12}$ D $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ E $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} 2$

611

Dacă $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2 = 0$, atunci:

A $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ B $x = \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z};$
C $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ D $x = k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ E $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

612

Ecuația $\sin x + p \cos x = 2p,\ p \in \mathbb{R}$, are soluții pentru:

A $|p| > 5$ B $p \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ C $|p| > \frac{2}{3}$ D $|p| = 3$ E $3p^2 > 1$

613

Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuația $2\sin^2 2x - 2 \sin x \sin 3x = 4 \cos x + \cos 2x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E 0

614

Următoarea mulțime reprezintă soluția ecuației $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \frac{3}{2}$:

A $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right\}$
C $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

615

Mulțimea tuturor valorilor $x \in \mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

este:

A $\emptyset$ B $\mathbb{R}$ C $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi | k \in \mathbb{N}\}$

616

Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}-\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\right)\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}-\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}\right)=-4$$

este:

A $\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$ B $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}}(\pi+2k\pi, 2\pi+2k\pi)$ C $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}}\left((2k-1)\frac{\pi}{2}, k\pi\right)$
D $\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\{2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$

617

Fie $x\in\mathbb{R}$. Valoarea expresiei

$$\left(\sin x-2\sqrt[3]{\sin x\cos^2 x}\right)^2+\left(\cos x-2\sqrt[3]{\sin^2 x\cos x}\right)^2$$

este:

A 1 B 2 C $\sin x+\cos x$ D $\sin^3 x+\cos^3 x$ E $\sqrt[3]{\sin x}+\sqrt[3]{\cos x}$

618

Ecuația $\cos^4 x-\sin^4 x=1+\sin 2x$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\emptyset$ B $\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}\cup\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $\{2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$

619

Egalitatea $\max(\sin x,\cos x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă și numai dacă:

A $x\in\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $x\in\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $x\in\left\{-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right\}$
D $x\in\left\{\frac{11\pi}{6}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $x\in\left\{\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$

620

Mulțimea soluțiilor ecuației $4\sin x\cos^3 x-4\sin^3 x\cos x=1$ este:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{8} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{8}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$

621

Soluția ecuației $2\arcsin x=\arccos 2x$ este:

A $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{6}$ D $\sqrt{2}-1$ E $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

622

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$(\sin x-m)^2+(2m\sin x-1)^2=0$ are soluții este:

A $[-1,1]$ B $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ C $\{-1,0,1\}$ D $\left[-\frac{1}{2},0\right)\cup\left(0,\frac{1}{2}\right]$ E $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

623

Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $(1-\cos x)^4+2\sin^2 x^2=0$, atunci:

A $S=\emptyset$ B $S\cap\mathbb{Q}=\emptyset$ C $S=\{\pi\}$ D $S=\{0\}$ E $S=\{0,2\pi\}$

624 Ecuația $\sin x + \cos 2x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \in \left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $m = 1$ C $m = -3$ D $m < -2$ E $m \in \left[-2, \frac{9}{8}\right]$

625 Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\cos^2 x + (m+1)\sin x = 2m - 1$ are soluții este:

A $[1, 2]$ B $\emptyset$ C $\{0\}$ D $[0, 2]$ E $[3, \infty)$

626 Ecuația $\sin^6 x + \cos^6 x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \leq 2$ B $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ C $m = 1$ D $0 \leq m \leq 2$ E $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

627 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\emptyset$

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3\cos^2 x - 4\sin x$.

628 Soluția ecuației $f(x) = \dfrac{1}{4}$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$ D $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

629 Valoarea maximă a funcției f este:

A -1 B $\frac{13}{3}$ C 3 D $\frac{11}{3}$ E $\frac{14}{3}$

630 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

A $\left[-4, \frac{13}{3}\right]$ B $\left[-3, \frac{11}{3}\right]$ C $\left[-4, \frac{14}{3}\right]$ D $\left[-3, \frac{13}{3}\right]$ E $\left[-4, \frac{11}{3}\right]$

631 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 5$ este:

A 2 B 1 C 0 D 3 E 4

632 Să se arate că dacă $a = 41,\ b = 28$ și $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

A dreptunghic B ascuțitunghic C obtuzunghic D isoscel E echilateral

633 Să se determine unghiurile A și C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2},\ b = 2,\ B = \frac{\pi}{4}$.

A $A = \frac{\pi}{4},\ C = \frac{\pi}{2}$ B $A = \frac{\pi}{6},\ C = \frac{7\pi}{12}$ C $A = \frac{\pi}{3},\ C = \frac{5\pi}{12}$
D $A = \frac{7\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{6}$ E $A = \frac{5\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{3}$

634 Dacă în $\triangle\, ABC$ se dau $AB = 2,\ AC = 3$ și $m(\widehat{A}) = 60°$, atunci:

A $\mathcal{A}(ABC) = \frac{3}{2}$
B $BC = \sqrt{7}$
C $\widehat{B} \equiv \widehat{C}$
D $m(\widehat{B}) = \frac{1}{2}$
E $\triangle\, ABC$ este dreptunghic în B

635 În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\widehat{A}) = 60°$, $m(\widehat{B}) = 45°$. Atunci AC are lungimea:

A $\frac{\sqrt{6}}{3}$
B $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
C $\sqrt{6}$
D $\frac{4\sqrt{6}}{3}$
E $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

Fie $z = \left(1 + \dfrac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

636 Valoarea lui z este:

A 1
B $2i$
C $-i$
D i
E $-2i+1$

637 Modulul lui $z+i$ este:

A $\sqrt{2}$
B 2
C 1
D $\sqrt{3}$
E $\sqrt{5}$

638 Valoarea expresiei $\overline{2z+\bar{z}}$ este

A $-i$
B $-2i$
C $2i+3$
D 3
E i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3}+i)$. Atunci:

639 x^{2004} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$
B $-\frac{1}{2^{2004}}$
C 0
D $\frac{1}{2^{2004}}$
E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$

640 x^{2008} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$
B $-\frac{1}{2^{2008}}$
C 0
D $\frac{1}{2^{2008}}$
E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$

641 Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

A S are n elemente, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg}\frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n;\ k \in \mathbb{N};\ k \neq \frac{n}{2}\}$
C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg}\frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
D $S = \{\operatorname{ctg}\frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$

642 Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

A echilateral
B dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$
C dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$ sau $C = \frac{\pi}{2}$
D ascuțitunghic
E obtuzunghic

643 Fie $z = \dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^n}{\left(\sqrt{3}-i\right)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relația dintre m și n astfel încât z să fie real.

A $n - m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$ B $n + m = 3k,\ k \in \mathbb{N}$ C $n - m = 3k,\ k \in \mathbb{Z}$ D $n - m = 0$ E $n + m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$

644 Numărul $E = (\cos\alpha - i\sin\alpha)(\cos 5\alpha + i\sin 5\alpha)$ este real pentru

A $\alpha = \frac{k\pi}{4},\ k \in \mathbb{Z}$; B $\alpha = \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$; C $\alpha = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$; D $\alpha = \frac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$; E $\alpha = \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$

Fie numărul complex $u = 2 + 2i$.

645 Forma trigonometrică a numărului complex u este:

A $u = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ B $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ C $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4})$ D $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ E $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4})$

646 u^{100} este:

A 2^{100} B $2^{100}i$ C $-2^{150}i$ D -2^{150} E -2^{200}

647 Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \le |z-i| \text{ și } |z-u| \le 1\}$. Modulul lui $z \in A$ pentru care argumentul lui z este minim este:

A 3 B $\sqrt{8}$ C $\sqrt{7}$ D 1 E $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe
$z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a)$, $z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a)$.

648 Mulțimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

A $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ E alt răspuns

649 Mulțimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\emptyset$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

650 Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este real și pozitiv sunt:

A $n = 5$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 8k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 0$ E $n = 8k + 2,\ k \in \mathbb{Z}$

Pentru n și k numere naturale nenule cu n fixat, notăm $a_k = \cos\dfrac{2k\pi}{n} - 2 + i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$.

651 Valoarea $\overline{a_n}$ este:

A 1 B i C -1 D 0 E $-i$

652 Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n > 1$, este:

A $-2n$ B $2n$ C $1 - 2^n$ D $ni - 2n$ E $i + 2n$

653 Valoarea produsului $a_1 a_2 \ldots a_n$ este:

A $2^n - 1$ B $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ C $(2n-1)(-1)^n$ D $(-1)^n(2^n - 1)$

654 Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8(-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

A $E = 2^{11}$; B $E = 2^{19}$; C $E = 2^{15}$; D $E = 2^5$; E 2^7

655 Dacă $z + \frac{1}{z} = 2\cos\alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$ și pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$, valoarea:

A $zi\sin n\alpha$ B $\cos n\alpha + i\sin n\alpha$ C $\operatorname{tg} n\alpha$ D $2\cos n\alpha$ E $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$

656 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^3 = \overline{z}$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

657 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^{n-1} = i\,\overline{z}$, $n > 2$, $n \in \mathbb{N}$?

A $n-2$ B $n-1$ C n D $n+1$ E $n+2$

658 Fie numărul complex $z = \left(\dfrac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$. Este adevărată afirmația

A $z = 2^6$ B $\arg z = \pi$ C $|z| = 2^{12}$ D $z = 64i$ E $\arg z = 2\pi$

5

Exemplu Test Admitere

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 9, & x < 0, \\ 2x + 9, & x \geq 0. \end{cases}$

659 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ este:

A 10 B $\frac{35}{4}$ C 9 D -9 E 2

660 Valoarea inversei funcției f în punctul 8 este:

A -3 B -1 C 1 D 3 E f nu este inversabilă

Fie a o rădăcină a ecuației $x^2 + x + 1 = 0$.

661 a^3 este:

A 0 B 1 C i D $1 + i\sqrt{3}$ E -1

662 $(1 + a)^{2016} + (1 + \overline{a})^{2016}$ este:

A -1 B $1 + i\sqrt{3}$ C 2 D 1 E i

Se consideră sistemul de ecuații

$$\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y + az = b \end{cases}$$

unde $a, b \in \mathbb{R}$.

663 Sistemul are soluție unică dacă și numai dacă:

A $a \neq -2$ B $a \neq 0$ C $a \neq 2$ D $a > 0$ E $a \leq 0$

664 Sistemul are o infinitate de soluții dacă și numai dacă:

A $a = b = 1$ B $a = -2, b = 0$ C $a = 2, b = 1$ D $a = -1, b = 1$ E $a = -2, b = -2$

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = a\,x + a\,y - x\,y$, $x, y \in \mathbb{R}$, unde a este un parametru real.

