

# TESTE GRILĂ DE MATEMATICĂ 2020

## A U T O R I

Prof.univ.dr. Vasile Câmpian	Conf.univ.dr. Dalia Cîmpean
Prof.univ.dr. Iuliu Crivei	Conf.univ.dr. Eugenia Duca
Prof.univ.dr. Bogdan Gavrea	Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea	Conf.univ.dr. Adrian Holhoș
Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan	Conf.univ.dr. Daniela Inoan
Prof.univ.dr. Nicolaie Lung	Conf.univ.dr. Adela Carmen Novac
Prof.univ.dr. Vasile Miheșan	Conf.univ.dr. Vasile Pop
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea	Conf.univ.dr. Teodor Potra
Prof.univ.dr. Viorica Mureșan	Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
Prof.univ.dr. Ioan Radu Peter	Conf.univ.dr. Silvia Toader
Prof.univ.dr. Dorian Popa	Conf.univ.dr. Constantin Cosmin Todea
Prof.univ.dr. Ioan Rașă	Lect.univ.dr. Alina-Ramona Baias
Prof.univ.dr. Daniela Roșca	Lect.univ.dr. Mihaela Bercheșan
Prof.univ.dr. Alina Sîntămărian	Lect.univ.dr. Luminița Ioana Cotîrlă
Prof.univ.dr. Gheorghe Toader	Lect.univ.dr. Daria Dumitraș
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu	Lect.univ.dr. Mircia Gurzău
Conf.univ.dr. Marius Birou	Lect.univ.dr. Vasile Ile
Conf.univ.dr. Lucia Blaga	Lect.univ.dr. Tania Angelica Lazăr
Conf.univ.dr. Adela Capătă	Lect.univ.dr. Daniela Marian
Conf.univ.dr. Maria Câmpian	Lect.univ.dr. Rozica Moga
Conf.univ.dr. Alexandra Ciupa	Lect.univ.dr. Floare Ileana Tomuța
	Asist.univ.dr. Liana Timboș

U. T. PRESS  
Cluj-Napoca 2020

ISBN 978-606-737-434-6

Coordonator Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan

Referenți:  
Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui  
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea  
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea  
Conf.univ.dr. Vasile Pop  
Prof.univ.dr. Dorian Popa  
Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus  
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu

## Prefață

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiția Universității Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenți printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaților la admitere și de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică și Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din Programa pentru Bacalaureat M\_mate-info 2020.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoștințe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoștințe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârșit se dau răspunsurile corecte.

Testul care se va da la concursul de admitere va conține probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

\* \* \*

<b>1</b>	<b>Algebră</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Analiză matematică</b>	<b>33</b>
<b>3</b>	<b>Geometrie analitică</b>	<b>71</b>
<b>4</b>	<b>Trigonometrie</b>	<b>77</b>
<b>5</b>	<b>Exemplu Test Admitere</b>	<b>87</b>
<b>6</b>	<b>Simulare admitere 13 mai 2017</b>	<b>92</b>
<b>7</b>	<b>Admitere 16 iulie 2017</b>	<b>97</b>
<b>8</b>	<b>Simulare admitere 12 mai 2018</b>	<b>102</b>
<b>9</b>	<b>Admitere 16 iulie 2018</b>	<b>107</b>
<b>10</b>	<b>Simulare admitere 18 mai 2019</b>	<b>112</b>
<b>11</b>	<b>Admitere 24 iulie 2019</b>	<b>117</b>
<b>12</b>	<b>Răspunsuri</b>	<b>127</b>
<b>13</b>	<b>Indicații</b>	<b>133</b>

\* \* \*

1

Mulțimea soluțiilor ecuației  $z^2 = 3 - 4i$ ,  $z \in \mathbb{C}$ , este:

- A**  $\{1, 2\}$    **B**  $\{i, 2 - i\}$    **C**  $\{2 - i, -2 + i\}$    **D**  $\{3, -2 + i\}$    **E**  $\{2 - i, 3 + i\}$

2

Soluția ecuației  $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$  este:

- A**  $x = \frac{1}{5}$    **B**  $x = -1$    **C**  $x = 1$    **D**  $x = \frac{1}{2}$    **E**  $x = -5$

3

Mulțimea soluțiilor reale ale sistemului:  $\begin{cases} 2(x - 1) \geq 4(x + 1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$  este:

- A**  $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$    **B**  $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$    **C**  $(-\infty, -4)$    **D**  $(2, \infty)$    **E**  $(-1, 1)$

4

Mulțimea valorilor parametrului real  $m$  pentru care graficul funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (m + 1)x^2 + 2(m + 2)x + m + 3$ , intersectează axa  $Ox$  în două puncte distincte este:

- A**  $\mathbb{R}$    **B**  $\emptyset$    **C**  $\{-3\}$    **D**  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$    **E**  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Fie  $f \in \mathbb{R}[X]$ ,  $f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$ .

- 5** Valorile coeficienților  $a$  și  $b$  pentru care  $x = 1$  este rădăcină dublă sunt:  
**A**  $a = -1; b = -1$     **B**  $a = 2; b = -4$     **C**  $a = -2; b = 0$     **D**  $a = 0; b = -2$   
**E**  $a = 4; b = -2$
- 6** Valorile coeficienților  $a$  și  $b$  pentru care  $f$  se divide cu  $X^2 + X + 1$  sunt:  
**A**  $a = 1; b = 1$     **B**  $a = -1; b = -1$     **C**  $a = -1; b = 0$     **D**  $a = 1; b = -1$   
**E**  $a = 0; b = -1$
- 7** Valorile coeficienților  $a$  și  $b$  pentru care restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X^3 - X^2 - X + 1$  este  $X^2 + X + 1$  sunt:  
**A**  $a = 2; b = -1$     **B**  $a = 0; b = 1$     **C**  $a = -1; b = 2$     **D**  $a = -1; b = 1$     **E**  $a = 1; b = 0$

Se dă funcția  $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$ , unde  $m \neq 0$  este parametru real.

- 8** Pentru ce valori ale lui  $m$ ,  $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ?  
**A**  $m \in (0, +\infty)$     **B**  $m \in (1 + \sqrt{2}, +\infty)$     **C**  $m \in (0, 1 + \sqrt{2})$     **D**  $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$   
**E**  $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$
- 9** Pentru ce valori ale lui  $m$ ,  $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ?  
**A**  $m \in (-\infty, 0)$     **B**  $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$     **C**  $m \in (-1, 1 - \sqrt{2})$   
**D**  $m \in (-\infty, 1 - \sqrt{2})$     **E**  $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (0, \infty)$
- 10** Pentru ce valori ale lui  $m$  funcția admite rădăcină dublă?  
**A**  $m \in \{\pm 1\}$     **B**  $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$     **C**  $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$     **D**  $m \in \{-1, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$   
**E**  $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuația  $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$ , unde  $m \in \mathbb{R}$ , iar  $x_1$  și  $x_2$  sunt rădăcinile reale ale ecuației.

- 11** Suma rădăcinilor  $x_1 + x_2$  aparține intervalului  
**A**  $[0, 1]$     **B**  $[0, 4]$     **C**  $\mathbb{R}$     **D**  $[0, 2]$     **E**  $[-1, 4]$
- 12** Suma pătratelor rădăcinilor  $x_1^2 + x_2^2$  aparține intervalului  
**A**  $[0, 4]$     **B**  $[-2, 4]$     **C**  $[0, 8]$     **D**  $\mathbb{R}$     **E**  $[0, 3]$
- 13** Produsul rădăcinilor  $x_1x_2$  aparține intervalului  
**A**  $[-2, 0]$     **B**  $[0, 4]$     **C**  $[-\frac{1}{2}, 4]$     **D**  $\mathbb{R}$     **E**  $(0, 2)$



Fie funcțiile  $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$ ,  $m \in \mathbb{R}$ .

- 14 Mulțimea valorilor parametrului  $m$  pentru care ecuația  $f_m(x) = 0$  are cel puțin o rădăcină reală este:

**A**  $(-\infty, 1)$       **B**  $(-\infty, 1]$       **C**  $\mathbb{R}$       **D** alt răspuns      **E**  $[0, \infty)$

- 15 Vârfurile parabolilor asociate funcțiilor  $f_m$ ,  $m \neq 0$ , se găsesc pe:

**A** parabola  $y = x^2 + 2$       **B** dreapta  $x + 2y = 0$       **C** dreapta  $y = x$   
**D** dreapta  $y = -x$       **E** o paralelă la  $Ox$

Fie funcția  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definită prin  $g(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 3x + 2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

- 16 Soluția inecuației  $g(x) \geq 0$  este:

**A**  $[-2, \infty)$       **B**  $[-2, 0]$       **C**  $[-\frac{2}{3}, \infty)$       **D**  $[-2, -\frac{2}{3}]$       **E**  $[0, \infty)$

- 17 Funcția  $g^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  este dată de:

**A**  $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \geq 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$       **B**  $g^{-1}(x) = \begin{cases} x - 2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$   
**C**  $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \leq 2 \\ 2x - 3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$       **D**  $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$   
**E**  $g^{-1}(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

18

Se dau funcțiile  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definite prin

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 1, & x < 0 \\ 1 - x^2, & x \geq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ 2x - 1, & x > -2 \end{cases}.$$

Funcția  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h = f \circ g$  este definită prin:

**A**  $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1 - x), & x > -2 \end{cases}$       **B**  $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1 - x), & x \geq \frac{1}{2} \\ 2(5x - 2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$   
**C**  $h(x) = \begin{cases} 4x(1 - x), & x \leq \frac{1}{2} \\ 2(5x - 2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$       **D**  $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x < -2 \\ 2(5x - 2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1 - x), & -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$   
**E**  $h(x) = \begin{cases} 2(5x - 2), & x \geq -2 \\ 1 - x^4, & x < -2 \end{cases}$

19

Fie  $P \in \mathbb{R}[X]$ ,  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ , un polinom cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$  distincte două câte două. Pentru  $Q \in \mathbb{R}[X]$  polinom de grad 1,

suma  $\frac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \frac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \frac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$  este egală cu

**A**  $x_1 + x_2 + x_3$       **B**  $x_1x_2x_3$       **C**  $P(x_1 + x_2 + x_3)$       **D** 1      **E** 0

20

Fie  $P, Q, R: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  funcții polinomiale de grad cel mult doi și  $a, b, c \in \mathbb{C}$  astfel ca

$$\begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} = 1.$$

Suma  $\begin{vmatrix} P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \end{vmatrix}$  este:

- A** 0      **B** 1      **C** 3      **D**  $P(0) + Q(0) + R(0)$       **E**  $P(1)Q(1)R(1)$

21

Să se găsească numărul complex  $z$  dacă  $|z| - z = 1 + 2i$ .

- A**  $z = \frac{3}{2} - 2i$       **B**  $z = \frac{3}{2} + 2i$       **C**  $z = \frac{1}{2} - 3i$       **D**  $z = \frac{1}{2} + 3i$       **E**  $z = -\frac{1}{2} + 3i$

Fie  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$ .

22

Soluțiile ecuației  $f(z) = 0$  sunt:

- A**  $\{0, 1 + 2i, 1 - 2i\}$       **B**  $\{0, 1 + i, 1 - i\}$       **C**  $\{0, i, -i\}$       **D**  $\{0, 2 + i, 2 - i\}$   
**E**  $\{0, -1 + i, -1 - i\}$

23

Se consideră ecuația  $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$ . Mulțimea soluțiilor ecuației are:

- A** un element      **B** două elemente      **C** nici un element      **D** trei elemente  
**E** o infinitate de elemente

24

Să se rezolve în  $\mathbb{R}$  ecuația  $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$ .

- A**  $x = 0$       **B**  $x = -2$       **C**  $x = 3$       **D**  $x = \frac{1}{2}$       **E**  $x = \frac{1}{3}$

25

Ecuația  $\frac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1$  are ca mulțime a soluțiilor pe:

- A**  $\{1, 4\}$       **B**  $\{4\}$       **C**  $\{10\}$       **D**  $\emptyset$       **E**  $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

26

Se consideră mulțimea tripletelor de numere reale  $(a, b, c)$  care verifică relația  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Atunci  $\min(ab + bc + ac)$  pentru această mulțime este:

- A** -1      **B**  $-\frac{3}{4}$       **C**  $-\frac{1}{2}$       **D**  $-\frac{1}{3}$       **E** nu există minim

Fie  $A_1 = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$  și  $A_2 = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$ .

27) Mulțimea  $A_1$  este:

- A**  $A_1 = \{1, 2, 3\}$       **B**  $A_1 = \mathbb{N}$       **C**  $A_1 = \{-2, 1, 4\}$       **D**  $A_1 = \{1, 3, 5\}$   
**E**  $A_1 = \emptyset$

28) Mulțimea  $A_2$  este:

- A**  $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$       **B**  $A_2 = \{3, 5\}$       **C**  $A_2 = \{3\}$       **D**  $A_2 = \emptyset$       **E**  $A_2 = \{-1\}$

29) Mulțimea soluțiilor inecuației  $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) \geq 1$  este:

- A**  $[3, \infty)$       **B**  $(0, \sqrt[3]{9})$       **C**  $(1, \sqrt[3]{3}]$       **D**  $(\frac{1}{3}, 1]$       **E**  $(0, 1) \cup (\sqrt[3]{3}, +\infty)$

Restul împărțirii polinomului  $X^{10}$

30) la  $X + 1$  este:

- A**  $-1$       **B**  $0$       **C**  $1$       **D**  $9$       **E** alt răspuns

31) la  $(X + 1)^2$  este:

- A**  $-10$       **B**  $-10X$       **C**  $10X + 9$       **D**  $-10X - 9$       **E**  $X - 9$

32) la  $(X + 1)^3$  este:

- A**  $-9X^2 + 22$       **B**  $45X^2 + 80X + 36$       **C**  $X + 2$       **D**  $1$       **E**  $0$

33) Mulțimea soluțiilor ecuației  $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$ ,  $n \geq 3$ , este:

- A**  $\{n, \frac{n}{2}\}$       **B**  $\{1, A_n^2\}$       **C**  $\{-3\}$       **D**  $\{A_n^3\}$       **E**  $\emptyset$ .

34) Să se determine primul termen  $a_1$  și rația  $q$  a unei progresii geometrice  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  dacă:

$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$$

- A**  $a_1 = -1; q = 3$       **B**  $a_1 = 3; q = \frac{1}{2}$       **C**  $a_1 = 2; q = -2$   
**D**  $a_1 = 1; q = 2$       **E**  $a_1 = 1; q = 3$ .

35) Care sunt valorile coeficienților reali  $a$  și  $b$  din ecuația

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă acești coeficienți sunt rădăcini ale ecuației?

- A**  $a = 1, b = 0$       **B**  $a = 1, b \in \mathbb{R}$       **C**  $a = 1, b = -1$       **D**  $a \in \mathbb{R}, b = -1$       **E**  $a \in \mathbb{R}, b = 1$

36

Coeficientul lui  $x^{99}$  din dezvoltarea polinomului

$$(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-99)(x-100)$$

este:

- A** -4950      **B** -5050      **C** 99      **D** -100      **E** 3450

37

Cel mai mare divizor comun al polinoamelor  $(x+1)^{4n+3} + x^{2n}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  și  $x^3 - 1$  este:

- A**  $x^3 - 1$     **B**  $x - 1$     **C**  $x^2 + x + 1$     **D** sunt prime între ele    **E**  $(x+1)^{4n+3} + x^{2n}$

38

Valoarea lui  $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$ , unde  $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ ,  $\alpha^3 = 1$ , este:

- A** -1      **B** 9      **C** 0      **D**  $9i$       **E**  $3i$

39

Fie numerele reale  $a, b, c, d \in (0, 1) \cup (1, \infty)$ . Dacă  $\log_a b \log_b c \log_c d = 1$  atunci:

- A**  $a = b \in (0, 1)$  și  $c = d \in (1, \infty)$       **B**  $a = b \in (1, \infty)$  și  $c = d \in (0, 1)$   
**C**  $a = c \in (0, 1)$  și  $b = d \in (1, \infty)$       **D**  $a = d$       **E**  $a = c \in (1, \infty)$  și  $b = d \in (0, 1)$

40

Suma  $\sum_{k=1}^n k \cdot k!$  este:

- A**  $n(n+1)$       **B**  $n \cdot n!$       **C**  $(n+1)! - 1$       **D**  $n!$       **E**  $2n \cdot n!$

Se consideră matricea  $U(a, b) = \begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix}$ .

41

Matricea  $U(a, b)$  este singulară dacă și numai dacă

- A**  $a = b$     **B**  $a \neq -3b$     **C**  $(a-b)(3b+a) = 0$     **D**  $a + 3b = 0$     **E** alt răspuns

42

$U^{11}(1, 1)$  este

- A**  $U(1, 1)$     **B**  $4^{100}U(1, 1)$     **C**  $2^{22}U(1, 1)$     **D**  $2^{20}U(1, 1)$     **E**  $4^8U(1, 1)$

43

Inversa matricei  $U(1, 2)$  este:

- A**  $U(1, 2)$     **B**  $U(1, 2) - U(1, 1)$     **C**  $\frac{U(1,2)-6I_4}{7}$     **D** nu există    **E** alt răspuns

44

Dacă  $a^2 + b^2 = 1$ , atunci inversa matricii  $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  este:

- A**  $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$       **B**  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$       **C**  $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$       **D**  $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$   
**E**  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$

45

Inversa matricii  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  este matricea:

- A**  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$       **B**  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$       **C**  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$       **D**  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$   
**E**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

46

Matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$  are rangul minim pentru:

- A**  $a = 0$       **B**  $a = 1$       **C**  $a = 7$       **D**  $a = 21$       **E**  $a = -21$

Se consideră matricea:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$ .

47

Determinantul matricii  $A$  este:

- A**  $16i$       **B**  $-16i$       **C**  $16$       **D**  $-16$       **E**  $0$

48

$A^4$  este:

- A**  $I_4$       **B**  $2I_4$       **C**  $4I_4$       **D**  $16I_4$       **E**  $256I_4$

49

Numărul soluțiilor  $n \in \mathbb{Z}$  ale ecuației  $16A^{8n} + 16I_4 = 257A^{4n}$  este:

- A**  $16$       **B**  $8$       **C**  $4$       **D**  $2$       **E**  $1$

Se dă matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

50

det  $A$  este:

- A** 1                      **B** 0                      **C** -1                      **D** 2                      **E**  $\infty$

51

Numărul de soluții în  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  ale ecuației  $X^2 = A$  este:

- A** 10                      **B** 1                      **C** 2                      **D** 0                      **E**  $\infty$

52

Sistemul de ecuații cu parametrul real  $m$ ,  $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 6x - 8y = 1 \\ 5x + 2y = m \end{cases}$ , este compatibil numai dacă:

- A**  $m = 0$                       **B**  $m = 1$                       **C**  $m = 2$                       **D**  $m = 3$                       **E**  $m = 4$

53

Sistemul de ecuații cu parametrii  $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m - 1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

- A**  $m = 3; n \neq 3$                       **B**  $m \neq 3; n = 3$                       **C**  $m = 3; n = 3$                       **D**  $m \neq 3; n \neq 3$   
**E**  $m = 5; n = 3$

54

Dacă  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , atunci:

- A**  $n = 1$                       **B**  $n = 2$                       **C**  $n = 4$                       **D**  $n = 8$                       **E**  $n = 16$

55

Fie  $m, n \in \mathbb{R}$ ,  $x_1, x_2, x_3$  rădăcinile ecuației  $x^3 + mx + n = 0$  și matricea

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$ . Determinantul matricei  $A^2$  este:

- A**  $-4m^3 - 27n^2$                       **B**  $4m^3 - 27n^2$                       **C**  $-4m^3 + 27n^2$                       **D**  $-2n^3 - 27m^2$                       **E**  $-3n^3 - 27m^2$

56

Dacă  $a < b < c$  și  $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$ , atunci:

- A**  $D = 0$                       **B**  $D \leq 0$                       **C**  $D < 0$                       **D**  $D > 0$                       **E**  $D = -a^2 - b^2 - c^2$

57

Mulțimea valorilor  $a \in \mathbb{R}$  pentru care rangul matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

este egal cu 2, este

- A**  $\emptyset$       **B**  $\{0\}$       **C**  $\{2\}$       **D**  $\{-2, 2\}$       **E**  $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Se consideră sistemul

$$(S) : \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + az = -3 \\ 3x + y + 4z = b \end{cases}$$

58

(S) este compatibil determinat dacă și numai dacă

- A**  $a = 0$       **B**  $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$       **C**  $a = 1, b = -2$

59

(S) este compatibil nederminat dacă

- A**  $a = 1, b = -2$       **B**  $a = 1, b = 2$       **C**  $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$       **D**  $a = 2, b = 1$

60

(S) este incompatibil dacă și numai dacă

- A**  $a = 1, b = 2$       **B**  $a \neq 2, b = 1$       **C**  $a \neq 1, b \neq -2$       **D**  $a \neq 0, b = 2$       **E**  $a = 1, b \neq -2$

61

Numărul valorilor parametrului real  $m$  pentru care sistemul

$$\begin{cases} 2x + 2y + mxy = 5 \\ (m-1)(x+y) + xy = 1 \\ 3x + 3y - xy = m+1 \end{cases}, \text{ are soluții } (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \text{ este:}$$

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E** 4

62

Dacă sistemul de ecuații  $\begin{cases} 2x + ay + 4z = 0 \\ x - y - z = 0 \\ 3x - 2y - z = 0 \end{cases}, a \in \mathbb{R}$

este compatibil determinat, atunci:

- A**  $a = 1$       **B**  $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$       **C**  $a \in \mathbb{R}^*$       **D**  $a \in (0, \infty)$       **E**  $a \in (1, \infty)$

63

Dacă  $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$ , atunci:

- A**  $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$       **B**  $A^n = \begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$   
**C**  $A^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$       **D**  $A^n = \begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$   
**E**  $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t - \sin^n t & -n \sin t \cos t \\ n \sin t \cos t & \cos^n t - \sin^n t \end{pmatrix}$

64

Dacă  $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ , atunci  $A^{12}$  este:

- A**  $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$       **B**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$       **C**  $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$       **D**  $2^{12} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$   
**E**  $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$

65

Mulțimea soluțiilor ecuației  $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$  este:

- A**  $\{-1\}$     **B**  $\{-1, 1, -i, i\}$     **C**  $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$     **D**  $\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\}$   
**E**  $\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\}$

Se dă mulțimea  $M = [5, 7]$  și operația  $*$  definită prin  $x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$ .

66

Valoarea parametrului real  $\alpha$  pentru care mulțimea  $M$  este parte stabilă în raport cu operația  $*$  este:

- A**  $\alpha = 42$       **B**  $\alpha = 36$       **C**  $\alpha = -36$       **D**  $\alpha = 6$       **E**  $\alpha = -6$

67

În monoidul  $(M, *)$ , elementul neutru este:

- A**  $e = 7$       **B**  $e = 6$       **C**  $e = 5$       **D**  $e = 1$       **E** nu există

68

În monoidul  $(M, *)$ , mulțimea elementelor simetrizabile este:

- A**  $[5, 7] \setminus \{6\}$       **B**  $\{6\}$       **C**  $\{5, 7\}$       **D**  $[5, 7]$       **E**  $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

Definim pe  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  legea de compoziție  $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$ .