665 Mulțimea valorilor lui a pentru care legea este asociativă este:

A $[0, \infty)$ B $\mathbb{R}$ C $\{-1, 0, 1\}$ D $\{0, 1\}$ E $[0, 1]$

666 Mulțimea valorilor lui a pentru care intervalul $[0, 1]$ este parte stabilă a lui $(\mathbb{R}, *)$ este:

A $[\frac{1}{2}, 1]$ B $[0, \frac{1}{2}]$ C $[0, 1]$ D $[1, \infty)$ E $\mathbb{R}$

667 Mulțimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care $\big(\mathbb{R} \setminus \{b\}, *\big)$ este grup este:

A $\{(0,0),\ (1,0)\}$ B $\{(0,0),\ (1,1)\}$ C $\{(0,0),\ (0,1)\}$ D $\{(-1,0),\ (1,0)\}$ E $\{(-1,-1),\ (1,0)\}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

668 A^2 este:

A 0_2 B I_2 C A D $I_2 + A$ E $-A$

669 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^{25} = A$ este:

A 2 B 0 C 10 D 25 E ∞

Se consideră polinomul $P = X^3 + X^2 + aX + b \in \mathbb{Z}[X]$.

670 Perechea (a, b) pentru care $x = 1$ este rădăcina dublă a polinomului P este:

A $(5, 3)$ B $(5, -3)$ C $(3, 5)$ D $(-5, 3)$ E $(0, 0)$

Să se calculeze integralele:

671 $\displaystyle\int_0^1 |2x-1|\,\mathrm{d}x$

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{4}$ D 2 E $\dfrac{1}{2}$

672 $\displaystyle\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x$

A 0 B π C π^2 D $2\pi^2$ E $4\pi^2$

Să se calculeze:

673 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{2x+2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{4}$ B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D π E $\ln 2+\pi$

674 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^1 \operatorname{arctg} x\cdot\cos(nx)\,\mathrm{d}x$

A ∞ B 1 C $\frac{\pi}{2}$ D π E 0

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $\quad f(x)=\sqrt{|x^2-4|}$.

675 Mulțimea de derivabilitate a funcției f este:

A $\mathbb{R}\setminus\{2,-2\}$ B $\mathbb{R}$ C $\emptyset$ D $\{-2,2\}$ E $(-2,2)$

676 Numărul punctelor de extrem local a lui f este:

A 0 B 3 C 1 D 2 E 4

677 Numărul asimptotelor lui f este:

A 1 B 0 C 2 D 3 E 4

Să se calculeze limitele:

678 $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+2n+3}{n^2+3n+2}$

A 0 B 1 C 2 D 3 E $\frac{2}{3}$

679 $\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D 2 E nu există

680 $\lim_{n\to\infty} \frac{n-\sin n}{n+\sin n}$

A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞.

681 $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{(n+3)!}{n!n^3}\right)^n$

A e B e^2 C e^4 D e^6 E ∞

682 $\lim_{x\to+0} ((1+x)^x-1)^x$

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

Se consideră punctul $A(-1,1)$ și dreapta $(d):\ x-y=2$.

683 Simetricul punctului A fața de origine este:

A $(1,1)$ B $(-1,-1)$ C $(1,-1)$ D $(2,-1)$ E $(-1,2)$

684 Distanța de la punctul A la dreapta (d) este:

A $\sqrt{2}$ B 2 C $3\sqrt{2}$ D $2\sqrt{2}$ E 1.

685 Simetricul punctului A față de dreapta (d) este:

A $(1,-1)$ B $(2,-2)$ C $(\sqrt{5},-\sqrt{5})$ D $(2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$ E (3,-3)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^2 x + 4\cos x$.

686 $f(\frac{\pi}{3})$ este:

A $\frac{11}{4}$ B $\frac{5}{2}$ C π D 0 E $\frac{1}{2}$

687 Valoarea maximă a lui f este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

688 Ecuația $f(x) = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[0, 1]$ B $[-1, 1]$ C $[-4, 4]$ D $[-2, 0]$ E $[0, 3]$

6

Simulare admitere (13 mai 2017)

689 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care $x^2 + 2x + m \geq 0$ pentru orice x real este:

A $(1, \infty)$ B $[1, \infty)$ C $[0, \infty)$ D $\mathbb{R}$ E $\emptyset$

690 Mulțimea soluțiilor ecuației $\dfrac{2\lg(x-2)}{\lg(5x-14)} = 1$ este:

A $\emptyset$ B $\{3, 6\}$ C $\{4\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ E $\{6\}$

691 $\sin^2 \dfrac{\pi}{3} + \cos^2 \dfrac{\pi}{3}$ este:

A $\sqrt{2}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{3}$ D 1 E $\sqrt{3}$

692 Numărul soluțiilor din intervalul $[0, 2\pi]$ ale ecuației $\sin x = \cos x$ este:

A 4 B 0 C 1 D 3 E 2

693 Valoarea minimă a funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $\dfrac{1}{4}$ C $\dfrac{3}{4}$ D $\dfrac{1}{3}$ E 0

Se consideră punctele $A(0,3)$, $B(1,0)$ și $C(6,1)$.

694 Coordonatele mijlocului segmentului AC sunt:

A $(2,2)$ B $(3,2)$ C $(3,4)$ D $(3,3)$ E $(4,3)$

695 Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(5,4)$ B $(5,5)$ C $(4,4)$ D $(6,4)$ E $(2,4)$

696 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $\left(3,\frac{4}{3}\right)$ B $\left(\frac{8}{3},\frac{2}{3}\right)$ C $\left(4,\frac{4}{3}\right)$ D $\left(\frac{7}{3},\frac{4}{3}\right)$ E $(1,1)$

Se consideră sistemul $\begin{cases} x & +2y & +3z & = & 1 \\ 2x & -y & +az & = & 1 \\ 3x & +y & +4z & = & 2b^3 \end{cases}$, $a,b\in\mathbb{R}$.

697 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a\in\mathbb{R}\setminus\{1\};\ b\in\mathbb{R}$ B $a\in\mathbb{R}\setminus\{1\};\ b=1$ C $a=b=2$ D $a=1; b\in\mathbb{R}$
E $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\};\ b\in\mathbb{R}$

698 Numărul perechilor $(a,b)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ pentru care sistemul este compatibil nedeterminat este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Să se calculeze:

699 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n+1}{n+2}$

A ∞ B 1 C 0 D 2 E e

700 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)$

A nu există B 2 C 0 D ∞ E 1

701 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x-\sin x}{x+\sin x}$

A 0 B 1 C 3 D ∞ E -1

702 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sum_{k=1}^{n}\mathrm{e}^{\frac{k}{n^2}}\right)$

A ∞ B -1 C e D 0 E $-\frac{1}{2}$

Se consideră funcția $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\,e^{\frac{a}{x}}$, unde a este un parametru real.

703 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f admite asimptota $y = x + 2$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{1\}$ C $\{2\}$ D $\{-1\}$ E $\emptyset$

704 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f are două asimptote este:

A $(0, 1)$ B $(1, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $(0, \infty)$ E $\emptyset$

Se consideră polinomul

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{100} = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{199}\, x^{199} + a_{200}\, x^{200}$$

având rădăcinile $x_1, x_2, \ldots, x_{200}$.

705 Valoarea lui $P(0)$ este:

A 30 B 0 C 200 D 100 E 1

706 Valoarea lui a_1 este:

A 100 B 200 C 199 D 1 E 0

707 Restul împărțirii polinomului P la $x^2 + x$ este:

A $100x - 1$ B 0 C 99 D $100x + 1$ E 1

708 Suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{1 + x_k}$ este:

A 100 B 200 C -100 D 0 E 1

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție "$*$" prin

$$x * y = xy + mx + my + 2, \quad \text{unde } m \in \mathbb{Z}.$$

709 $0 * 0$ este:

A 4 B 3 C 2 D 5 E 6

710 Fie $m = -1$. Știind că "$*$" este asociativă, $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$ este:

A 1 B -1 C 2 D -2 E 0

711 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care legea "$*$" admite element neutru este:

A $\{-1, 0, 2\}$ B $\{-1, 1, 2\}$ C $\{-1, 2\}$ D $\{-1\}$ E $\{2\}$

712 Dacă $m = 2$, atunci numărul elementelor simetrizabile în raport cu "$*$" este:

A 1 B 2 C 0 D 4 E infinit

713 Funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \displaystyle\int_0^1 |t - x|^3 \,\mathrm{d}t$, are valoare minimă pentru x egal cu:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{4}$ E -1

Să se calculeze:

714 $\displaystyle\int_0^1 x^9\,\mathrm{d}x$

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{2}{9}$ C $\frac{1}{9}$ D $\frac{1}{10}$ E 10

715 $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{4+x^2}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{\pi}{2}$ E π

716 $\displaystyle\int_0^1 \ln(x+1)\,\mathrm{d}x$

A $\ln\frac{e}{2}$ B $\ln\frac{2}{3}$ C 0 D $\ln\frac{4}{e}$ E $\ln 2$

717 $\displaystyle\int_0^1 \frac{1+x^2}{1+x^2+x^4}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ D $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

718 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{1/n}^{n} \frac{\operatorname{arctg}\left(x^2\right)}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{8}$ D π^2 E $\frac{\pi^2}{6}$

7

Admitere (16 iulie 2017)

719 Fie șirul $a_n = n\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1} - a\sqrt{n} + \sqrt{n-1}\right)$, $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$.
Dacă șirul (a_n) este convergent, atunci limita lui este:

A 0 B -1 C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16x^2+1} + 4x - 5$.

720 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ este:

A $-\infty$ B -5 C 4 D 8 E 0

721 Numărul asimptotelor funcției f este:

A 2 B 0 C 1 D 3 E 4

Se consideră ecuația $a^x = 2x + 1$, unde $a \in (0, \infty)$ este fixat.

722 Valoarea lui a pentru care ecuația admite rădăcina $x = 1$ este:

A 2 B 1 C 3 D $\ln 2$ E e

723 Mulțimea valorilor lui a pentru care ecuația admite o singură rădăcină reală este:

A $(0,+\infty) \setminus \{e^2\}$ B $(0,1] \cup \{e^2\}$ C $(0,e^2]$ D $[1,+\infty)$ E $(0,1] \cup \{e\}$

724 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - \operatorname{tg}^3 x}$. Valoarea lui $f'(0)$ este:

A -1 B $-\frac{1}{5}$ C $\frac{1}{5}$ D $\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$ E $-\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$

Să se calculeze:

725 $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{2^x+3^x}{2\cdot 3^x+1}$

A 2 B 0 C $+\infty$ D 3 E $\frac{1}{2}$

726 $\lim_{x\to+0} \left((x+9)^x - 9^x\right)^x$

A nu există B 0 C e D 1 E $\ln 9$

Să se calculeze:

727 $\displaystyle\int_0^3 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+9}$

A $\dfrac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\dfrac{\pi}{6}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{\pi}{18}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

728 $\displaystyle\int_1^e \ln\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$

A -1 B 1 C $2e-1$ D $1-2e$ E $e+1$

729 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{\arccos x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

A 0 B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi^2}{2}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi^2}{4}$

730 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_2^e (\ln x)^n\,\mathrm{d}x$

A e B 0 C 1 D $\ln 2$ E ∞

731 Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x+2$ și fie f^{-1} inversa funcției f.
Valoarea $(f^{-1})'(-2)$ este:

A 15 B $\frac{1}{6}$ C 3 D $\frac{1}{3}$ E 2

În planul xOy se consideră punctele $A(3, 0)$ și $B(0, 4)$.