69

Elementul neutru al legii  $*$  este:

- A**  $(0, 1)$       **B**  $(1, 0)$       **C**  $(0, 0)$       **D**  $(1, 1)$       **E**  $(-1, 1)$

70

Fie legea de compoziție  $*$  definită prin  $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$ ,  $\forall x, y \in (-1, 1)$ . Elementul neutru pentru această lege este:

- A**  $e = 0$       **B** nu există      **C**  $e = 1$       **D**  $e = -1$       **E**  $\frac{1}{2}$

71

Pe mulțimea  $\mathbb{Z}$  a numerelor întregi se definește legea  $*$  prin  $x * y = x + y - 2$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{Z}$ . Să se determine simetricul  $x'$  al lui  $x$ .

- A**  $x'$  nu există      **B**  $x' = 1 - x$       **C**  $x' = 4 - x$       **D**  $x' = \frac{1}{x}$       **E**  $x' = -x$



Pe mulțimea  $\mathbb{C}$  a numerelor complexe definim legea de compoziție  $*$  prin  $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$ .

72 Numărul  $2 * i$  este:

**A**  $2 - i$

**B**  $2i$

**C**  $2 + i$

73 Elementul neutru față de  $*$  este:

**A**  $1$

**B**  $0$

**C**  $i$

**D**  $-1$

74 Elementul simetric al lui  $i$  față de  $*$  este:

**A**  $-i$

**B**  $1 - i$

**C**  $\frac{1-i}{2}$

**D**  $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - (m - 1)x + 3m - 4$ ,  $m \in \mathbb{R}$ .

75 Mulțimea valorilor lui  $m$  pentru care  $f$  se anulează în  $(0, 1)$  și  $f(x) \geq 0$ ,  $\forall x \in (0, 1)$  este:

**A**  $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2})$  **B**  $(7 + 4\sqrt{2}, \infty)$  **C**  $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$  **D**  $\{7 - 4\sqrt{2}\}$  **E**  $\emptyset$

76 Mulțimea valorilor lui  $m$  pentru care  $f(x) < 0$ ,  $\forall x \in (0, 1)$  este

**A**  $(0, 1)$

**B**  $(2, \infty)$

**C**  $(-\infty, 1]$

**D**  $\emptyset$

**E**  $(0, \infty)$

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - mx + 2$ ,  $m \in \mathbb{R}$ .

77 Mulțimea valorilor lui  $m$  pentru care  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $[-1, 1]$  este

**A**  $[-2, 2]$

**B**  $(-\infty, -2)$

**C**  $(-\infty, -2]$

**D**  $\mathbb{R}$

**E** Alt răspuns

78 Mulțimea valorilor lui  $m$  pentru care  $f$  este injectivă pe  $[-1, 1]$  este:

**A**  $\mathbb{R}$

**B**  $(-1, 1)$

**C**  $(-\infty, -2] \cup (2, \infty)$

**D**  $(-2, 2)$

**E** Alt răspuns

79

Familia de parabole asociate funcțiilor

$$f_m(x) = (m + 1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

**A** are un punct fix pe axa  $Oy$

**B** are un punct fix situat pe prima bisectoare

**C** are două puncte fixe

**D** are trei puncte fixe

**E** nu are puncte fixe

Fie parabolele de ecuații:  $P_1 : y = x^2 + 5x + 4$   
 și  $P_2 : y = (m - 1)x^2 + (4m + n - 4)x + 5m + 2n - 4$ , unde  $m, n \in \mathbb{R}$ ,  $m \neq 1$ .

80 Parabolele se intersectează în  $A(-2, -2)$  și  $B(0, 4)$  dacă:

- A**  $m = -2, n = 9$     **B**  $m = 2, n = -9$     **C**  $m = 5, n = 4$     **D**  $m = \frac{1}{2}, n = 3$   
**E**  $m = \frac{1}{3}, n = -2$

81 Parabolele au singurul punct comun  $C(1, 10)$  dar nu sunt tangente dacă:

- A**  $m = -\frac{2}{3}, n = \frac{1}{3}$     **B**  $m = 2, n = -\frac{1}{3}$     **C**  $m = -\frac{1}{3}, n = 3$     **D**  $m = -2, n = \frac{1}{2}$   
**E**  $m = n = 2$

82 Parabolele sunt tangente în punctul  $T(-2, -2)$  dacă:

- A**  $m = 0, n = -3$     **B**  $m = 2, n = -1$     **C**  $m = -2, n = -1$     **D**  $m = -2, n = 1$   
**E**  $m = \frac{1}{2}, n = -4$

83

Fie  $E(x) = \frac{x^2 - 2(m - 1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$ . Mulțimea valorilor reale ale lui  $m$  pentru care  $E$  este bine definită oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ , este:

- A**  $\mathbb{R}$     **B**  $\{4\}$     **C**  $\{-1\}$     **D**  $(0, 4)$     **E** alt răspuns

84

Mulțimea valorilor parametrului real  $m$  pentru care

$$(m - 1)x^2 + (m - 1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

- A**  $\emptyset$     **B**  $(-\infty, 1) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$     **C**  $(-\infty, 0)$     **D**  $(-\infty, 1)$     **E** alt răspuns

85

Mulțimea valorilor lui  $a \in \mathbb{R}^*$ , pentru care parabolele asociate funcțiilor  $f_a(x) = ax^2 - (a + 2)x - 1$  și  $g_a(x) = x^2 - x - a$  sunt tangente, este:

- A**  $\{-1, 2\}$     **B**  $\{3, -1\}$     **C**  $\{3\}$     **D**  $\{\frac{1}{3}, 3\}$     **E**  $\emptyset$

86

Ecuația  $x^4 + (2m - 1)x^2 + 2m + 2 = 0$ , cu necunoscuta  $x$  și parametrul real  $m$ , are toate rădăcinile reale dacă:

- A**  $m = 0$     **B**  $1 \leq m \leq 2$     **C**  $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$     **D**  $m \in \emptyset$     **E**  $m > \frac{1}{2}$

87

Se dă ecuația  $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$ . Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă

- A**  $a = 0$     **B**  $a \in \{0, 1\}$     **C**  $a \in \{-1, 1\}$     **D**  $a = 2$     **E**  $a = 3$

Fie  $x_1, x_2, x_3$  rădăcinile ecuației  $x^3 - 2x + 3 = 0$ . Notăm  $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

88

$S_{-1}$  este:

**A** 0

**B**  $\frac{2}{3}$

**C**  $-\frac{2}{3}$

89

$S_{-2}$  este:

**A**  $\frac{4}{9}$

**B**  $-\frac{4}{9}$

**C**  $\frac{2}{3}$

**D**  $-\frac{3}{2}$

90

$S_4$  este:

**A** 4

**B**  $\frac{4}{9}$

**C** -4

**D** 8

**E** -8

91

Dacă funcția polinomială  $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  verifică egalitățile:

$$P(0) + \dots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \dots,$$

atunci  $P(0)$  este:

**A** 0

**B** 1

**C** 2

**D** 3

**E** alt răspuns

92

Dacă funcția polinomială  $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  satisface egalitățile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^n k^{10}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

atunci  $P(-2)$  este:

**A** 0

**B** -1

**C** 1023

**D** -1025

**E** alt răspuns

Se dă ecuația  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ ,  $r \neq 0$ .

93

Ecuația admite două rădăcini opuse, dacă

**A**  $p + q = r$    **B**  $r^2 - pq = 0$    **C**  $rp - q = 1$    **D**  $q^2 - rp = 0$    **E**  $pq - r = 0$

94

Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

**A**  $p^2r - q = 0$    **B**  $p^3 - rq = 0$    **C**  $q^2 - rp = 0$    **D**  $q^3 + p + q = 0$    **E**  $p^3r - q^3 = 0$

95

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$\sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}} = 1$$

este:

**A**  $\{5, 12\}$

**B**  $\{7, 10\}$

**C**  $[2, \infty)$

**D**  $[6, 11]$

**E**  $\{8, 12\}$

96

Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației  $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} < \sqrt{2} - \sqrt{3}$  este:

- A**  $(-\infty, 0)$       **B**  $[-2, 0)$       **C**  $[-2, \infty)$       **D**  $\emptyset$       **E**  $(0, \infty)$

Se consideră funcția  $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x-11}$ .

97

Mulțimea de definiție a funcției este:

- A**  $\mathbb{R}$       **B**  $[0, \infty)$       **C**  $(-\infty, 0)$       **D**  $[11, \infty)$       **E**  $(-\infty, 11)$

98

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației  $f(x) = 7$  este

- A**  $\{27\}$       **B**  $\{0\}$       **C**  $\{11\}$       **D**  $\{1\}$       **E** conține cel puțin două elemente

99

Câte soluții întregi are ecuația

$$8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0?$$

- A** 2      **B** 4      **C** 1      **D** nici una      **E** 3

100

Mulțimea valorilor reale ale lui  $a$ , pentru care funcția

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 + ax + 1,$$

este injectivă, este:

- A**  $(-\infty, 0)$       **B**  $[0, \infty)$       **C**  $\emptyset$       **D**  $\{1\}$       **E**  $\mathbb{R}$

101

Mulțimea valorilor parametrului real  $m$  pentru care ecuația

$$(m-2)x^2 - (2m+1)x + m - 3 = 0$$

are rădăcinile în  $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$  cu partea reală negativă este:

- A**  $(-\frac{1}{2}, \frac{23}{24})$       **B**  $(-\infty, \frac{23}{24})$       **C**  $[-\frac{1}{2}, \infty)$       **D**  $[\frac{23}{24}, \infty)$       **E**  $\emptyset$

102

Valoarea minimă a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \dots + (x - a_n)^2$$

unde  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ , se obține pentru:

- A**  $x = 0$       **B**  $x = a_1$       **C**  $x = a_2$       **D**  $x = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$       **E**  $x = \frac{a_1 + a_n}{2}$

103

Funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2mx - 1 & ; x \leq 0 \\ mx - 1 & ; x > 0 \end{cases}$ ,  $m \in \mathbb{R}^*$ , este injectivă dacă:

- A**  $m \in (-\infty, 1)$       **B**  $m \in (1, \infty)$       **C**  $m \in (-\infty, 0)$       **D**  $m \in (0, \infty)$       **E**  $m \in (-1, 1)$

104

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x + m, & x \leq 1 \\ 2mx - 1, & x > 1 \end{cases}$ . Funcția  $f$  este surjectivă dacă și numai dacă:

- A**  $m \in (0, 1)$ ;   **B**  $m \in (-\infty, 2]$ ;   **C**  $m = 2$ ;   **D**  $m \in (0, 2]$ ;   **E**  $m \in (-\infty, 1]$

105

Sistemul  $\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x + y + z = a \end{cases}$ , are o singură soluție  $(x, y, z) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , dacă:

- A**  $a = -\frac{1}{2}$    **B**  $a = \frac{1}{2}$    **C**  $a = 2$    **D**  $a = \frac{1}{4}$    **E**  $a = -\frac{1}{4}$

106

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației  $x = \sqrt{2-x}$  este:

- A**  $\emptyset$    **B**  $\{1, -2\}$    **C**  $\{1\}$    **D**  $[1, 2]$    **E**  $\{2\}$

107

Pentru ca funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow B$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 1}$  să fie surjectivă, trebuie ca:

- A**  $B = \mathbb{R}$    **B**  $B = \left[ \frac{9-2\sqrt{21}}{3}, \frac{9+2\sqrt{21}}{3} \right]$    **C**  $B = [1, 2]$    **D**  $B = (1, 2)$    **E**  $B = [-3, 3]$

108

Mulțimea valorilor lui  $a \in \mathbb{R}$  pentru care valorile funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - ax + 1}{x^2 + 1}$ , sunt cuprinse în intervalul  $(0, 3)$ , este:

- A**  $(-4, 4)$    **B**  $(-\infty, -4)$    **C**  $(0, 3)$    **D**  $(-2, 2)$    **E**  $\{-2, 2\}$

109

Numărul soluțiilor  $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  ale ecuației  $2|x - 2| + 3|y - 3| = 0$  este:

- A** 0   **B** 1   **C** 2   **D** 4   **E** o infinitate

110

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 2x$  este:

- A**  $[-1, 3]$    **B**  $(0, \infty)$    **C**  $[2, \infty)$    **D**  $[-2, 2]$    **E**  $(-\infty, 2]$

111

Soluția ecuației  $(3 - 2\sqrt{2})^x - 2(\sqrt{2} - 1)^x = 3$  este:

- A** -1   **B**  $\ln 2$    **C** 2   **D**  $\log_2(3 - 2\sqrt{2})$    **E**  $\frac{1}{\log_3(\sqrt{2}-1)}$ .

112

Soluția ecuației  $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{6}\right)^x + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x = 1$  este:

- A** orice număr real   **B** 1   **C** 0   **D**  $-\frac{1}{2}$    **E** ecuația nu are soluție

113

Ecuația  $(5 + \sqrt{24})^{\sqrt{x+1}} + (5 - \sqrt{24})^{\sqrt{x+1}} = 98$  are mulțimea soluțiilor:

- A**  $\{3\}$    **B**  $\{-3; 3\}$    **C**  $\{-3\}$    **D**  $\{\sqrt{3}; 3\}$    **E**  $\{\frac{1}{3}; 3\}$

Fie  $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\log_x 2 \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \log_x 8} + \dots + \frac{1}{\log_x 2^n \log_x 2^{n+1}}$ , unde  $n \geq 5$  este un număr întreg.

114  $f(\frac{1}{2})$  este:

- A**  $\frac{n}{n+1}$       **B** 1      **C**  $\frac{n+1}{n}$       **D**  $\frac{1}{2} \frac{n+1}{n}$       **E**  $2 \frac{n+1}{n}$

115 Soluția ecuației  $f(x) = \frac{4n}{n+1}$  este:

- A**  $\frac{1}{2}$       **B**  $\frac{1}{4}$       **C**  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       **D** 4      **E**  $\frac{1}{2^n}$

116

Mulțimea soluțiilor sistemului de ecuații  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 425 \\ \lg x + \lg y = 2 \end{cases}$  este:

- A**  $\{(1; 1)\}$       **B**  $\{(1; 1); (10; 10)\}$       **C**  $\{(20; 5); (5; 20)\}$       **D**  $\{(1; 10); (10; 1)\}$   
**E**  $\{(20; 5)\}$

117

Soluțiile ecuației  $\log_{2x} 4x + \log_{4x} 16x = 4$  aparțin mulțimii:

- A**  $\{3\}$       **B**  $\{2\}$       **C**  $[\frac{1}{2\sqrt{2}}, 2]$       **D**  $\{\log_2 3\}$       **E**  $(2, \infty)$

118

Mulțimea soluțiilor inecuației  $\lg((x^3 - x - 1)^2) < 2 \lg(x^3 + x - 1)$  este:

- A**  $\mathbb{R}$       **B**  $(0, \infty)$       **C**  $(1, \infty)$       **D**  $(0, 1)$       **E** alt răspuns

Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 9^x - 5^x - 4^x$ .

119 Numărul de soluții reale ale ecuației  $f(x) = 0$  este:

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E** 4

120 Numărul de soluții reale ale ecuației  $f(x) - 2\sqrt{20^x} = 0$  este:

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E** 4

121

Mulțimea soluțiilor ecuației  $\log_3 x^2 - 2 \log_{-x} 9 = 2$  este:

- A**  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0, x \neq -1\}$       **B**  $\{-9\}$       **C**  $\emptyset$       **D**  $\{9\}$       **E**  $\{-\frac{1}{3}, -9\}$

Se consideră funcția  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

122 Domeniul de definiție al funcției este:

- A**  $(0, \infty)$       **B**  $(0, \infty) \setminus \{1\}$       **C**  $(a, \infty)$       **D**  $(-a, \infty)$       **E**  $(\frac{-a+|a|}{2}, \infty)$

123 Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care  $f(x) > 0$ , pentru orice  $x \in D$  este:

- A**  $(-\infty, 0)$       **B**  $(-1, 1)$       **C**  $[1, \infty)$       **D**  $(2, \infty)$       **E** alt răspuns

124

Dacă  $\log_6 2 = a$ , atunci valoarea lui  $\log_6 324$  este:

- A**  $a + 3$       **B**  $5a - 2$       **C**  $4 - 2a$       **D**  $a^2(2 - a)^4$       **E**  $3 + 2a$

125

Fie  $a = \lg 2$  și  $b = \lg 3$ . Dacă  $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$  atunci:

- A**  $x = 3 - 2b + a$       **B**  $x = 2 + b - a$       **C**  $x = 1$       **D**  $x + 1 = a + b$       **E**  $x = 81ab$

126

Soluția  $S$  a sistemului  $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = 40 \end{cases}$  este:

- A**  $S = \emptyset$       **B**  $S = \{(1, 3)\}$       **C**  $S = \{(1, 0), (1, 3)\}$       **D**  $S = \{(1, 0)\}$   
**E**  $S = \{(-1, 1), (1, 0)\}$

127

Valoarea expresiei  $\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$  este:

- A** 1      **B** 3      **C** 2      **D**  $\sqrt{5}$       **E**  $2\sqrt{5}$

128

Valoarea expresiei  $\sqrt[3]{\sqrt{50} + 7} - \sqrt[3]{\sqrt{50} - 7}$  este:

- A**  $2\sqrt{50}$       **B** 2      **C** 1      **D** 3      **E**  $\sqrt{50}$

129

Mulțimea valorilor parametrului real  $m$ , pentru care ecuația  $X^4 - mX^2 - 4 = 0$  admite rădăcina reală  $\sqrt[4]{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt[4]{3 + 2\sqrt{2}}$ , este:

- A**  $\emptyset$       **B**  $\{0\}$       **C**  $\{4\}$       **D**  $\{1\}$       **E**  $\{-4, 4\}$

130

Știind că  $a$  este rădăcina reală a ecuației  $x^3 + x + 1 = 0$ , să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2 - 2a + 2)(3a^2 + 2a)} + a^2.$$

- A**  $a + 1$       **B** 1      **C** 3      **D** 2      **E**  $a$

131

Mulțimea valorilor parametrului real  $m$  pentru care

$$m9^x + 4(m-1)3^x + m > 1$$

oricare ar fi  $x$  real este:

- A**  $(-\infty, 1)$       **B**  $[1, \infty)$       **C**  $(0, \infty)$       **D**  $(1, \infty)$       **E**  $\emptyset$

132

Mulțimea soluțiilor inecuației  $\lg((x-1)^{10}) < 10 \lg x$  este:

- A**  $\mathbb{R}$       **B**  $(0, \infty)$       **C**  $(0, 1) \cup (1, \infty)$       **D**  $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, \infty)$       **E**  $\emptyset$

133

Mulțimea soluțiilor inecuației  $\log_x(1+x) + \log_{x^2}(1+x) + \log_{x^4}(1+x) \geq \frac{7}{4}$  este:

- A**  $(0, 1) \cup (1, \infty)$       **B**  $(1, \infty)$       **C**  $(0, \infty)$       **D**  $\emptyset$       **E**  $\mathbb{R}$

134

Valoarea sumei  $S_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este:

- A**  $\frac{n}{3n+1}$       **B**  $\frac{3n}{3n+1}$       **C**  $\frac{n+1}{3n+1}$       **D**  $\frac{n-1}{3n+1}$       **E**  $\frac{n}{3(3n+1)}$

135

Suma  $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este egală cu:

- A**  $\frac{1}{n+1}$       **B**  $\frac{2n-1}{2}$       **C**  $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$       **D**  $\frac{n^2}{(n+1)!}$       **E**  $\frac{n}{n+1}$

136

Suma  $\sum_{k=3}^n A_k^3 C_n^k$  are valoarea:

- A**  $8C_n^3$       **B**  $2^n A_n^3$       **C**  $A_n^3 2^{n-3}$       **D**  $2^{n-2} C_{n+1}^3$       **E**  $3^n$

137

Suma  $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este egală cu:

- A**  $n2^{n-1}$       **B**  $n2^n - 1$       **C**  $n$       **D**  $\frac{n(n+1)}{2}$       **E** alt răspuns

138

Suma  $\sum_{k=1}^n \frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este egală cu:

- A**  $\frac{n(n+1)}{2}$       **B**  $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$       **C**  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$       **D**  $n(2n-1)$       **E**  $n^3 - n^2 + n$

139

Soluția ecuației  $A_x^6 - 24xC_x^4 = 11A_x^4$  aparține mulțimii:

- A**  $[5, 7]$       **B**  $[8, 10]$       **C**  $\{10\}$       **D**  $\{4\}$       **E**  $\{6\}$

140

Să se determine termenul independent de  $a$  al dezvoltării  $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$ .

- A**  $C_{17}^6$       **B**  $C_{17}^7$       **C**  $C_{17}^8$       **D**  $C_{17}^{10}$       **E**  $C_{17}^{11}$



141

O progresie aritmetică crescătoare  $(a_n)_{n \geq 1}$  verifică relațiile  $a_9 + a_{10} + a_{11} = 15$  și  $a_9 a_{10} a_{11} = 120$ . Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

- A** 150      **B** 100      **C** 120      **D** 110      **E** 160

142

Ecuția  $x^3 - (4 - i)x^2 - (1 + i)x + a = 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , are o rădăcină reală dacă și numai dacă  $a$  aparține mulțimii:

- A**  $\{1, 2\}$       **B**  $\{0, 1\}$       **C**  $\{-1, 4\}$       **D**  $\{0, 4\}$       **E**  $\mathbb{R}$

143

Pentru ce valori ale parametrului real  $b$  ecuația

$$x^3 + a(a + 1)x^2 + ax - a(a + b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de  $a$ ?

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D**  $a$       **E** -1

144

Numerele reale nenule  $a, b, c$  sunt rădăcinile ecuației  $x^3 - ax^2 + bx + c = 0$ . În acest caz tripletul  $(a, b, c)$  este:

- A**  $(1, 1, 1)$       **B**  $(-1, -1, -1)$       **C**  $(1, -1, 1)$       **D**  $(1, -1, -1)$       **E** alt răspuns

145

Care este valoarea parametrului rațional  $m$ , dacă ecuația

$$x^4 - 7x^3 + (13 + m)x^2 - (3 + 4m)x + m = 0$$

admite soluția  $x_1 = 2 + \sqrt{3}$  și soluțiile  $x_3$  și  $x_4$  verifică relația  $x_3 = 2x_4$ ?