732 Distanța de la originea planului la dreapta AB este:

A 2 B $\frac{4}{3}$ C $\frac{12}{5}$ D 3 E $2\sqrt{2}$

733 Ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$ este:

A $\left(x - \frac{3}{2}\right) + (y - 2) = 0$ B $4x + 3y + 4 = 0$ C $3x - 4y + 4 = 0$ D $6x - 8y + 7 = 0$ E $x - y = 0$

734 Se consideră familia de funcții $f_m : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = x^2 - (4m + 3)x + 4m + 2$, $m \in \mathbb{R}$. Punctul din plan prin care trec toate graficele funcțiilor f_m este situat pe:

A axa Oy B axa Ox C prima bisectoare D a doua bisectoare E alt răspuns

Fie e baza logaritmului natural. Pe intervalul $(0, +\infty)$ definim legea de compoziție $x * y = x^{2 \ln y}$, $\forall x > 0,\ y > 0$.

735 Elementul neutru este:

A $\sqrt{e}$ B 1 C e D $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ E e^2

736 Pentru $x \neq 1$, simetricul lui x în raport cu legea "$*$" este:

A e^{-x} B $\frac{1}{x}$ C $e^{\frac{1}{4 \ln x}}$ D $x^{-2 \ln x}$ E $\frac{1}{2 \ln x}$

737 Valoarea lui $a > 0$ pentru care structura algebrică $((0, \infty) \setminus \{a\}, *)$ este grup, este:

A e B 1 C $\dfrac{1}{e}$ D e^2 E $\sqrt{e}$

738 Numărul $e * e * \cdots * e$, unde e apare de 10 ori, este:

A e^{256} B e^{10} C e^{512} D $10^{\ln 10}$ E e^{1024}

Se consideră sistemul $\begin{cases} ax + y + z = -1 \\ x + ay + z = -a \\ x + y - z = -2 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

739 Determinantul sistemului este:

A a^2 B a^2+2a-3 C a^2-2a+3 D $-a^2-2a+3$ E $2a+3$

740 Sistemul este incompatibil dacă și numai dacă:

A $a=-1$ B $a=1$ C alt răspuns D $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3,1\}$ E $a=-3$

741 Numărul valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul admite soluții (x,y,z), cu x,y,z în progresie aritmetică în această ordine, este:

A 0 B 3 C 1 D 2 E ∞

Se consideră funcția $f:[0,2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x)=\sin x+\cos 2x$.

742 $f(0)$ este:

A 3 B -1 C 2 D $1/2$ E 1

743 Numărul soluțiilor ecuației $f(x)=1$ este:

A 1 B 3 C 2 D 5 E 0

744 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația $f(x)=m$ are soluții este:

A $\left[0,\frac{9}{8}\right]$ B $[-2,0]$ C $\left[-2,\frac{9}{8}\right]$ D $\mathbb{R}$ E alt răspuns

745

Numărul soluțiilor reale ale ecuației $16^x=3^x+4^x$ este:

A 2 B 1 C 3 D 0 E 4

Se dă ecuația $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

746 Valoarea sumei $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A -2 B -4 C 2 D 4 E 1

747 Ecuația cu rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}$ este:

A $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$
B $x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0$
C $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$
D $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$
E $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

748 Valoarea sumei $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$ este:

A -3 B 3 C -2 D 2 E 1

8

Simulare admitere (12 mai 2018)

749 $\int_{-1}^{1} \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right) \mathrm{d}x$ este:

A $-\mathrm{e}$ B $\ln 2$ C $-\ln 2$ D 0 E $2\ln 2$

750 $\int_{0}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{2x^2-2x+1}$ este:

A π B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{\pi}{2}\ln 2$

751 $\int_{0}^{1} \sqrt{\frac{x}{1+x^3}} \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{3}{2}\ln 3$ B $\frac{2}{3}\ln\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$ C $\frac{2}{3}\ln 2$ D $\frac{2}{3}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ E $\frac{3}{2}\ln 2$

752 $\int_{-1}^{1} \frac{x}{e^x+x+1} \mathrm{d}x$ este:

A 0 B $\ln\frac{\mathrm{e}}{1+\mathrm{e}}$ C $\ln\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ D $\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ E $\ln\frac{\mathrm{e}}{2+\mathrm{e}}$

753 $\lim_{x\to\infty} \frac{2x+1}{x+1}$ este:

A 0 B 2 C 1 D ∞ E e

754 $\lim_{x\to\infty} \left(\ln\left(e^x+2^x\right) - \sqrt{x^2-4x+1}\right)$ este:

A ∞ B 0 C 2 D $\ln 2$ E 4

755 $\lim_{x\to 1} \frac{x^{x^a} - x^{x^b}}{\ln^2 x}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este:

A $\frac{a-b}{2}$ B $b-a$ C $e^a - e^b$ D $ab(a-b)$ E $a-b$

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{2x}(x^2+x+m)$, unde m este un parametru real.

756 $f(0)$ este:

A 0 B $m+3$ C $e^2(m+3)$ D m E $-m$

757 f este monotonă pe $\mathbb{R}$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[\frac{1}{4}, 1]$ B $[0,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\mathbb{R}$ E $[\frac{1}{2},\infty)$

758 f are două puncte de extrem dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-\infty, \frac{1}{2})$ B $[0,\infty)$ C $(-2,2)$ D $\mathbb{R}$ E $(-1,1)$

759 Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x-a|\sin x$, unde a este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 2 B 0 C 1 D infinit E 4

760 Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin formula de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2$, $x_0 = a \in \mathbb{R}$. Șirul este convergent dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[1,2]$ B $[-1,1]$ C $[0,2]$ D $[0,1]$ E $[-1,0]$

761 Dacă $a = \log_6 2$, atunci $\log_3 12$ este:

A 4 B $\frac{2+a}{2-a}$ C $\frac{a+4}{a+3}$ D $\frac{1+a}{1-a}$ E $\frac{1}{4}$

Ecuația $x^2 - 2mx + 2m^2 - 2m = 0$, unde m este un parametru real, are rădăcinile reale x_1 și x_2.

762 Suma $x_1 + x_2$ este:

A $2m$ B 2 C $2m^2 - 2m$ D m E $-m$

763 Mulțimea valorilor produsului $x_1 x_2$ este:

A $[0, 4]$ B $\left[-\frac{1}{2}, 4\right]$ C $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ D $[-1, 2]$ E $\mathbb{R}$

Se consideră ecuația $x^5 + a^2x^4 + 1 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_i, $i = 1, \ldots, 5$.

764 Valoarea sumei $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} x_i$ este:

A $-5a$ B a^4 C $-a^2$ D 0 E $-a^4$

765 Valoarea sumei $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este:

A 0 B a^4 C $-5a^4$ D $-4a^2$ E a^3

766 Mulțimea valorilor lui a pentru care două dintre rădăcinile ecuației au partea imaginară negativă este:

A $[-1, 1]$ B $\emptyset$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $\mathbb{R}$

767 Numărul valorilor parametrului real a pentru care sistemul $\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \end{cases}$ are cel puțin o soluție este:

A 0 B 2 C 1 D 3 E infinit

768 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel ca $A^2 - \lambda A + \lambda^2 I_2 = O_2$. Matricea A^{2018} este:

A $\lambda^{2018} I_2$ B A C $\lambda^{2016} A^2$ D $\lambda^2 A^2$ E O_2

Se consideră grupul $(G,\star)$, unde $G=(-1,1)$ și $x\star y=\dfrac{x+y}{1+xy}$.

769 $\dfrac{2}{3}\star\dfrac{3}{4}$ este:

A $\dfrac{9}{12}$ B 0 C 1 D $\dfrac{14}{15}$ E $\dfrac{17}{18}$

770 Elementul neutru al grupului $(G,\star)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C $-\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

771 Dacă $\big((0,\infty),\cdot\big)$ este grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive, atunci funcția crescătoare $f\colon G\to(0,\infty)$, $f(x)=\dfrac{a+x}{b-x}$, este un izomorfism de grupuri pentru:

A $a=b=2$ B $a=-b=1$ C $a=-b=-1$ D $a=b=-1$ E $a=b=1$

772 $\dfrac{1}{2}\star\dfrac{1}{4}\star\cdots\star\dfrac{1}{10}$ este:

A $\dfrac{5}{6}$ B $\dfrac{10}{13}$ C $\dfrac{11}{15}$ D $\dfrac{7}{9}$ E $\dfrac{8}{9}$

773 Numărul valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\sqrt{\cos^4 x+4\sin^2 x}+\sqrt{\sin^4 x+4\cos^2 x}=m$ are soluții este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Fie $f\colon[0,3\pi]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x+\cos(4x)$.

774 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ este:

A 2 B 1 C 0 D $\sqrt{2}$ E $2\sqrt{2}$

775 Numărul soluțiilor ecuației $f(x)=2$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 6

776 Ecuațiile dreptelor care sunt la distanță 2 de punctul $A(2,1)$ și trec prin originea $O(0,0)$ sunt:

A alt răspuns B $3x+4y=0$ C $y=\pm x$ D $2x\pm y=0$ E $x\pm 2y=0$

Se consideră punctele $A(6,0)$, $B(0,3)$ și $O(0,0)$ în plan.

777 Ecuația înălțimii din O a triunghiului AOB este:

A $x = 2y$ B $2y = 3x$ C $y = 2x$ D $x = y$ E $3x = y$

778 Coordonatele centrului de greutate al triunghiului AOB sunt:

A $(2,1)$ B $(1,1)$ C $(1,2)$ D $(2,2)$ E $(3,2)$

9

Admitere (16 iulie 2018)

Calculați:

779 $\displaystyle\int_1^5 \frac{dx}{x+3}$

A $\ln 2$ B $\ln 3$ C $\ln 4$ D $\ln 5$ E $\ln 8$

780 $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

A $\operatorname{arctg}\dfrac{e}{e+1}$ B $\operatorname{arctg} e - \dfrac{\pi}{4}$ C $\operatorname{arctg}\dfrac{e}{e^2+1}$ D $\ln\dfrac{e}{e+1}$ E $\ln(2e)$

781 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$

A $\ln 2$ B $\pi \ln 4$ C $\pi \ln 8$ D $\ln\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ E $\ln(\pi e)$

782 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_0^{\pi} \{x\}^n\, dx$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B 4 C 2 D π E 3

783 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2\cdot 9^x + 5^x + 4}{9^{x+1} - 5^x + 2^x}$ este:

A $\dfrac{2}{9}$ B 2 C 1 D $\dfrac{1}{9}$ E $+\infty$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

784 $f'(0)$ este:

A $1 + a$ B a C $1 - a$ D 1 E 0

785 Graficul lui f este tangent axei Ox dacă:

A $a = 2$ B $a = -1$ C $a = 1$ D $a = 0$ E $a = 3$

786 Pentru $a = -3$, numărul punctelor de extrem local ale funcției $g(x) = |f(x)|$, $x \in \mathbb{R}$, este:

A 4 B 1 C 2 D 3 E 5

787 Pentru $a = 1$, $(f^{-1})'(2)$ este:

A $1/2$ B $1/4$ C $1/3$ D 0 E $+\infty$

Se consideră în plan punctul $A(0, -1)$, dreptele d_1: $x - y + 1 = 0$, d_2: $2x - y = 0$ și punctele $B \in d_1$, $C \in d_2$, astfel încât d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC.