- A** -1      **B**  $\frac{3}{4}$       **C**  $\frac{5}{3}$       **D** 2      **E** 4

146

Soluțiile ecuației  $z\bar{z} + 2(z - \bar{z}) = 20 + 8i$ ,  $z \in \mathbb{C}$ , sunt:

- A**  $\pm 2 + 4i$       **B**  $\pm 4 + 2i$       **C**  $4 + 2i$       **D**  $4 - 2i$       **E** alt răspuns

147

Fie  $x_1, x_2, \dots, x_n$  rădăcinile ecuației  $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$ . Valoarea sumei

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{x_k}{x_k - 1}$$
 este:

- A**  $3n - 5$       **B**  $2n + 1$       **C**  $\frac{n}{n-1}$       **D**  $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$       **E** 0

148

Valoarea lui  $m$  pentru care ecuația  $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$  are rădăcinile în progresie aritmetică aparține mulțimii:

- A**  $[-1, 1]$       **B**  $[2, 4]$       **C**  $[-4, -2]$       **D**  $[-7, -5]$       **E**  $[5, 6]$

149

Dacă ecuația  $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$  admite o rădăcină reală dublă, atunci  $m$  aparține mulțimii:

- A**  $[-5, 0]$       **B**  $[0, 2]$       **C**  $[-8, -5]$       **D**  $\{3\}$       **E**  $(6, \infty)$

150

Mulțimea valorilor lui  $m \in \mathbb{R}$  pentru care ecuația  $x^3 - 28x + m = 0$  are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

- A**  $\{48\}$       **B**  $\{-48\}$       **C**  $\mathbb{R} \setminus \{48\}$       **D**  $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$       **E**  $\{-48, +48\}$

151

Sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \end{cases}$  are:

- A** o soluție      **B** două soluții      **C** trei soluții      **D** patru soluții      **E** șase soluții

152

Se consideră ecuația  $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$  cu  $a$  parametru real. Valoarea sumei  $\sum_{i=1}^4 \frac{1}{x_i}$ , unde  $x_i$  sunt rădăcinile ecuației, este

- A**  $-\frac{7}{2}$       **B**  $-\frac{3}{2}$       **C** 0      **D**  $\frac{3}{2}$       **E**  $\frac{7}{2}$

153

Valorile parametrului  $m \in \mathbb{R}$  pentru care suma a două rădăcini ale ecuației  $x^4 + 10x^3 + mx^2 + 50x + 24 = 0$  este egală cu suma celorlalte două rădăcini aparțin mulțimii:

- A**  $[0, 10]$       **B**  $[-4, -1]$       **C**  $\{5\}$       **D**  $[30, 40]$       **E**  $[-1, 1]$

Fie  $(x + 1)(x^2 + 2)(x^2 + 3)(x^2 + 4)(x^2 + 5) = \sum_{k=0}^9 A_k x^k$ .

154

$\sum_{k=0}^9 A_k$  este:

- A** 720      **B** 724      **C** 120      **D** 600      **E** alt răspuns

155

$\sum_{k=0}^4 A_{2k}$  este:

- A** 360      **B** 120      **C** 100      **D** 240      **E** 300

156

Fie polinomul  $P \in \mathbb{C}[X]$ ,  $P = X^3 + pX + q$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$ . Să se determine polinomul cu rădăcinile  $x_1^2, x_2^2, x_3^2$ .

- A**  $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$       **B**  $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$       **C**  $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$   
**D**  $X^4 + qX^2 + 5$       **E**  $X^3 - pX^2 + qX + q^2$

157

Restul împărțirii polinomului  $1 + X + X^2 + \dots + X^{1998}$  la  $1 + X$  este egal cu:

- A** 0                      **B** -1                      **C** 1                      **D** 1997                      **E** 1999

158

Polinomul  $(X^2 + X - 1)^n - X$  este divizibil cu polinomul  $X^2 - 1$  dacă și numai dacă:

- A**  $n = 2k, k \in \mathbb{N}^*$    **B**  $n = 3k, k \in \mathbb{N}^*$    **C**  $n = 2k - 1, k \in \mathbb{N}^*$    **D**  $n = 3k + 1, k \in \mathbb{N}^*$   
**E**  $n = 3k + 2, k \in \mathbb{N}^*$

159

Polinomul  $(X^2 + X + 1)^n - X$  este divizibil cu polinomul  $X^2 + 1$  dacă și numai dacă:

- A**  $n = 3k, k \in \mathbb{N}^*$    **B**  $n = 4k, k \in \mathbb{N}^*$    **C**  $n = 4k + 1, k \in \mathbb{N}$    **D**  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}^*$   
**E**  $n = 4k + 3, k \in \mathbb{N}^*$

160

Mulțimea valorilor parametrului real  $a$ , pentru care ecuația  $x^3 + ax + 1 = 0$  are toate rădăcinile reale și ele verifică relația  $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 18$ , este:

- A**  $\{-12\}$                       **B**  $\{3\}$                       **C**  $\{-3\}$                       **D**  $\{-3, 3\}$                       **E**  $\emptyset$

161

Mulțimea valorilor parametrului real  $m$  pentru care ecuația

$$x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = m$$

are toate rădăcinile reale este:

- A**  $[-1, 9/4]$                       **B**  $[-1, 9/16]$                       **C**  $[-1, 9]$                       **D**  $[1, 1/16]$                       **E**  $\emptyset$

162

Restul împărțirii polinomului  $P(X) = X^{100} + X^{50} - 2X^4 - X^3 + X + 1$  la polinomul  $X^3 + X$  este:

- A**  $X + 1$                       **B**  $2X^2 + 1$                       **C**  $2X^2 - 2X - 1$                       **D**  $2X^2 + 2X + 1$                       **E**  $X^2 + 1$

163

Se consideră polinoamele cu coeficienți complecși  $P(X) = a_0 + a_1X + \dots + a_nX^n$  și  $Q(X) = b_0 + b_1X + \dots + b_mX^m$ . Știind că polinomul  $Q(X)$  se divide cu  $X - 1$ , să se determine suma coeficienților polinomului  $P(Q(X))$ .

- A**  $\sum_{i=0}^n a_i$                       **B**  $\left(\sum_{i=0}^n a_i\right) \left(\sum_{i=0}^m b_i\right)$                       **C**  $a_n b_m$                       **D**  $a_0$                       **E**  $a_0 b_0$

164

Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărțit la  $X - 1$  dă restul 3 și împărțit la  $X + 1$  dă restul  $-5$ . Restul împărțirii la  $X^2 - 1$  este:

- A**  $-15$                       **B**  $3X - 5$                       **C**  $-3X + 5$                       **D**  $4X - 1$   
**E** nu se poate determina din datele problemei

165

Restul împărțirii polinomului  $X^{400} + 400X^{399} + 400$  la polinomul  $X^2 + 1$  este:

- A**  $400X + 401$                       **B**  $400X - 399$                       **C**  $-400X + 401$                       **D**  $-400X + 399$                       **E** 0

Fie numărul complex  $z = 1 + i$ .

- 166 Numărul complex  $\frac{1}{z}$  este:  
**A**  $-1 - i$       **B**  $1 - i$       **C**  $\frac{1-i}{2}$       **D**  $\frac{1+i}{2}$       **E** Alt răspuns

- 167 Dacă  $z^n$  este real, pentru o anumite valoare  $n \in \mathbb{N}^*$ , atunci numărul complex  $z^{2n}$  este:  
**A**  $i^n$       **B**  $-1$       **C**  $1$       **D**  $2^n$       **E**  $(\sqrt{2})^n$

- 168 Fie  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ . Dacă  $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$  și  $|z_1| = |z_2| = 1$ , atunci  $|z_1 - z_2|$  este:  
**A**  $2$       **B**  $1$       **C**  $\sqrt{3}$       **D**  $\sqrt{2}$       **E**  $\sqrt{3} - 1$ .

- 169 Valoarea parametrului  $m \in \mathbb{R}$  pentru care rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$  ale ecuației  $x^3 + x + m = 0$ ,  $m \in \mathbb{R}$ , verifică relația  $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$  este:  
**A**  $1$       **B**  $-1$       **C**  $3$       **D**  $2$       **E**  $-2$

- 170 Există matrice nenule  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  astfel ca  $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  dacă și numai dacă:  
**A**  $a = \sqrt{2}$       **B**  $a \in \{-3, 2\}$       **C**  $a \in \{-1, 1\}$       **D**  $a \in \mathbb{R}^*$       **E**  $a \in \{-2, 2\}$

- 171 Dacă  $x_1, x_2, x_3$  sunt rădăcinile ecuației  $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$ , atunci valoarea determinantului
- $$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$
- este:  
**A**  $6$       **B**  $4$       **C**  $2$       **D**  $0$       **E**  $-2$

- 172 Dacă  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$  este o matrice inversabilă astfel ca  $A + A^{-1} = 2I_n$ , atunci are loc egalitatea:  
**A**  $A = 3I_n$       **B**  $A^3 + A^{-3} = 2I_n$       **C**  $A = -A$       **D**  $A^2 + A^{-2} = I_n$       **E**  $A - A^{-1} = 2I_n$

Fie  $x_1, x_2, x_3, x_4$  rădăcinile polinomului  $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$ .

173  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$  este:  
**A** -1                      **B** 1                      **C** -2                      **D** 1/2                      **E** 0

174  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$  este:  
**A** 1                      **B** -1                      **C** -2                      **D** -4                      **E** 0

175  $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$  este:  
**A** 1                      **B**  $-2^3$                       **C**  $2^4$                       **D** -1                      **E**  $4(1+i)$

176 Numărul soluțiilor ecuației  $X^2 = I_2$  în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$  este:  
**A** 1                      **B** 2                      **C** 3                      **D** 4                      **E** 16

Se consideră ecuația matriceală  $X^2 = 2X + 3I_2$ ,  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

177  $X^3$  este:  
**A**  $7X + 6I_2$                       **B**  $6X + 7I_2$                       **C**  $I_2$                       **D**  $X$                       **E**  $8X + 9I_2$

178 Numărul soluțiilor din  $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$  ale ecuației este:  
**A** 0                      **B** 2                      **C** 8                      **D** 16                      **E** infinit

179 Fie  $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$ . Atunci  $\det(A \cdot A^T)$  este:  
**A** strict pozitiv                      **B** strict negativ                      **C** zero                      **D** de modul 1                      **E** 1

Se dă ecuația:  $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $X \in M_2(\mathbb{R})$ .

180 Determinantul matricei  $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  este:  
**A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D** 3                      **E** 4

181 Câte soluții are ecuația pentru  $n$  impar?  
**A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D**  $n$                       **E** o infinitate

182 Câte soluții are ecuația pentru  $n$  par?  
**A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D**  $n$                       **E** o infinitate

183

Mulțimea valorilor lui  $a \in \mathbb{R}$  pentru care sistemul  $x + y + z = 0$ ,  $x + 2y + az = 0$ ,  $x + 4y + a^2z = 0$  are soluție nebanală, este:

- A**  $\mathbb{R}$       **B**  $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$       **C**  $\{1, 3\}$       **D**  $\{1, 2\}$       **E**  $\{2, 3\}$

184

Dacă  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  și  $n \in \mathbb{N}^*$ , atunci:

- A**  $A^n = (a^2 + bc)I_2$       **B**  $A^n = (a^2 + bc)^n I_2$       **C**  $A^{2n} = (a^2 + bc)^n I_2$   
**D**  $A^{2n+1} = (a^2 + bc)^n I_2$       **E**  $A^{2n} = (a^2 + bc)^n A$

185

Mulțimea valorilor parametrului real  $a$  pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$$

este compatibil este:

- A**  $\mathbb{R}$       **B**  $\emptyset$       **C**  $\{-2, 1\}$       **D**  $\mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$       **E**  $\{-2\}$

186

Matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  verifică relația  $A^3 = pA^2 + qA$  pentru:

- A**  $p = -2, q = 3$       **B**  $p = -2, q = 2$       **C**  $p = 3, q = -2$       **D**  $p = -3, q = 2$   
**E**  $p = 1, q = 1$

187

Mulțimea valorilor reale ale lui  $m$ , pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + 2my + z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat și soluția  $(x, y, z)$  verifică relația  $x + y \geq z$ , este:

- A**  $(-\infty, 1]$       **B**  $[-1, \infty)$       **C**  $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}] \cup (1, \infty)$       **D**  $(0, 1)$       **E**  $(-1, 1)$

188

Mulțimea valorilor lui  $x \in \mathbb{R}$ , pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este:

- A**  $\{-1, 1, 2\}$       **B**  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1, -2\}$       **C**  $\{-1, 1, -2\}$       **D**  $\emptyset$       **E**  $\{1\}$

189

Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție:  $x * y = xy - ax + by$ . Numerele  $a, b \in \mathbb{R}$  pentru care  $(\mathbb{R}, *)$  este monoid sunt:

- A**  $a = b \neq 0$    **B**  $a = 0, b = 1$    **C**  $a = b = 0$  sau  $a = -1, b = 1$    **D**  $a = -1, b = 0$   
**E** nu există astfel de numere

190

Fie grupurile  $(\mathbb{C}^*, \cdot)$  și  $(\mathbb{R}^*, \cdot)$ . Să se determine  $a \in \mathbb{R}^*$  și  $b \in \mathbb{R}$  astfel ca funcția  $f: \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ ,  $f(z) = a|z| + b$ , să fie morfism de grupuri.