788 Intersecția dreptelor d_1 și d_2 are coordonatele:

A $(-1, 2)$ B $(2, 3)$ C $(1, 2)$ D $(-1, 0)$ E $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$

789 Punctul B are coordonatele:

A $(3, 6)$ B $(0, 1)$ C $(1, 2)$ D $(-1, 0)$ E $(-2, -1)$

790

Se consideră punctele $A(2, 3)$ și $B(4, 5)$. Mediatoarea segmentului $[AB]$ are ecuația:

A $2x - y = 2$ B $2x + y = 10$ C $x + 2y = 11$ D $-x + y = 1$ E $x + y = 7$

Se consideră polinomul $P(X) = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$, având rădăcinile $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{20}$. Notăm cu $R(X)$ restul împărțirii polinomului $P(X)$ prin $X^3 + X$.

791 $P(i)$ este:

A $2+i$ B $1+i$ C 2 D i E 0

792 $R(X)$ este:

A $2+X+X^2$ B $2+X$ C $2+X-X^2$ D X E 1

793 $\displaystyle\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$ este:

A $\frac{15}{2}$ B 5 C 6 D 8 E 7

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și fie $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Notăm $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

794 $2A - A^2$ este:

A $A + I_2$ B I_2 C $2I_2$ D O_2 E $A - I_2$

795 A^{48} este:

A O_2 B $2^{12} I_2$ C $2^{48} I_2$ D $2^{48} A$ E $2^{24} I_2$

796 $\dfrac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$ este:

A 16 B 2 C 8 D 4 E 1

797 Perechea $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, pentru care $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b \right) = 0$, este:

A $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ B $(-2,-1)$ C $(-2,-2)$ D $(2,-2)$ E $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

798 $\lim\limits_{x \to 0} e^{\frac{1}{x}} \cdot \sin x$ este:

A nu există B 0 C ∞ D $-\infty$ E 1

799

Se consideră șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a$, $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$, $n \geq 1$. Valoarea lui a, pentru care $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 8$, este:

A 2 B 16 C 8 D 32 E 4

Se consideră ecuația: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m$, $m \in \mathbb{R}$.

800

Ecuația admite soluția $x = \dfrac{\pi}{2}$ pentru:

A $m = \dfrac{1}{4}$ B $m = 1$ C $m = 0$ D $m = -1$ E $m = -\dfrac{1}{4}$

801

Ecuația are soluție dacă și numai dacă m aparține intervalului:

A $[-1, 1]$ B $[-4, 4]$ C $\left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$ D $\left[-\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{4}\right]$ E $[-2, 2]$

802

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \dfrac{3}{5}$, atunci $\sin x$ este:

A $\dfrac{3}{4}$ B $\dfrac{4}{5}$ C $-\dfrac{4}{5}$ D 1 E $-\dfrac{3}{4}$

803

Dacă $\lg 5 = a$ și $\lg 6 = b$, atunci $\log_3 2$ este:

A $\dfrac{1+a}{a+b+1}$ B $\dfrac{1+a}{a-b+1}$ C $\dfrac{1-a}{a+b+1}$ D $\dfrac{1-a}{a+b-1}$ E $\dfrac{1-a}{b-1}$

804

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $2\lg(x-2y) = \lg x + \lg y$, atunci mulțimea valorilor expresiei $\dfrac{x}{y}$ este:

A $\{4\}$ B $\{1\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{1, 2, 4\}$ E $\emptyset$

805

Dacă $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, atunci $(1+\alpha)(1+\alpha^2)(1+\alpha^3)(1+\alpha^4)(1+\alpha^5)(1+\alpha^6)$ este:

A 64 B 0 C 16 D 4 E $8i$

Pe intervalul $(-1,1)$ se definește legea de compoziție $*$ prin
$x * y = \dfrac{2xy + 3(x+y) + 2}{3xy + 2(x+y) + 3}, \quad x, y \in (-1,1).$

806 Elementul neutru al legii $*$ este:

A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$ D $\frac{1}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

807 Dacă funcția $f : (-1,1) \to (0,\infty)$, $f(x) = a\,\dfrac{1-x}{1+x}$ verifică relația $f(x*y) = f(x)f(y)$, $\forall x, y \in (-1,1)$, atunci a este:

A $-\frac{2}{3}$ B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{5}$ E $-\frac{1}{5}$

808 Numărul soluțiilor ecuației $\underbrace{x * x * \cdots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \dfrac{1}{10}$ este:

A 2 B 0 C 1 D 10 E 5

***

Problemele au fost propuse/prelucrate/alese de către:

1 - Maria Câmpian
2 - Daria Dumitraș
3 - Floare Tomuța
4 - Maria Câmpian
5 - Eugenia Duca
6 - Liana Timboș
7 - Liana Timboș
8 - Liana Timboș
9 - Dalia Cîmpean
10 - Dalia Cîmpean
11 - Dalia Cîmpean
12 - Maria Câmpian
13 - Maria Câmpian
14 - Maria Câmpian
15 - Alexandra Ciupa
16 - Alexandra Ciupa
17 - Viorica Muresan
18 - Viorica Muresan
19 - Dalia Cîmpean
20 - Radu Peter
21 - Mircea Ivan
22 - Daria Dumitraș
23 - Daniela Inoan
24 - Nicolaie Lung
25 - Viorica Mureșan
26 - Daria Dumitraș
27 - Daniela Roșca
28 - Daniela Roșca
29 - Adela Novac
30 - Adela Novac
31 - Floare Tomuța
32 - Mircea Dan Rus
33 - Mircea Dan Rus
34 - Mircea Dan Rus
35 - Floare Tomuța
36 - Iuliu Crivei
37 - Viorica Mureșan
38 - Neculae Vornicescu
39 - Neculae Vornicescu
40 - Alexandra Ciupa
41 - Vasile Pop
42 - Vasile Câmpian
43 - Ioan Gavrea
44 - Ioan Gavrea
45 - Ioan Gavrea
46 - Daniela Roșca
47 - Eugenia Duca
48 - Eugenia Duca
49 - Eugenia Duca
50 - Tania Lazar
51 - Gheorghe Toader
52 - Daniela Marian
53 - Ioan Rașa
54 - Ioan Rașa
55 - Ioan Rașa
56 - Ioan Rașa
57 - Alexandru Mitrea
58 - Ioan Rașa
59 - Daniela Roșca
60 - Daniela Roșca
61 - Daniela Roșca
62 - Daniela Roșca
63 - Daniela Roșca
64 - Alexandru Mitrea
65 - Gheorghe Toader
66 - Eugenia Duca
67 - Silvia Toader
68 - Silvia Toader
69 - Silvia Toader
70 - Ioan Gavrea
71 - Ioan Gavrea
72 - Bogdan Gavrea
73 - Bogdan Gavrea
74 - Alexandra Ciupa
75 - Mihaela Berchesan
76 - Mihaela Berchesan
77 - Mihaela Berchesan
78 - Eugenia Duca
79 - Mircea Ivan
80 - Alexandra Ciupa
81 - Alexandru Mitrea
82 - Ioan Rașa
83 - Ioan Rașa
84 - Ioan Rașa
85 - Ioan Rașa
86 - Mircea Ivan
87 - Mircea Ivan
88 - Daria Dumitraș
89 - Daria Dumitraș
90 - Vasile Pop
91 - Silvia Toader
92 - Nicolaie Lung
93 - Nicolaie Lung
94 - Daniela Roșca
95 - Dorian Popa
96 - Neculae Vornicescu
97 - Neculae Vornicescu
98 - Vasile Mihesan
99 - Daria Dumitraș
100 - Vasile Mihesan
101 - Daniela Roșca
102 - Daniela Roșca
103 - Daniela Roșca
104 - Vasile Pop
105 - Vasile Pop
106 - Silvia Toader
107 - Silvia Toader
108 - Gheorghe Toader
109 - Rozica Moga
110 - Rozica Moga
111 - Viorica Mureșan
112 - Dorian Popa
113 - Mircea Ivan
114 - Iuliu Crivei
115 - Iuliu Crivei
116 - Daniela Roșca
117 - Ioan Gavrea
118 - Ioan Gavrea
119 - Vasile Pop
120 - Alexandru Mitrea
121 - Ovidiu Furdui
122 - Ovidiu Furdui
123 - Eugenia Duca
124 - Alina Sîntămărian
125 - Vasile Pop
126 - Mircea Ivan
127 - Mircea Ivan
128 - Eugenia Duca
129 - Neculae Vornicescu

130 - Iuliu Crivei
131 - Gheorghe Toader
132 - Alexandra Ciupa
133 - Silvia Toader
134 - Vasile Câmpian
135 - Daniela Inoan
136 - Dorian Popa
137 - Neculae Vornicescu
138 - Mircea Ivan
139 - Vasile Pop
140 - Mircea Ivan
141 - Daniela Inoan
142 - Dorian Popa
143 - Gheorghe Toader
144 - Viorica Mureșan
145 - Vasile Pop
146 - Floare Tomuța
147 - Vasile Miheșan
148 - Ioan Gavrea
149 - Ioan Gavrea
150 - Radu Peter
151 - Ioan Rașa
152 - Vasile Pop
153 - Vasile Pop
154 - Neculae Vornicescu
155 - Alexandru Mitrea
156 - Alexandru Mitrea
157 - Floare Tomuța
158 - Daniela Roșca
159 - Mircea Ivan
160 - Mircea Dan Rus
161 - Mircea Dan Rus
162 - Alexandra Ciupa
163 - Vasile Miheșan
164 - Ioan Rașa
165 - Vasile Pop
166 - Floare Tomuța
167 - Alexandru Mitrea
168 - Alexandru Mitrea
169 - Alexandru Mitrea
170 - Alexandru Mitrea
171 - Alexandru Mitrea
172 - Alexandru Mitrea
173 - Alexandru Mitrea
174 - Alexandru Mitrea
175 - Alexandru Mitrea
176 - Alexandru Mitrea
177 - Alexandru Mitrea
178 - Alexandru Mitrea
179 - Dorian Popa
180 - Dorian Popa
181 - Dorian Popa
182 - Dorian Popa
183 - Dorian Popa
184 - Vasile Pop
185 - Gheorghe Toader
186 - Viorica Mureșan
187 - Viorica Mureșan
188 - Daniela Roșca
189 - Maria Câmpian
190 - Nicolaie Lung
191 - Iuliu Crivei
192 - Iuliu Crivei
193 - Daniela Roșca
194 - Vasile Miheșan
195 - Vasile Miheșan
196 - Vasile Miheșan
197 - Vasile Pop
198 - Vasile Pop
199 - Vasile Pop
200 - Vasile Pop
201 - Silvia Toader
202 - Silvia Toader
203 - Silvia Toader
204 - Ioan Rașa
205 - Ioan Rașa
206 - Ioan Rașa
207 - Mircia Gurzău
208 - Vasile Pop
209 - Vasile Pop
210 - Alexandru Mitrea
211 - Gheorghe Toader
212 - Dorian Popa
213 - Dorian Popa
214 - Dorian Popa
215 - Iuliu Crivei
216 - Iuliu Crivei
217 - Daniela Inoan
218 - Dorian Popa
219 - Ioan Rașa
220 - Adela Novac
221 - Adela Novac
222 - Dorian Popa
223 - Dorian Popa
224 - Dorian Popa
225 - Mircea Ivan
226 - Nicolaie Lung
227 - Nicolaie Lung
228 - Nicolaie Lung
229 - Constantin Todea
230 - Vasile Pop
231 - Ioan Gavrea
232 - Vasile Pop
233 - Vasile Pop
234 - Vasile Pop
235 - Mircea Rus
236 - Mircea Rus
237 - Mircea Rus
238 - Mircea Rus
239 - Mircea Rus
240 - Mircea Rus
241 - Mircea Rus
242 - Mircea Rus
243 - Mircea Rus
244 - Mircea Rus
245 - Mircea Rus
246 - Mircea Rus
247 - Silvia Toader
248 - Silvia Toader
249 - Daniela Roșca
250 - Alexandru Mitrea
251 - Mircea Ivan
252 - Ioan Gavrea
253 - Dorian Popa
254 - Dorian Popa
255 - Dorian Popa
256 - Dorian Popa
257 - Dorian Popa
258 - Dorian Popa
259 - Dorian Popa
260 - Dorian Popa
261 - Dorian Popa
262 - Dorian Popa
263 - Dorian Popa
264 - Mircea Ivan
265 - Mircea Ivan
266 - Mircea Ivan
267 - Mircea Ivan
268 - Vasile Pop
269 - Adela Novac
270 - Daniela Roșca
271 - Ioan Rașa
272 - Maria Câmpian
273 - Maria Câmpian
274 - Adela Novac
275 - Maria Câmpian
276 - Viorica Mureșan
277 - Daniela Roșca
278 - Alexandra Ciupa
279 - Ioan Rașa
280 - Nicolaie Lung
281 - Alexandra Ciupa
282 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
283 - Ioan Rașa
284 - Daria Dumitraș
285 - Adela Capătă
286 - Ioan Gavrea
287 - Ioan Gavrea
288 - Ioan Gavrea
289 - Ioan Gavrea
290 - Mircea Ivan
291 - Alina Sîntămărian
292 - Mircea Ivan
293 - Neculae Vornicescu
294 - Silvia Toader
295 - Marius Birou
296 - Alexandra Ciupa
297 - Adrian Holhos
298 - Adrian Holhos
299 - Ioan Rașa
300 - Eugenia Duca
301 - Mircea Ivan
302 - Adela Capătă
303 - Adela Capătă
304 - Viorica Mureșan
305 - Mircea Ivan
306 - Vasile Pop
307 - Mircea Ivan
308 - Radu Peter

309 - Adrian Holhoș
310 - Floare Tomuța
311 - Floare Tomuța
312 - Dorian Popa
313 - Alexandra Ciupa
314 - Vasile Pop
315 - Radu Peter
316 - Radu Peter
317 - Alexandru Mitrea
318 - Ovidiu Furdui
319 - Mircea Ivan
320 - Mircea Ivan
321 - Mircea Ivan
322 - Mircea Ivan
323 - Mircea Ivan
324 - Daniela Roșca
325 - Daniela Roșca
326 - Lucia Blaga
327 - Lucia Blaga
328 - Maria Câmpian
329 - Alexandra Ciupa
330 - Alexandra Ciupa
331 - Alexandra Ciupa
332 - Vasile Pop
333 - Maria Câmpian
334 - Neculae Vornicescu
335 - Daniela Inoan
336 - Tania Lazar
337 - Tania Lazar
338 - Daniela Inoan
339 - Dorian Popa
340 - Vasile Pop
341 - Maria Câmpian
342 - Radu Peter
343 - Iuliu Crivei
344 - Alexandra Ciupa
345 - Vasile Câmpian
346 - Adrian Holhoș
347 - Alina-Ramona Baias
348 - Adrian Holhoș
349 - Neculae Vornicescu
350 - Mircea Ivan
351 - Mircea Ivan
352 - Mircea Ivan
353 - Mircea Dan Rus
354 - Mircea Dan Rus
355 - Mircea Dan Rus
356 - Neculae Vornicescu
357 - Neculae Vornicescu
358 - Daniela Roșca
359 - Vasile Pop
360 - Alexandru Mitrea
361 - Dorian Popa
362 - Tania Lazar
363 - Adela Novac
364 - Adela Novac
365 - Adela Novac
366 - Mircea Ivan
367 - Daniela Roșca
368 - Ioan Rașa
369 - Daniela Marian
370 - Vasile Pop
371 - Mircea Ivan
372 - Mircea Ivan
373 - Ioan Gavrea
374 - Neculae Vornicescu
375 - Mircea Ivan
376 - Mircea Ivan
377 - Mircea Ivan
378 - Daniela Marian
379 - Daniela Marian
380 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
381 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
382 - Mircea Ivan
383 - Alexandra Ciupa
384 - Alexandru Mitrea
385 - Daniela Roșca
386 - Daniela Roșca
387 - Mircea Dan Rus
388 - Mircea Dan Rus
389 - Mircea Dan Rus
390 - Dorian Popa
391 - Ioan Gavrea
392 - Alexandru Mitrea
393 - Mircea Ivan
394 - Dorian Popa
395 - Vasile Ile
396 - Alexandru Mitrea
397 - Lucia Blaga
398 - Mircea Ivan
399 - Daniela Roșca
400 - Alexandru Mitrea
401 - Gheorghe Toader
402 - Gheorghe Toader
403 - Mircea Dan Rus
404 - Mircea Dan Rus
405 - Mircea Dan Rus
406 - Dorian Popa
407 - Dorian Popa
408 - Dorian Popa
409 - Ioan Gavrea
410 - Ioan Gavrea
411 - Alexandru Mitrea
412 - Dalia Cîmpean
413 - Dorian Popa
414 - Vasile Pop
415 - Vasile Pop
416 - Vasile Pop
417 - Neculae Vornicescu
418 - Iuliu Crivei
419 - Mircea Ivan
420 - Alexandru Mitrea
421 - Ioan Rașa
422 - Vasile Pop
423 - Vasile Pop
424 - Mircia Gurzău
425 - Neculae Vornicescu
426 - Daniela Marian
427 - Daniela Marian
428 - Neculae Vornicescu
429 - Mihaela Bercheșan
430 - Mihaela Bercheșan
431 - Mihaela Bercheșan
432 - Alexandru Mitrea
433 - Adela Novac
434 - Daniela Roșca
435 - Silvia Toader
436 - Gheorghe Toader
437 - Silvia Toader
438 - Gheorghe Toader
439 - Mircia Gurzău
440 - Mircia Gurzău
441 - Vasile Miheșan
442 - Mircea Ivan
443 - Vasile Câmpian
444 - Dorian Popa
445 - Mircea Ivan
446 - Mircea Ivan
447 - Mircea Ivan
448 - Daniela Inoan
449 - Mircea Ivan
450 - Teodor Potra
451 - Alexandru Mitrea
452 - Viorica Mureșan
453 - Daniela Marian
454 - Gheorghe Toader
455 - Ioan Rașa
456 - Rozica Moga
457 - Alexandra Ciupa
458 - Ovidiu Furdui
459 - Maria Câmpian
460 - Alexandru Mitrea
461 - Mircea Ivan
462 - Rozica Moga
463 - Rozica Moga
464 - Alina Sîntămărian
465 - Rozica Moga
466 - Nicolaie Lung
467 - Maria Câmpian
468 - Maria Câmpian
469 - Neculae Vornicescu
470 - Vasile Miheșan
471 - Viorica Mureșan
472 - Ovidiu Furdui
473 - Viorica Mureșan
474 - Mircea Ivan
475 - Luminita Cotirla
476 - Daniela Roșca
477 - Ovidiu Furdui
478 - Alina-Ramona Baias
479 - Alina-Ramona Baias
480 - Alina-Ramona Baias
481 - Ovidiu Furdui
482 - Alexandru Mitrea
483 - Alexandru Mitrea
484 - Floare Tomuța
485 - Daniela Inoan
486 - Daniela Inoan