- A**  $a = 2, b = 1$    **B**  $a = -1, b = 1$    **C**  $a = 1, b = 0$    **D**  $a = -2, b = 3$    **E**  $a = 0, b = 5$

191

Mulțimea elementelor inversabile ale monoidului  $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$  este:

- A**  $\{-2, 2\}$    **B**  $\{-1, 1, -i, i\}$    **C**  $\{1 - i, 1 + i\}$    **D**  $\{1, i, 2i, -2\}$    **E**  $\emptyset$

192

Fie  $m \in \mathbb{Z}$  și operația  $*$  definită prin  $x * y = xy + mx + my + a$ . Valoarea lui  $a$  pentru care operația  $*$  definește o structură de monoid pe  $\mathbb{Z}$  este:

- A**  $1 - m$    **B**  $m^2$    **C**  $m - 1$    **D**  $0$    **E**  $m^2 - m$

Pe mulțimea numerelor reale  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție " $*$ " prin  $x * y = xy - 2x - 2y + \lambda$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

193

Legea " $*$ " este asociativă pentru:

- A**  $\lambda = 1$    **B**  $\lambda = 2$    **C**  $\lambda = -1$    **D**  $\lambda = -3$    **E**  $\lambda = 6$

194

Mulțimea  $M = (2, \infty)$  este parte stabilă a lui  $\mathbb{R}$  în raport cu legea " $*$ " pentru:

- A**  $\lambda = 2$    **B**  $\lambda = 3$    **C**  $\lambda < 3$    **D**  $\lambda \geq 6$    **E**  $\lambda > 6$

195

Legea " $*$ " are element neutru pentru:

- A**  $\lambda = 4$    **B**  $\lambda = 6$    **C**  $\lambda = -6$    **D**  $\lambda = 1$    **E**  $\lambda = 0$

196

Legea de compoziție  $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$ , determină pe  $\mathbb{R}$  o structură de grup, dacă și numai dacă:

- A**  $n = 1$    **B**  $n = 3$    **C**  $n = 2k, k \in \mathbb{N}^*$    **D**  $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*$    **E**  $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$

197

În monoidul  $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$  mulțimea elementelor inversabile este:

- A**  $\{A \mid \det A \neq 0\}$    **B**  $\{A \mid \det A = 1\}$    **C**  $\{-I_2, I_2\}$   
**D**  $\{A \mid \det A^2 = 0\}$    **E**  $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$

198

Să se determine grupul  $(G, *)$ , știind că funcția

$$f : (0, \infty) \rightarrow G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor  $((0, \infty), \cdot)$  și  $(G, *)$ .

**A**  $G = (0, \infty)$  și  $x * y = xy$

**B**  $G = (1, \infty)$  și  $x * y = xy$

**C**  $G = (1, \infty)$  și  $x * y = xy - x - y + 2$

**D**  $G = \mathbb{R}$  și  $x * y = x + y$

**E**  $G = (1, \infty)$  și  $x * y = x + y - 1$

199

Se consideră grupurile  $G = (\mathbb{R}, +)$  și  $H = (\mathbb{R}, *)$ , unde  $x * y = x + y + 1$ . Funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = ax + b$  este izomorfism de la  $G$  la  $H$ , dacă și numai dacă:

**A**  $a = b = 1$

**B**  $a = -1, b = 1$

**C**  $a \neq 0, b = -1$

**D**  $a = 1, b \neq 0$

**E**  $a = 1$ , și  $b = 0$

Fie monoidul  $(M, \cdot)$  unde  $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$  cu  $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ .

200

Matricea  $A_1 \cdot A_1$  este:

**A**  $A_1$

**B**  $A_2$

**C**  $A_3$

**D**  $A_4$

**E**  $A_{-1}$

201

Elementul unitate este:

**A**  $I_3$

**B**  $A_1$

**C**  $A_0$

**D**  $A_{\frac{1}{2}}$

**E**  $A_{-1}$

202

Inversul elementului  $A_1$  este:

**A**  $A_{\frac{1}{4}}$

**B**  $A_4$

**C**  $A_{\frac{1}{2}}$

**D**  $A_2$

**E**  $A_{-1}$

Pe  $\mathbb{R}$  se consideră legea de compoziție  $x * y = ax + by + c$ ,  $a \neq 0, b \neq 0$ .

203

 $*$  este asociativă dacă și numai dacă

**A**  $a = b, c = 0$

**B**  $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$

**C**  $a = b = c = 2$

**D**  $a = b = -1, c = 2$

**E** alt răspuns

204

 $*$  este asociativă și admite element neutru dacă și numai dacă

**A**  $a = b = 1, c = 0$

**B**  $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$

**C**  $a = b = c = 2$

**D**  $a = b = 2, c = 0$

**E** alt răspuns

205

 $(\mathbb{R}, *)$  este grup dacă și numai dacă

**A**  $a = b = 1, c = 0$

**B**  $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$

**C**  $a = b = c = 2$

**D**  $a = b = 2, c = 0$

**E** alt răspuns



206

Funcția  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = ax$  este automorfism al grupului  $(\mathbb{Z}, +)$  dacă și numai dacă:

- A**  $a = 1$ ,      **B**  $a = -1$       **C**  $a \in \{-1, 1\}$       **D**  $a \in \mathbb{Z}^*$       **E**  $a \in \{0, 1\}$

207

Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + 1}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ . Mulțimea perechilor  $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  pentru care imaginea funcției  $f$  este  $\text{Im } f = [-3, 1]$  este:

- A**  $\{(0, 0)\}$     **B**  $\{(1, -\sqrt{2})\}$     **C**  $\{(2\sqrt{3}, -2), (-2\sqrt{3}, -2)\}$     **D**  $\{(\frac{1}{2}, \sqrt{2}), (-\frac{1}{2}, \sqrt{2})\}$   
**E**  $\{(0, 1), (1, 0)\}$

208

Imaginea funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , este inclusă în intervalul  $[0, 2]$ , dacă:

- A**  $a \geq 3$       **B**  $a \leq -2$       **C**  $a \in [-1, 0)$       **D**  $a \in [0, 2]$       **E**  $a \in (-2, -1)$

209

Mulțimea valorilor lui  $x$ , pentru care este definit radicalul  ${}^{6-x^2}\sqrt{x}$ , conține:

- A** 5 elemente    **B** 7 elemente    **C** un interval    **D** 4 elemente    **E** nici un element

210

Mulțimea numerelor complexe  $z$  care verifică ecuația  $z^2 - 2|z| + 1 = 0$  este:

- A**  $\{-1, 1\}$       **B**  $\{1 - i, i + 1\}$       **C**  $\{-1, 1, (\sqrt{2} - 1)i, (1 - \sqrt{2})i\}$   
**D**  $\{-1, 1, 1 - i\}$       **E**  $\emptyset$

211

Se consideră ecuația  $ax^2 + bx + c = 0$ , unde  $a, b, c$  sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmații este adevărată?

- A** ecuația are o rădăcină pară      **B** ecuația are o rădăcină impară  
**C** ecuația are două rădăcini pare      **D** ecuația nu are rădăcini întregi  
**E** ecuația are două rădăcini impare

212

Ecuația  $\sqrt{mx^2 + x + 1} + \sqrt{mx^2 - x + 1} = x$  are soluții reale dacă și numai dacă:

- A**  $m = 0$       **B**  $m = 1$       **C**  $m = \frac{1}{2}$       **D**  $m = \frac{1}{4}$       **E**  $m > 0$

213

Mulțimea valorilor lui  $a \in \mathbb{R}$  pentru care ecuația

$$x^4 + 4x^3 + ax^2 + 4x + 1 = 0$$

are toate rădăcinile reale este:

- A**  $(-\infty, -10]$       **B**  $(-\infty, -10] \cup \{6\}$       **C**  $[4, \infty)$       **D**  $\{0\}$       **E**  $\emptyset$

214

Soluțiile ecuației  $1 - 3^{x-1} + 2^{\frac{x}{2}} - 2^{\frac{x}{2}} 3^{\frac{x-1}{2}} = 0$  aparțin mulțimii:

- A**  $[-3, 0]$       **B**  $[0, 2]$       **C**  $\{0; -2\}$       **D**  $[3, \infty)$       **E**  $\{\frac{1}{2}\}$

215

Mulțimea valorilor lui  $a \in \mathbb{R}$  pentru care  $\log_a(x^2 + 4) \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$ , este:

- A**  $(1, 2]$       **B**  $[-2, 0)$       **C**  $(0, 4]$       **D**  $[2, 3]$       **E**  $(1, 3)$

216

Soluția  $x$  a ecuației  $\log_x(x+1) + \log_{x^3}(x^3+1) = 2\log_{x^2}(x^2+1)$  verifică:

- A**  $x \in [0, 1)$       **B**  $x \in \emptyset$       **C**  $x \in (2, 3)$       **D**  $x \in (3, 4)$       **E**  $x \in (1, 2)$

217

Cel mai mare termen al dezvoltării binomului  $(1 + \sqrt{2})^{100}$  este:

- A**  $T_{57}$       **B**  $T_{58}$       **C**  $T_{59}$       **D**  $T_{60}$       **E**  $T_{61}$

218

Fie  $m, n, p$  numere naturale nenule,  $m \neq n$ . Dacă într-o progresie aritmetică avem  $a_n = m$ , și  $a_m = n$ , atunci  $a_p$  este egal cu:

- A**  $m + n - p$       **B**  $p - m - n$       **C**  $m + n - 2p$       **D**  $2p - m - n$       **E**  $m + n + p$

Fie polinomul  $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$ , unde  $a$  este un parametru real.

219

Valoarea lui  $a$  pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

- A**  $a = 1$       **B**  $a = -1$       **C**  $a = 2$       **D**  $a = \frac{1}{2}$       **E**  $a = -\frac{3}{2}$

220

Valoarea lui  $a$  pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

- A**  $a = 1$       **B** nu există un astfel de  $a$       **C**  $a = -1$       **D**  $a = 2$       **E**  $a = -2$

Fie  $x_n = (2 + \sqrt{3})^n, n \in \mathbb{N}^*$ .

221

Câte perechi  $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  cu proprietatea  $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$  există pentru  $n$  fixat?

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E** o infinitate

222

Valoarea lui  $a_n^2 - 3b_n^2$  este:

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E**  $\sqrt{3}$

223

Câte soluții are ecuația  $x^2 = 3y^2 + 1$  în  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ?

- A** 1      **B** 3      **C** 5      **D** 6      **E** o infinitate

224

Fie  $x_1, x_2, x_3, x_4$  și  $x_5$  rădăcinile ecuației  $x^5 + x^4 + 1 = 0$ .