487 - Daniela Inoan
488 - Floare Tomuța
489 - Maria Câmpian
490 - Iuliu Crivei
491 - Dorian Popa
492 - Mircea Ivan
493 - Ioan Gavrea
494 - Ioan Gavrea
495 - Mircea Ivan
496 - Alexandru Mitrea
497 - Alexandru Mitrea
498 - Vasile Mihețan
499 - Vasile Mihețan
500 - Dorian Popa
501 - Dorian Popa
502 - Alina Sîntămărian
503 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
504 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
505 - Vasile Pop
506 - Ioan Gavrea
507 - Alexandra Ciupa
508 - Liana Timboș
509 - Liana Timboș
510 - Liana Timboș
511 - Vasile Pop
512 - Daniela Roșca
513 - Alexandra Ciupa
514 - Alexandra Ciupa
515 - Mircia Gurzău
516 - Daniela Marian
517 - Daniela Marian
518 - Nicolaie Lung
519 - Alexandru Mitrea
520 - Alexandru Mitrea
521 - Alexandru Mitrea
522 - Mircea Dan Rus
523 - Mircea Dan Rus
524 - Mircea Dan Rus
525 - Mircea Dan Rus
526 - Ovidiu Furdui
527 - Ovidiu Furdui
528 - Mircea Ivan
529 - Mircea Ivan
530 - Mircea Ivan
531 - Mircea Ivan
532 - Mircea Ivan
533 - Mircea Ivan
534 - Mircea Ivan
535 - Mircea Ivan
536 - Mircea Ivan
537 - Vasile Mihețan
538 - Mircea Ivan
539 - Mircea Ivan
540 - Mircea Ivan
541 - Mircea Ivan
542 - Vasile Câmpian
543 - Ioan Rașa
544 - Maria Câmpian
545 - Maria Câmpian
546 - Alexandra Ciupa
547 - Vasile Mihețan
548 - Viorica Mureșan
549 - Viorica Mureșan
550 - Teodor Potra
551 - Silvia Toader
552 - Daria Dumitraș
553 - Vasile Pop
554 - Vasile Pop
555 - Dorian Popa
556 - Dorian Popa
557 - Mircia Gurzău
558 - Mihaela Bercheșan
559 - Mihaela Bercheșan
560 - Mihaela Bercheșan
561 - Alina-Ramona Baias
562 - Alina-Ramona Baias
563 - Alina-Ramona Baias
564 - Liana Timboș
565 - Liana Timboș
566 - Floare Tomuța
567 - Floare Tomuța
568 - Floare Tomuța
569 - Daniela Inoan
570 - Vasile Pop
571 - Vasile Pop
572 - Vasile Pop
573 - Vasile Pop
574 - Vasile Pop
575 - Vasile Pop
576 - Vasile Pop
577 - Rozica Moga
578 - Mircea Ivan
579 - Mircia Gurzău
580 - Mircea Dan Rus
581 - Mircea Dan Rus
582 - Mircea Dan Rus
583 - Viorica Mureșan
584 - Bogdan Gavrea
585 - Bogdan Gavrea
586 - Ioan Gavrea
587 - Ioan Gavrea
588 - Vasile Mihețan
589 - Adrian Holhoș
590 - Alina Sîntămărian
591 - Alina Sîntămărian
592 - Marius Birou
593 - Maria Câmpian
594 - Floare Tomuța
595 - Vasile Mihețan
596 - Eugenia Duca
597 - Vasile Câmpian
598 - Daniela Roșca
599 - Daniela Roșca
600 - Dorian Popa
601 - Vasile Pop
602 - Vasile Mihețan
603 - Maria Câmpian
604 - Alexandru Mitrea
605 - Alexandru Mitrea
606 - Alexandru Mitrea
607 - Vasile Mihețan
608 - Gheorghe Toader
609 - Mircea Ivan
610 - Alexandru Mitrea
611 - Daria Dumitraș
612 - Radu Peter
613 - Mircea Ivan
614 - Vasile Mihețan
615 - Dorian Popa
616 - Silvia Toader
617 - Alina Sîntămărian
618 - Alexandru Mitrea
619 - Silvia Toader
620 - Viorica Mureșan
621 - Mircea Ivan
622 - Maria Câmpian
623 - Alexandru Mitrea
624 - Dorian Popa
625 - Alexandru Mitrea
626 - Dorian Popa
627 - Dorian Popa
628 - Daniela Inoan
629 - Daniela Inoan
630 - Daniela Inoan
631 - Daniela Inoan
632 - Vasile Mihețan
633 - Vasile Mihețan
634 - Alexandru Mitrea
635 - Ioan Rașa
636 - Dalia Cîmpean
637 - Dalia Cîmpean
638 - Dalia Cîmpean
639 - Marius Birou
640 - Marius Birou
641 - Alexandru Mitrea
642 - Vasile Mihețan
643 - Alexandra Ciupa
644 - Daria Dumitraș
645 - Alina-Ramona Baias
646 - Alina-Ramona Baias
647 - Alina-Ramona Baias
648 - Ioan Gavrea
649 - Ioan Gavrea
650 - Ioan Gavrea
651 - Daniela Inoan
652 - Daniela Inoan
653 - Daniela Inoan
654 - Daria Dumitraș
655 - Dorian Popa
656 - Vasile Pop
657 - Vasile Mihețan
658 - Eugenia Duca

10

Răspunsuri

1: C	31: C	61: A	91: B	121: A	151: C
2: C	32: C	62: A	92: D	122: B	152: C
3: D	33: D	63: C	93: A	123: C	153: C
4: C	34: B	64: B	94: B	124: B	154: C
5: D	35: C	65: B	95: B	125: B	155: B
6: A	36: D	66: C	96: A	126: D	156: D
7: B	37: C	67: A	97: D	127: B	157: D
8: C	38: B	68: B	98: C	128: A	158: D
9: B	39: C	69: C	99: D	129: C	159: C
10: C	40: B	70: D	100: A	130: C	160: C
11: D	41: D	71: C	101: C	131: A	161: D
12: B	42: C	72: C	102: B	132: A	162: B
13: C	43: C	73: E	103: D	133: B	163: D
14: C	44: D	74: C	104: B	134: C	164: D
15: B	45: C	75: A	105: C	135: D	165: C
16: D	46: C	76: B	106: E	136: D	166: B
17: A	47: B	77: D	107: B	137: C	167: B
18: B	48: E	78: E	108: A	138: C	168: A
19: B	49: D	79: E	109: A	139: D	169: B
20: E	50: C	80: D	110: B	140: B	170: D
21: B	51: D	81: C	111: C	141: A	171: A
22: A	52: A	82: A	112: C	142: D	172: D
23: E	53: C	83: B	113: E	143: C	173: D
24: B	54: B	84: A	114: B	144: E	174: C
25: B	55: A	85: D	115: B	145: C	175: D
26: C	56: E	86: E	116: E	146: E	176: B
27: B	57: B	87: B	117: E	147: D	177: A
28: C	58: B	88: E	118: C	148: A	178: E
29: D	59: C	89: E	119: C	149: A	179: C
30: A	60: D	90: D	120: B	150: A	180: A

181: B	225: A	269: B	313: E	357: B	401: C
182: C	226: B	270: D	314: D	358: C	402: A
183: D	227: A	271: C	315: A	359: A	403: D
184: C	228: B	272: C	316: C	360: E	404: E
185: C	229: E	273: D	317: E	361: A	405: B
186: C	230: A	274: E	318: B	362: B	406: C
187: C	231: B	275: B	319: B	363: C	407: B
188: A	232: E	276: D	320: E	364: D	408: B
189: C	233: D	277: A	321: C	365: E	409: D
190: C	234: B	278: D	322: E	366: B	410: C
191: C	235: A	279: D	323: A	367: E	411: E
192: B	236: E	280: B	324: E	368: E	412: D
193: E	237: C	281: A	325: D	369: A	413: B
194: E	238: A	282: A	326: B	370: E	414: C
195: D	239: B	283: B	327: A	371: C	415: A
196: B	240: D	284: C	328: C	372: B	416: A
197: D	241: A	285: A	329: B	373: C	417: B
198: E	242: C	286: B	330: C	374: E	418: A
199: C	243: D	287: A	331: D	375: D	419: A
200: C	244: A	288: A	332: E	376: B	420: B
201: B	245: B	289: A	333: D	377: A	421: B
202: D	246: C	290: A	334: D	378: A	422: D
203: A	247: A	291: B	335: A	379: A	423: D
204: B	248: C	292: B	336: D	380: A	424: B
205: B	249: A	293: B	337: B	381: A	425: C
206: B	250: D	294: D	338: B	382: C	426: A
207: C	251: E	295: C	339: A	383: C	427: A
208: C	252: B	296: C	340: E	384: A	428: C
209: D	253: D	297: A	341: C	385: B	429: C
210: B	254: B	298: C	342: B	386: D	430: E
211: C	255: B	299: E	343: D	387: B	431: E
212: D	256: E	300: E	344: A	388: A	432: D
213: D	257: A	301: D	345: B	389: C	433: B
214: B	258: C	302: B	346: A	390: C	434: E
215: B	259: A	303: E	347: A	391: D	435: E
216: A	260: A	304: E	348: A	392: B	436: D
217: B	261: A	305: A	349: E	393: E	437: A
218: D	262: B	306: C	350: E	394: E	438: C
219: A	263: A	307: E	351: D	395: A	439: B
220: A	264: E	308: E	352: B	396: B	440: B
221: B	265: A	309: C	353: C	397: D	441: D
222: B	266: A	310: A	354: E	398: C	442: E
223: B	267: A	311: B	355: B	399: C	443: E
224: E	268: D	312: E	356: B	400: E	444: B

445: D	489: D	533: C	577: E	621: E	665: D
446: A	490: B	534: B	578: D	622: B	666: A
447: C	491: A	535: E	579: D	623: D	667: B
448: B	492: B	536:	580: D	624: E	668: A
449: C	493: C	537:	581: A	625: D	669: B
450: E	494: B	538:	582: C	626: B	670: D
451: C	495: A	539:	583: D	627: E	671: E
452: C	496: E	540:	584: D	628: A	672: A
453: A	497: D	541:	585: D	629: B	673: D
454: A	498: C	542: C	586: B	630: A	674: E
455: A	499: B	543: A	587: C	631: C	675: A
456: B	500: A	544: D	588: A	632: C	676: B
457: C	501: E	545: E	589: B	633: B	677: C
458: A	502: A	546: A	590: A	634: B	678: B
459: C	503: A	547: C	591: C	635: D	679: A
460: D	504: A	548: A	592: C	636: D	680: B
461: B	505: E	549: D	593: D	637: B	681: D
462: A	506: A	550: A	594: E	638: A	682: B
463: E	507: A	551: A	595: B	639: D	683: C
464: A	508: A	552: D	596: C	640: A	684: D
465: A	509: B	553: B	597: C	641: D	685: E
466: B	510: C	554: A	598: B	642: C	686: A
467: D	511: C	555: B	599: E	643: E	687: D
468: A	512: D	556: D	600: B	644: A	688: C
469: A	513: B	557: C	601: D	645: B	689: B
470: A	514: B	558: D	602: D	646: D	690: E
471: D	515: C	559: B	603: C	647: C	691: D
472: D	516: A	560: C	604: A	648: B	692: E
473: B	517: B	561: A	605: A	649: A	693: A
474: A	518: D	562: B	606: C	650: B	694: B
475: A	519: B	563: B	607: B	651: C	695: A
476: B	520: C	564: A	608: E	652: A	696: D
477: C	521: D	565: B	609: A	653: D	697: A
478: A	522: B	566: D	610: D	654: B	698: B
479: C	523: D	567: B	611: C	655: D	699: D
480: D	524: A	568: D	612: B	656: E	700: E
481: B	525: C	569: A	613: A	657: D	701: C
482: A	526: C	570: A	614: E	658: B	702: E
483: C	527: C	571: A	615: B	659: A	703: C
484: B	528: A	572: B	616: C	660: B	704: D
485: E	529: E	573: E	617: A	661: B	705: E
486: A	530: C	574: A	618: D	662: C	706: A
487: B	531: E	575: C	619: E	663: A	707: E
488: C	532: B	576: D	620: C	664: E	708: A

709: C	726: D	743: D	760: C	777: C	794: C
710: A	727: E	744: C	761: D	778: A	795: E
711: C	728: A	745: B	762: A	779: A	796: D
712: B	729: E	746: D	763: B	780: B	797: E
713: C	730: A	747: C	764: C	781: A	798: A
714: D	731: B	748: A	765: D	782: E	799: B
715: B	732: C	749: D	766: E	783: A	800: C
716: D	733: D	750: C	767: B	784: B	801: D
717: B	734: B	751: D	768: C	785: D	802: C
718: C	735: A	752: E	769: E	786: E	803: D
719: E	736: C	753: B	770: B	787: B	804: A
720: B	737: B	754: C	771: E	788: C	805: D
721: A	738: C	755: E	772: A	789: B	806: C
722: C	739: D	756: D	773: B	790: E	807: D
723: B	740: E	757: E	774: A	791: A	808: C
724: A	741: D	758: A	775: B	792: B	
725: E	742: E	759: D	776: A	793: E	

***

11

Indicații

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Se obține ecuația $2(x^3 + 1) = 0$.

$\boxed{\mathbf{6}}$ $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{\mathbf{7}}$ $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este rădăcina polinomului $X^2 + X + 1$ și $\omega^3 = 1$. Din $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{\mathbf{8}}$ $f = (X-1)^2(X+1) \cdot q + X^2 + X + 1$. Avem că $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ iar din $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$, deci $a = -1; b = 2$.

$\boxed{\mathbf{16}}$ Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$, $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relația $y_V = -x_V$.

$\boxed{\mathbf{24}}$ Ecuație echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1)$, $\Longrightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$.

$\boxed{\mathbf{26}}$ $1+x > 0$, $x \neq 0$, $2x^3+2x^2-3x+1 > 0$. Ecuația se mai scrie $2x^3+2x^2-3x+1 = (1+x)^3$.

$\boxed{\mathbf{28}}$ Din $(a+b+c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. $a = 1/\sqrt{2}$, $b = -1/\sqrt{2}$, $c = 0$.

$\boxed{\mathbf{39}}$ Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$, iar primul nu se divide cu $x - 1$.

$\boxed{\mathbf{52}}$ Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici,
$x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m$, $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n$, $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2$.

$\boxed{\mathbf{75}}$ Se verifică ușor faptul ca $A \in P_1$ și $B \in P_1$. Pe de altă parte, $A \in P_2$ și $B \in P_2$ este echivalent cu

$$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$

Prin urmare, $m = -2$ și $n = 9$ este soluția.

$\boxed{\mathbf{76}}$ Se observă că $C \in P_1$. Punem condiția ca $C \in P_2$ și obținem relația $10m + 3n = 19$. Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuația

$$(m-1)x^2 + (4m+n-5)x + 5m + 2n - 4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I și atunci $m = 2$. Din relația $10m + 3n = 19$, rezultă $n = -\frac{1}{3}$. Prin urmare, soluția este $m = 2$ și $n = -\frac{1}{3}$.

77 Din faptul că $T \in P_2$ rezultă că $m = -2$. Dacă parabolele sunt tangente, ecuația $-4x^2 + (n-17)x + 2n - 18 = 0$ are rădăcină dublă și din condiția $\Delta = 0$ obținem $n = 1$. Soluția este $m = -2$ și $n = 1$.

94 Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuația devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluțiile $y_1 = \dfrac{17}{4}$, $y_2 = \dfrac{5}{2}$. Soluțiile ecuației date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

99 Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ și $2m - 1 \leq 1 + m \;\Rightarrow\; m \in (0, 2]$.

100 Se obține ecuația $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = a + \frac{1}{2}$.

123

$$x_1^2 = 2 + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$

$$x_1^4 = 12 + 4\left(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}\right)$$

$$x_1^4 - mx_1^2 - 4 = 8 - 2m + (4 - m)\left(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}\right)$$

$$x_1^4 - mx_1^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2(4 - m) + (4 - m)\left(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}\right) = 0 \Rightarrow m = 4.$$

157 Suma coeficienților unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

173 $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$ și $A^4 = 16I_4$.

178 Fie a, b, c, d elementele matricei X. Se consideră situațiile:
$a + d = Tr(X) \neq 2$ si $a + d = 2$.

179 $\operatorname{rang}(A \cdot B) \leq \min(\operatorname{rang}(A), \operatorname{rang}(B))$.

217 Se scriu toți logaritmii în baza x.

229 Avem: $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $\alpha^3 = 1$, $\alpha^2 = -\alpha - 1$, $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha}$.
Deducem: $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2) = \det(I_2 + \alpha A - \alpha A^2 - A^2)$
$= \det\left((I_2 - A)(I_2 + A) + \alpha A(I_2 - A)\right) = \det\left((I_2 - A)(I_2 + (\alpha + 1)A)\right)$
$= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - \alpha^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det\left(\frac{\alpha I_2 - A}{\alpha}\right) = 1.$
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1 + \alpha)I_2$.)

230 Avem $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Deducem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1}A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

234 $f : (-1, 1) \to (0, \infty)$, $f(x) = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1, 1), *)$ la $((0, \infty), \cdot)$.
$\prod_{k=2}^{n} f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}(\frac{2}{n+n^2}) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

237 Este suficient ca dintre cele două submulțimi să se precizeze doar aceea care îl conține pe 8 (cealaltă submulțime va fi complementară). Această submulțime se poate obține reunind cu $\{8\}$ oricare submulțime a mulțimii $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$ însă exceptând-o pe A' (în acest caz, ar rezulta că submulțimea obținută este chiar A, deci cea de a doua submulțime ar fi vidă). Sunt $2^7 - 1$ submulțimi ale mulțimii A', excluzînd-o pe ea însăși.

238 Şi în acest caz, este suficient să precizăm doar una dintre submulţimi (spre exemplu, pe aceea care îl conţine pe 8). Pentru a completa submulţimea, mai rămân de ales oricare 3 elemente din $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$.

240 Este suficient să se elimine din cele 2^8 submulţimi ale lui A pe cele care nu conţin niciun număr impar (în număr de 2^4).

241 Similar cu problema anterioară, se elimină din cele 2^8 submulţimi ale lui A pe cele care nu conţin numere pare (2^4 submulţimi) şi pe cele care nu conţin numere impare (tot 2^4). Deoarece mulţimea vidă (este singura submulţime care) se elimină de două ori, răspunsul trebuie ajustat adunând înapoi 1. Rezultă răspunsul $2^8 - 2^4 - 2^4 + 1$.

242 Orice distribuţie a bilelor în cutii este o funcţie de la mulţimea bilelor la mulţimea cutiilor.

243 Similar cu punctul anterior, cu deosebirea că se mai introduce o cutie pentru bilele care ar putea rămâne nedistribuite.

254 $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci şirul este crescător. Rezultă că şirul are o limită L, finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L + 2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n^2}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim\limits_{n\to\infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$. Rezultă $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

256 $f(x_n) := x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \geq 0$, $\forall n \geq 0$, deci şirul este crescător.

257 Cum şirul este crescător rezultă că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$. Dacă presupunem că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$, $x \in \mathbb{R}$, din recurenţă obţinem $x = e^x - 1$, de unde $x = 0$ contradicţie cu $x_0 > 0$ şi monotonia lui $(x_n)_{n\geq 0}$. Deci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$.

258 Pentru $x_0 \leq 0$, şirul este crescător şi mărginit superior de 0.

259 $\lim\limits_{n\to\infty} n x_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$ şi se aplică Stolz-Cesaro.

260 $x_{100} = 1 \Rightarrow x_{99} \in \{0, 1\}$. $x_{99} = 0$ nu convine, etc.

261 $x_{n+1} - x_n = (x_n - 1)^2$, $n \geq 1$ deci şirul este crescător. Dacă presupunem că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = l$, $l \in \mathbb{R}$, obţinem $l = l^2 - l + 1$, deci $l = 1$. Dacă $x_0 < 0$ sau $x_0 > 1$ obţinem $x_n > 1$, $\forall n \geq 1$. Dacă $x_0 \in [0, 1]$, obţinem $x_n \in [0, 1]$, $\forall n \geq 1$. Deci şirul este convergent pentru $x_0 \in [0, 1]$ şi are limita $l = 1$.

262 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\prod_{k=1}^{n} x_k = \frac{x_{n+1}-1}{x_1-1}$

263 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\frac{1}{x_n} = \frac{1}{x_n-1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$; $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{x_k} = \frac{1}{x_1-1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$

264 Mai general, fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcţie strict crescătoare şi strict convexă astfel încât există $a < b$ pentru care $f(a) = a$, $f(b) = b$. Atunci şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relaţia de recurenţă $x_{n+1} = f(x_n)$ converge spre a dacă şi numai dacă $x_0 \in (-\infty, b)$.

267 Vezi problema 536.

277 $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$.

$\boxed{\mathbf{278}}$ $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+2^k} - \frac{1}{1+2^{k+1}}\right)$.

$\boxed{\mathbf{282}}$ Se observă că $k! \cdot (k^2+1) = (k+2)! - 3(k+1)! + 2k!$.

$\boxed{\mathbf{285}}$ Se scade $2n\pi$ la argumentul funcției cosinus.

$\boxed{\mathbf{287}}$ Se pot folosi, de exemplu, inegalitățile $n \le a_n \le n+1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

$\boxed{\mathbf{288}}$ $n \le a_n \le n+1$ și Stolz-Cesaro

$\boxed{\mathbf{289}}$ $a_n \le n+1$ și Stolz-Cesaro

$\boxed{\mathbf{290}}$ Se aplică Problema 536.

$\boxed{\mathbf{296}}$ $p_n = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$.

$\boxed{\mathbf{303}}$ Se va folosi $x - 1 < \lfloor x \rfloor \le x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

$\boxed{\mathbf{304}}$ $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} \ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n} \ln a + \lim_{n\to\infty} \frac{\ln(1 + a^{-\frac{n}{2}} + \cdots + a^{-n+1})}{n} = \ln a.$$

$\boxed{\mathbf{305}}$ Se folosește $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$. Aceeași rezolvare dacă în loc de $(\sin n)$ se consideră un șir mărginit oarecare.

$\boxed{\mathbf{309}}$ $x_n = [n \lg_3 2 + \lg_3 2008]$.

$\boxed{\mathbf{315}}$ $x_{2n} = y_n + \frac{1}{4} x_n$.

$\boxed{\mathbf{320}}$ Se scrie:

$$x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}} = (x - \sin x) + \left(\frac{\sin x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{(\sin x)^3}\right) \cdot (\sin x)^3.$$

$L_n = \frac{1}{6} + L_{n-1}$; $L_n = \frac{n}{6}$.

$\boxed{\mathbf{335}}$ Se pune $t = \dfrac{1}{x}$ și apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{(1+t)^{\frac{1}{t}} - e}{t} = \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} (1+t)^{\frac{1}{t}} \left[\frac{1}{t(t+1)} - \frac{\ln(1+t)}{t^2}\right] = e \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{t - (t+1)\ln(t+1)}{t^3 + t^2} = -\frac{e}{2}.$$

$\boxed{\mathbf{338}}$ Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

$\boxed{\mathbf{346}}$ Se folosește limita $\lim\limits_{x\to 0} (e^x - 1)/x = 1$.

$\boxed{\mathbf{348}}$ $|1/a| < 1$ și $(1/a)^n \to 0$.

$\boxed{\mathbf{361}}$ Se scrie ecuația sub forma $x e^{-\frac{2}{x-1}} = m$ și se aplică șirul lui Rolle.

$\boxed{\mathbf{372}}$ Pentru $b \ne 0$ se consideră $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} \frac{x+b}{1-xb}$, $x \ne 1/b$. Se obține $f'(x) = 0$.

379 f surjectiva $\Leftrightarrow f([-2,1]) = M$, deci $M = [0,4]$, studiind graficul funcției.

381 Avem $g'(x) = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x)$.

384 $f'(0) = \sqrt[5]{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}$.