Valoarea sumei  $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{x_i^4}$  este:

- A** -4      **B** -3      **C** -2      **D** -1      **E** 0

Ecuatia  $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$  are toate rădăcinile pozitive,  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**225** Media aritmetică a rădăcinilor  $x_1, x_2, x_3, x_4$  este  
**A** 1                      **B** 2                      **C** 0                      **D** 4                      **E** 8

**226** Media geometrică a rădăcinilor  $x_1, x_2, x_3, x_4$  este  
**A** 2                      **B** 1                      **C** 4                      **D** 0                      **E** 16

**227** Valorile parametrilor  $a, b \in \mathbb{R}$  pentru care ecuația are toate rădăcinile reale și pozitive sunt:  
**A**  $a = 1, b = 0$       **B**  $a = 24, b = 32$       **C**  $a = 24, b = 1$       **D**  $a = 32, b = 24$   
**E**  $a = 1, b = 32$

**228** Fie  $\alpha \in \mathbb{C}$  astfel ca  $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$ ,  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  o matrice,  $A \neq O_2$ , astfel încât  

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(\alpha I_2 - A) = \alpha^2.$$
 Valoarea lui  $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2)$  este:  
**A** -1                      **B** 0                      **C** 2                      **D**  $\alpha$                       **E** 1

**229** Dacă  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ,  $A \neq O_2$  și există  $n \geq 6$  astfel ca  $A^n = O_2$ , atunci valoarea minimă a lui  $p \in \mathbb{N}^*$  pentru care  $A^p = O_2$  este:  
**A** 2                      **B** 3                      **C** 4                      **D** 5                      **E** 6

**230** Mulțimea  $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$ ,  $a \in \mathbb{C}^*$ ,  $b \in \mathbb{C}$ , este un subgrup al grupului  $(\mathbb{C}^*, \cdot)$  dacă:  
**A**  $b = 0$                       **B**  $a = b$                       **C**  $|a| = |b|$                       **D**  $a = -b$                       **E**  $a^n = b$

**231** Câte elemente inversabile are monoidului  $(\mathbb{Z}[\sqrt{2}], \cdot)$ ?  
**A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D** 4                      **E** o infinitate

**232** Funcția  $f(x, y) = \frac{ax + by}{1 + xy}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , este o lege de compoziție pe intervalul  $(-1, 1)$  dacă:  
**A**  $a = b = 2$       **B**  $a + b \in (-1, 1)$       **C**  $a \in (-1, 1)$  și  $b \in (-1, 1)$       **D**  $a = b \in [-1, 1]$       **E**  $a + b = 1$

**233** Fie  $x * y = \frac{x + y}{1 + xy}$ ,  $x, y \in (-1, 1)$ . Numărul  $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{1000}$  este:  
**A**  $\frac{500499}{500502}$       **B**  $\frac{500499}{500501}$       **C**  $\frac{500500}{500501}$       **D**  $\frac{500501}{500502}$       **E**  $\frac{500400}{500501}$

Fie mulțimea  $A = \{1, 2, \dots, 8\}$ . Câte dintre submulțimile lui  $A$  satisfac următoarele cerințe?

**234** au 4 elemente, îl conțin pe 2 și nu îl conțin pe 3:

- A**  $C_6^3$       **B**  $C_7^3$       **C**  $C_8^3$       **D**  $C_6^4$       **E** alt răspuns

**235** cel mai mic element al fiecărei submulțimi este 1:

- A**  $C_6^3$       **B**  $C_7^3$       **C**  $C_8^3$       **D**  $2^8 - 1$       **E** alt răspuns

Fie mulțimea  $A = \{1, 2, \dots, 8\}$ . În câte moduri se poate scrie  $A$  ca reuniune a două mulțimi disjuncte și:

**236** nevide?

- A**  $2^8 - 1$       **B**  $C_8^2$       **C**  $2^7 - 1$       **D**  $(C_8^2)^2$       **E**  $2^8 - 2$

**237** având număr egal de elemente?

- A**  $C_7^3$       **B**  $C_8^4$       **C**  $(C_8^4)^2$       **D**  $2^4$       **E**  $2^5$

Fie mulțimea  $A = \{1, 2, \dots, 8\}$ . Câte dintre submulțimile lui  $A$  satisfac următoarele cerințe?

**238** nu conțin numere pare:

- A** 15      **B** 16      **C** 32      **D** 127      **E** 128

**239** conțin cel puțin un număr impar:

- A** 127      **B** 128      **C** 129      **D** 240      **E** 255

**240** conțin atât numere pare cât și impare:

- A** 225      **B** 235      **C** 245      **D** 255      **E** alt răspuns

Un număr de 8 bile numerotate de la 1 la 8 se distribuie în 4 cutii etichetate  $A, B, C, D$ . În câte moduri se poate face distribuția dacă se admit cutii goale și:

**241** se distribuie toate bilele?

- A**  $2^{12}$       **B**  $2^{15}$       **C**  $2^{16}$       **D**  $5^8$       **E**  $C_8^4$

**242** nu este obligatoriu să se distribuie toate bilele?

- A**  $2^{12}$       **B**  $2^{15}$       **C**  $2^{16}$       **D**  $5^8$       **E**  $C_8^4$

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de două ori.

**243** Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:

- A**  $\frac{1}{6}$       **B**  $\frac{1}{36}$       **C**  $\frac{1}{21}$       **D**  $\frac{2}{7}$       **E**  $\frac{5}{36}$

**244** Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:

- A**  $\frac{5}{6}$       **B**  $\frac{5}{12}$       **C**  $\frac{5}{18}$       **D**  $\frac{5}{36}$       **E**  $\frac{5}{72}$

**245** Dacă știm că la a doua aruncare s-a obținut un număr mai mare decât cel de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca la prima aruncare să fi obținut 3 este:

- A**  $\frac{1}{3}$       **B**  $\frac{1}{4}$       **C**  $\frac{1}{5}$       **D**  $\frac{1}{6}$       **E**  $\frac{1}{12}$

\* \* \*

246

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right)$  este:

A  $\frac{1}{2}$ 

B 4

C 1

D  $\infty$ 

E 0

247

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \sin \frac{x}{2^n} \right)^{2^n}$  este:

A  $e$ B  $\frac{2}{x}$ C  $e^x$ D  $e^{-x}$ E  $\frac{1}{e}$ 

248

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\ln n} (\sqrt[n]{n} - 1)$  este:

A 1

B  $e$ C  $\infty$ 

D 0

E  $\frac{1}{e}$ 

249

Se dă șirul cu termeni pozitivi  $(a_n)_{n \geq 0}$  prin relațiile:

$a_0 = 2; a_1 = 16; a_{n+1}^2 = a_n a_{n-1}, \quad \forall n \geq 1.$  Limita șirului  $(a_n)_{n \geq 0}$  este:

A 1

B 2

C 4

D 8

E  $\infty$ 

250

Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin:  $x_{n+1} - a x_n + 2 = 0, \quad x_0 = a.$

Mulțimea valorilor parametrului real  $a$  pentru care șirul  $(x_n)$  este strict descrescător este:

A  $\emptyset$ B  $(-1, 2)$ C  $(-1, 1)$ D  $(0, \infty)$ E  $(0, 2)$

251

Fie  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$  un număr fixat. Se consideră șirurile  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  definite prin  $x_{n+1} = a^{\frac{1}{(n+1)!}} \cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}$ ,  $n \geq 1$ ,  $x_1 = 1$ ,  $b_n = \prod_{k=1}^n x_k$ .

Limita  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  este:

- A**  $\sqrt{a}$       **B**  $a$       **C**  $a^2$       **D**  $\infty$       **E**  $0$

Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin  $x_{n+1} = x_n + \frac{2}{x_n}$ ,  $x_0 = 1$ .

252

Limita șirului  $(x_n)_{n \geq 0}$  este:

- A**  $0$       **B**  $1$       **C**  $e$       **D**  $\infty$       **E** nu există

253

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}}$  este egală cu:

- A**  $1$       **B**  $2$       **C**  $3$       **D**  $\pi$       **E**  $\infty$

Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$ , definit prin relația de recurență  $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$ ,  $x_0 \in \mathbb{R}$ .

254

Numărul valorilor lui  $x_0$  pentru care șirul este constant este:

- A**  $0$       **B**  $1$       **C**  $2$       **D**  $5$       **E**  $10$

255

Șirul este crescător dacă și numai dacă  $x_0$  aparține mulțimii:

- A**  $(-\infty, 0)$       **B**  $[0, \infty)$       **C**  $(-\infty, 0]$       **D**  $(0, \infty)$       **E**  $\mathbb{R}$

256

Dacă  $x_0 > 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  este:

- A**  $\infty$       **B**  $0$       **C** nu există      **D**  $1$       **E**  $2e$

257

Șirul este convergent dacă și numai dacă  $x_0$  aparține mulțimii:

- A**  $\emptyset$       **B**  $\{0\}$       **C**  $(-\infty, 0]$       **D**  $(-\infty, 0)$       **E**  $(0, \infty)$

258

Pentru  $x_0 = -1$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n$  este:

- A**  $-2$       **B**  $-1$       **C**  $0$       **D**  $1$       **E** nu există



Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$  definit prin relația de recurență  $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1$ ,  $x_1 \in \mathbb{R}$ .

**259** Dacă  $x_{100} = 1$ , atunci  $x_2$  este:

- A** 1                      **B** 0                      **C** -1                      **D** 2                      **E**  $\frac{1}{2}$

**260** Șirul este convergent dacă și numai dacă  $x_1$  aparține mulțimii:

- A**  $[0, 1]$                       **B**  $(0, 1)$                       **C**  $\{0, 1\}$                       **D**  $\{1\}$                       **E**  $[-1, 1]$

**261** Dacă  $x_1 = 2$ , atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1 x_2 \cdots x_n}{x_{n+1}}$  este:

- A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D**  $+\infty$                       **E** nu există

**262** Dacă  $x_1 = 2$ , atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n} \right)$  este:

- A** 1                      **B** 2                      **C**  $\sqrt{2}$                       **D**  $e$                       **E**  $+\infty$

**263**

Șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$ , definit prin relația de recurență  $x_{n+1} = 2^{\frac{x_n}{2}}$ ,  $x_0 \in \mathbb{R}$ , are limita 2, dacă și numai dacă  $x_0$  aparține mulțimii:

- A**  $\{2\}$                       **B**  $[-2, 2]$                       **C**  $(-\infty, 2]$                       **D**  $[2, 4)$                       **E** alt răspuns

Valorile limitelor următoare sunt:

**264**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2}$

- A** 1                      **B** 0                      **C**  $\frac{1}{2}$                       **D** 2                      **E**  $\infty$

**265**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$

- A**  $\frac{1}{2}$                       **B** 0                      **C** 1                      **D** 2                      **E**  $\infty$

**266**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt[3]{2}) \cdots (2 - \sqrt[n]{2})$

- A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D**  $\sqrt{2}$                       **E**  $e$

**267**

Fie  $(a_n)_{n \geq 1}$  un șir de numere reale, astfel ca șirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$ , să fie mărginit. Limita șirului  $(a_n)_{n \geq 1}$  este:

- A**  $e$                       **B** 0                      **C**  $\infty$                       **D** 1                      **E**  $\frac{1}{e}$

268

Fie  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$ ,

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}\right) - a \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right),$$

să fie mărginit. Limita lui este:

- A** 0                      **B**  $\ln 2$                       **C** 2                      **D**  $-\ln 2$                       **E**  $\frac{1}{2}$

269

Fie  $\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\right)$  constanta lui Euler.