427 $f'(x) = 0$ deci f este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

429 Tinând cont de domeniile funcțiilor care intervin în definiția funcției f avem: $|\frac{2x}{1+x^2}| \le 1$ și $|x| \in \mathbb{R}$ ceea ce este echivalent cu $x \in \mathbb{R}$.

430 Calculăm derivata funcției f și obținem

$$f^{'}(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty, -1); \\ 0, & x \in (-1,0) \cup (1,\infty); \\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0,1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul $[1,\infty)$ funcția este constanta, deci $f(\pi) = f(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$.

431 $f^{'}(x) < 0$ pentru orice $x \in (-\infty, -1)$.

448 Substituție $t = \sqrt{\dfrac{x}{x+3}}$.

451 $x - 1 = t$; se obține $\int\limits_{-1}^{1} f(t)\mathrm{d}t$ unde $f(t) = \frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$ este funcție impară.

452

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x = 2\int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x.$$

453 Facem schimbarea de variabilă $x = 3 - t$.

454 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1} = t$.

456 $P(n) = n^5 - (n-1)^5$, $n \ge 2$.

478 Se folosește substituția $u = \operatorname{tg} x$.

480 Se folosește relația $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$ și se aplică problema 478.

482 $L(0) = 1$ și $L(a) = \dfrac{1}{a}(e^a - 1)$ pentru $a > 0$.

483 Limita este $\displaystyle\int_0^1 x^2 \arcsin x \,\mathrm{d}x$.

484 Se integrează prin părți, după ce s-a utilizat formula $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$.

487 Avem $f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \le 0, \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1, \\ -\frac{1}{2} + a, & a \ge 1. \end{cases}$

491 $\arcsin(\sin x) = x$, dacă $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\arcsin(\sin x) = \pi - x$, dacă $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$.

502 Avem

$$\begin{aligned}\int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x}\,\mathrm{d}x &= \int_1^2 \frac{1}{e^x}\,\mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x}\,\mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{2}{x^3 e^x}\,\mathrm{d}x = \\ &= -\frac{1}{e^x}\Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x}\,\mathrm{d}x + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}\right)' \frac{1}{e^x}\,\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

504 $I + J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2}\mathrm{d}x = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ și $J - I = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x}\mathrm{d}x = \ln 2.$

506 $a_{n+1} - a_n = \int_{a_n}^{a_{n-1}} e^{-x^2}\,\mathrm{d}x = (a_{n-1} - a_n)e^{-c^2}$.

507 Dacă $G(x) = \int\limits_0^x e^{t^3}\mathrm{d}t,\ G'(x) = e^{x^3},\ F(x^2) = G(x^2),\ F'(x) = e^{x^6}\,2x.$

508 $f_1(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} t \cdot e^t\,\mathrm{d}t = e^t(t-1)\,\big|_0^{x^2} = e^{x^2}(x^2 - 1) + 1.$

509 $f_n'(x) = (F(x^2) - F(0))' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x(x^2)^n e^{x^2} = 2x^{2n+1}e^{x^2}$, pentru $n = 1$ se obține $f_n'(1) = 2e$.

510 $0 \le \displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 t^n \cdot e^t\,\mathrm{d}t \le \lim_{n\to\infty} e \int_0^1 t^n\,\mathrm{d}t = \lim_{n\to\infty} \frac{e}{n+1} = 0.$

512 $nx - 1 \le [nx] \le nx$

515 Schimbare de variabilă $x = \pi - t$.

517 $I = \int_0^{\pi} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x$. Facem schimbarea de variabilă $x = \pi - y$ în a doua integrală și obținem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y)f(\sin y)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x)\,\mathrm{d}x$. Pentru calcularea integralei I_1 aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus și avem $I_1 = \int_0^{\pi} \frac{x\sin x\,\mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{2-\cos^2 x} = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x\,\mathrm{d}x}{\cos^2 x - 2} = \pi\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln\left|\frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}}\right|\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right).$

525 Deoarece $f(0) = -1$, rezultă că $g(-1) = 0$ și, deci, $g'(-1) = \frac{1}{f'(0)}$. Prin schimbarea de variabilă $x = f(y)$, se obține $\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 yf'(y)\mathrm{d}y = yf(y)|_0^1 - \int_0^1 f(y)\mathrm{d}y$.

526 Fie $I_n = \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x$. Avem că

$$I_n \le \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x + \int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n + x^n}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}\sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \ge \int_0^{1/2} (1-x)\,\mathrm{d}x + \int_{1/2}^1 x\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}.$$

527

$$\frac{1}{n}\int_0^1 \ln\left(1 + e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x - \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(e^{nx})\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(1 + e^{-nx})\,\mathrm{d}x \le \frac{\ln 2}{n}.$$

531 Se folosește substituția $x + e^x = y$ și problema 538.

532 Schimbare de variabilă $x = 3/t$.

533 Schimbare de variabilă $x = (2 - t)/(1 + 2t)$.

534 Se folosește egalitatea $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$, $x > 0$.

535 Se folosește periodicitatea funcției de integrat și egalitatea $\int_0^\pi \frac{1}{1+n^2\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{\sqrt{1+n^2}}$.

536 Mai general, fie $x_n, a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, astfel ca $\sum\limits_{n\geq 1} \frac{1}{a_n} = \infty$ și

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$. Fie $0 < q < 1$ și $p \in \mathbb{N}$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < q, \qquad n \geq p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p\, q^{\frac{1}{a_p}+\cdots+\frac{1}{a_n}}, \qquad n \geq p,$$

de unde $x_n \to 0$.

537 $x = a + b - t$.

540 $\int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^n f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor + T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor} f(x)\,\mathrm{d}x$
$+\frac{1}{n}\int_{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor + T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}{n}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{n}\int_0^{T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x \to \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + 0.$

558 Panta dreptei AB este $m_{AB} = 1$ iar panta perpendicularei pe ea, este $m = -1$. Ecuația perpendicularei, scrisă prin punctul C, este: $x + y - 8 = 0$. Ecuația dreptei AB este $x - y + 1 = 0$. Intersectând cele două drepte, obținem proiecția punctului C pe dreapta AB, punctul $P(\frac{7}{2}, \frac{15}{4})$. Urmează că simetricul punctului C fată de dreapta AB este $C^{'}(1, 7)$.

559 Suma $DM + MC$ este minimă dacă punctul M este la intersecția dreptelor $DC^{'}$ și AB. Ecuația dreptei $DC^{'}$ este $x = 1$, prin urmare, rezultă $M(1, 2)$.

560 Fie punctul $M(x, x + 1) \in AB$. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = DM^2 + MC^2$, adică $f(x) = (x - 1)^2 + (x + 1 - 1)^2 + (6 - x)^2 + (2 - x - 1)^2$, sau $f(x) = 4 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 38$. Funcția f își atinge minimul pentru $x = 2$. Obținem $M(2, 3)$.

564 $A(-4, 1) \notin d : 3x - y - 2 = 0$, $d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45$.

565 C este simetricul punctului A față de d, $AC \perp d \Rightarrow AC : x + 3y + 1 = 0$, $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$, M este mijlocul $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$.

574 $\overrightarrow{MG} = \frac{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}{3} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow M = G$.

575 $\overrightarrow{NI} = \frac{a\overrightarrow{NA}+b\overrightarrow{NB}+c\overrightarrow{NC}}{a+b+c} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow N = I$.

576 $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow P = O.$

605 $(\sin x)^2 (\sin 2x)^2 \ldots (\sin nx)^2 = 1$; $(\sin x)^2 = 1$, $(\sin 2x)^2 = 1$

611 Ecuația se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

644 $E = \cos 4\alpha + i \sin 4\alpha, \quad \sin 4\alpha = 0 \Rightarrow 4\alpha = k\pi.$

647 Se folosește reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

653 $\cos \dfrac{2k\pi}{n} + i \sin \dfrac{2k\pi}{n}$, $k = 1, \ldots, n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuației $z^n - 1 = 0$; se folosesc relațiile lui Viète.

654 $\sqrt{3} - i = 2\left(cos\frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}\right)$; $-1 + i\sqrt{3} = 2\left(cos\frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$.

660 Se rezolvă ecuația $f(x) = 8$.

662 $1 + a + a^2 = 0, 1 + a = -a^2$ și analog $1 + \overline{a} = -\overline{a}^2$.

663 Determinantul sistemului este diferit de zero.

664 Se pune condiția ca determinantul sistemului și determinantul caracteristic al sistemului să fie egale cu zero.

665 $(x * y) * z = x * (y * z) \iff (a^2 - a)(x - z) = 0, \ \forall x, y, z \in \mathbb{R}.$

666 $x * y \in [0,1], \ \forall x, y \in [0,1] \iff 0 * 0 \in [0,1], \ 0 * 1 \in [0,1], \ 1 * 1 \in [0,1]$, de unde $0 \le a \le 1$ și $0 \le 2a - 1 \le 1$.

667 Avem două legi asociative, pentru $a \in \{0,1\}$:
$a = 0$, $x * y = -xy$, $e = -1$, $x' = -1/x$, deci $b = 0$;
$a = 1$, $x * y = x + y - xy$, $e = 0$, $x' = x/(x-1)$, deci $b = 1$.

669 Avem $\det(X) = 0$, deci $X^2 = (\mathrm{tr}(X))\, X$.

670 $P(1) = 0$ și $P'(1) = 0$.

672 $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x))\, \mathrm{d}x = \int_{-\pi}^{\pi} \arcsin(\sin(2x))\, \mathrm{d}x = 0.$

673 $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{2x+2}{x^2+1}\, \mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \frac{2x}{x^2+1}\, \mathrm{d}x + 2\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2+1}\, \mathrm{d}x.$

674 $\displaystyle I_n = \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \cos(nx)\, \mathrm{d}x = \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \left(\frac{\sin(nx)}{n}\right)' \mathrm{d}x$ apoi se integrează prin părți.

675 Se studiază derivabilitatea în -2 și 2.

676 -2 și 2 sunt puncte de întoarcere, iar 0 este punct de maxim local.

677 Asimptotele sunt $y = x$ și $y = -x$.

680 $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1 - \frac{\sin x}{x}}{1 + \frac{\sin x}{x}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$

681 $\left(\frac{(3+n)!}{n!n^3}\right)^n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n \left(1+\frac{2}{n}\right)^n \left(1+\frac{3}{n}\right)^n \to \mathrm{e}^1\, \mathrm{e}^2\, \mathrm{e}^3 = \mathrm{e}^6.$

682 Folosim $\lim\limits_{x\to+0} x^x = 1$. Avem:

$\lim\limits_{x\to+0} ((1+x)^x - 1)^x = \lim\limits_{x\to+0} \left(\frac{e^{x\ln(1+x)}-1}{x\ln(1+x)}\right)^x x^x \left(\frac{\ln(1+x)}{x}\right)^x x^x = 1.$

687 $f(x) = -\cos^2 x + 4\cos x + 1 = 5 - (2-\cos x)^2,\ \ \cos x \in [-1,1].$

688 $\max f(x) = 4, \min f(x) = -4$, deci $m \in [-4,4]$.