Limita  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \left(e^{1+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-1}} - 2e^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}}\right)$  este:

- A**  $-\frac{1}{2}e^{\frac{\gamma}{2}}$                       **B**  $e^{\gamma}$                       **C**  $-\frac{\gamma}{2}$                       **D**  $-\frac{\gamma}{4}$                       **E**  $e^{\frac{\gamma}{2}}$

270

Valoarea limitei  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$  este:

- A** 3                      **B** 0                      **C**  $\infty$                       **D** 1                      **E** nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro

271

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - 1}$  este:

- A** 0                      **B**  $\frac{1}{2}$                       **C**  $\frac{2}{3}$                       **D** 1                      **E**  $\frac{4}{3}$

272

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 1}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}}$  este:

- A**  $e^6$                       **B**  $e^{-1}$                       **C**  $e^{-3}$                       **D**  $e^{-2}$                       **E**  $e^9$

273

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + e^{2n})}{\ln(1 + e^{3n})}$  este:

- A** 1                      **B**  $\frac{1}{3}$                       **C** 2                      **D**  $\frac{2}{3}$                       **E**  $\ln 2$

274

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n + 1}\right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$  este:

- A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D**  $e$                       **E**  $\infty$

275

Limita  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \cdots - 2n}{3n + 1}$  este:

- A**  $\frac{1}{3}$                       **B**  $-2$                       **C**  $\infty$                       **D**  $\frac{2}{3}$                       **E**  $-\frac{1}{3}$

276

$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \frac{(k+1)^2}{k(k+2)}$  este:

- A** 5                      **B** 4                      **C** 1                      **D** 2                      **E** 3

277

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}}$

- A** 1                      **B**  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       **C**  $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$                       **D**  $\infty$                       **E** nu există

278

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$  este:

- A**  $-\frac{1}{3}$                       **B**  $-\frac{1}{2}$                       **C**  $\frac{1}{3}$                       **D**  $\frac{1}{6}$                       **E**  $\frac{1}{2}$

279

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$  este:

- A** 0                      **B**  $\frac{1}{3}$                       **C**  $\frac{2}{3}$                       **D** 1                      **E**  $\frac{4}{3}$

280

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k a_{k+1}}$ , unde  $(a_k)$ ,  $k \in \mathbb{N}^*$ ,  $a_1 > 0$ , formează o progresie aritmetică cu rația  $r > 0$ , este:

- A**  $\infty$                       **B**  $\frac{1}{a_1 r}$                       **C** 1                      **D**  $a_1$                       **E** 0

281

Fie  $S_n = \sum_{k=2}^n \frac{k^2 - 2}{k!}$ ,  $n \geq 2$ . Alegeți afirmația corectă:

- A**  $S_n < 3$                       **B**  $S_n > 3$                       **C**  $S_n = e$                       **D**  $S_n < 0$                       **E**  $S_n = e - \frac{1}{2}$

282

Fie  $n \in \mathbb{N}^*$  și fie  $S_n = \sum_{k=1}^n k! \cdot (k^2 + 1)$ . Atunci  $S_n$  este:

- A**  $(n+1)! \cdot n$                       **B**  $2 \cdot n! \cdot n$                       **C**  $(n+1)!$                       **D**  $(n+1)! - n! + 1$                       **E**  $(n+1)! + n! - 1$

283

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2 - 1}$

- A**  $\frac{1}{4}$                       **B**  $\frac{1}{2}$                       **C** 0                      **D** -1                      **E** nu există

284

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{6}{k(k+1)(k+3)}$$

**A**  $\frac{2}{3}$

**B**  $\frac{1}{3}$

**C**  $\frac{7}{6}$

**D** 1

**E**  $\frac{3}{2}$

285

Limita șirului  $(x_n)_{n \geq 0}$ ,  $x_n = \cos(\pi\sqrt{4n^2 + n + 1})$ , este:

**A**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**B**  $\frac{1}{2}$

**C** 0

**D** nu există

**E** 1.

Se consideră șirul  $(a_n)_{n \geq 1}$ , unde  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = \frac{n^2 - 1}{a_n} + 2$ ,  $n \geq 1$ .

286

$a_2$  este:

**A** 1

**B** 2

**C** 3

**D** 4

**E** 5

287

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$  este:

**A** 1

**B** 0

**C**  $\infty$

**D** 2

**E** 3

288

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n a_k^3}{n^4}$  este:

**A**  $\frac{1}{4}$

**B** 1

**C** 0

**D** 2

**E** 4

289

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n a_k^k}{n^{n+1}}$  este:

**A** 0

**B**  $e$

**C**  $e^{-1}$

**D**  $e^2$

**E** 1

290

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{e^n n!}$  este:

**A** 0

**B** 1

**C**  $e$

**D**  $\sqrt{e}$

**E**  $\infty$

291

Fie  $p \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ ,  $q > 0$ . Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{qn+1}{qn} \frac{qn+p+1}{qn+p} \dots \frac{qn+np+1}{qn+np}$$

**A**  $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

**B**  $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$

**C**  $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$

**D**  $p \sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

**E**  $p^2 \sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

292

Fie  $x_0$  un întreg pozitiv. Se definește șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \frac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \frac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \end{cases} \quad n = 0, 1, \dots$$

Limita șirului  $(x_n)_{n \geq 0}$  este:

- A** 0      **B** 1      **C**  $\infty$       **D**  $e$       **E** Nu există pentru unele valori ale lui  $x_0$

293

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \dots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}$ ,  $a > 0$ , este:

- A** 0      **B**  $\ln a$       **C**  $\infty$       **D**  $e$       **E**  $a$

294

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} \right)$  este:

- A** 1      **B**  $\frac{7}{2}$       **C**  $\frac{8}{3}$       **D**  $\frac{3}{2}$       **E** 0

295

Limita  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{(2n)^k}$  este

- A** 0      **B** 1      **C**  $e^{\frac{1}{2}}$       **D**  $e^2$       **E**  $\infty$

296

Fie  $p_n = \prod_{k=1}^n \cos(2^{k-1}x)$ ,  $x \neq k\pi$ . Atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  este:

- A** 1      **B**  $\frac{\cos x}{x}$       **C** 0      **D**  $\frac{\sin x}{x}$       **E** nu există

297

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{n2^n + k}$  este:

- A** 0      **B** 1      **C**  $\frac{1}{2}$       **D** 2      **E**  $\infty$

298

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{kC_n^k}{n2^n + k}$  este:

- A** 0      **B** 1      **C**  $\frac{1}{2}$       **D** 2      **E**  $\infty$

299

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{\cos n\pi}{n} \right)^n$  este:

- A**  $\infty$       **B** 0      **C** 1      **D**  $e$       **E** nu există

300

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + x^n(x^2 + 4)}{x(x^n + 1)}$ ,  $x > 0$  este:

- A**  $\frac{1}{x}$       **B**  $\infty$       **C**  $x$       **D**  $\frac{x^2+4}{x}$       **E** alt răspuns

301

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \arcsin \frac{k}{n^2}$  este:

- A** 0      **B** 1      **C**  $\infty$       **D**  $\frac{1}{2}$       **E**  $2\pi$

302

Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 2}$ ,  $x_n = \sqrt[n]{1 + \sum_{k=2}^n (k-1)(k-1)!}$ .

Limita  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n}$  este:

- A**  $\infty$       **B**  $\frac{1}{e}$       **C** 0      **D** 1      **E**  $e$

303

Fie  $x \in \mathbb{R}$ . Notăm cu  $[x]$  partea întreagă a numărului  $x$ . Limita șirului

$$x_n = \frac{[x] + [3^2x] + \dots + [(2n-1)^2x]}{n^3}, \quad n \geq 1,$$

este:

- A**  $\frac{x}{2}$       **B** 1      **C** 0      **D**  $\frac{3x}{4}$       **E**  $\frac{4x}{3}$

304

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left( a^{\frac{1}{n}} + a^{\frac{2}{n}} + \dots + a^{\frac{n}{n}} \right)$ , unde  $a \in (1, \infty)$ , este:

- A**  $1 - \ln a$       **B**  $1 + \ln a$       **C**  $2 + \ln a$       **D**  $-\ln a$       **E**  $\ln a$

305

Șirul  $\sqrt[n]{2^n \sin 1 + 2^n \sin^2 + \dots + 2^n \sin^n}$ ,  $n = 2, 3, \dots$ , este:

- A** convergent      **B** mărginit și divergent      **C** nemărginit și divergent  
**D** cu termeni negativi      **E** are limită infinită

306

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \dots + \frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$  este:

- A** 1      **B** 0      **C**  $\frac{1}{2}$       **D** 2      **E** nu există

307

Șirul  $a_n = 1^9 + 2^9 + \dots + n^9 - a n^{10}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , este convergent dacă:

- A**  $a = 9$       **B**  $a = 10$       **C**  $a = 1/9$       **D**  $a = 1/10$   
**E** nu există un astfel de  $a$

308

Fie șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$ ,  $x_n = ac + (a + ab)c^2 + \dots + (a + ab + \dots + ab^n)c^{n+1}$ .

Atunci, pentru orice  $a, b, c \in \mathbb{R}$  cu proprietățile  $|c| < 1$ ,  $b \neq 1$  și  $|bc| < 1$ , avem:

- A**  $(x_n)$  nu este convergent      **B**  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$       **C**  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$   
**D**  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$       **E**  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$

309

Pentru numărul natural  $n \geq 1$ , notăm cu  $x_n$  cel mai mare număr natural  $p$  pentru care este adevărată inegalitatea  $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$ . Atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n}$  este:

- A** 0      **B** 1      **C**  $\log_3 2$       **D** 2008      **E** Limita nu există

Fie  $0 < b < a$  și  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  unde  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = a + b$ ,

$$x_{n+2} = (a + b)x_{n+1} - abx_n, \quad n \in \mathbb{N}$$

310

Dacă  $0 < b < a$  și  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$  atunci

- A**  $l = a$       **B**  $l = b$       **C**  $l = \frac{a}{b}$       **D**  $l = \frac{b}{a}$       **E** nu se poate calcula

311

Dacă  $0 < b < a < 1$  și  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n x_k$  atunci:

- A**  $L = 1$       **B**  $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$       **C**  $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$       **D**  $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$       **E**  $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

312

Mulțimea tuturor valorilor lui  $a$  pentru care șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin recurența  $x_0 = a$ ,  $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$ , este convergent este:

- A**  $\{1\}$       **B**  $[-1, 2]$       **C**  $\{0\}$       **D**  $(0, 1)$       **E**  $[1, 3]$

313

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(p+n)!}{n!n^p} \right)^n$ ,  $p \in \mathbb{N}$  este:

- A**  $\infty$       **B** 0      **C**  $e$       **D**  $e^{1/6}$       **E**  $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$

314

Câte șiruri convergente de numere reale  $(x_n)_{n \geq 1}$  verifică relația

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ ?

- A** 1      **B** 10      **C** 0      **D** o infinitate      **E** 2

315

Șirul  $(x_n)$ ,  $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$  are limita  $\frac{\pi^2}{6}$ . Să se calculeze limita șirului  $(y_n)$ ,  
 $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{(2n-1)^2}$ .

- A**  $\frac{\pi^2}{8}$       **B**  $\frac{\pi^2}{3}$       **C**  $\frac{\pi^2}{16}$       **D**  $\frac{\pi}{3}$       **E**  $\frac{\pi^2}{12}$

316

Fie  $x_n$  soluția ecuației  $\operatorname{tg} x = x$  din intervalul  $(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2})$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n \right)$$

este:

- A** 1      **B** 0      **C**  $\frac{1}{\pi}$       **D**  $\frac{\pi}{2}$       **E**  $\frac{\pi}{4}$

317

Mulțimea valorilor funcției  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$  este:

- A**  $[-1, e^{\frac{1}{e}}]$       **B**  $\mathbb{R}$       **C**  $[0, 1]$       **D**  $(0, \frac{1}{e}) \cup [1, e]$       **E**  $(0, e^{\frac{1}{e}}]$

318

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}$$

- A**  $e$       **B**  $-1$       **C** 1      **D**  $-e$       **E** 0

319

$$\lim_{x \rightarrow +0} ((1+x)^x - 1)^x$$

- A** 0      **B** 1      **C**  $e$       **D**  $\infty$       **E** nu există

320

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$$

- A** 0      **B**  $n/2$       **C**  $n/3$       **D**  $n/4$       **E** alt răspuns

321

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + \sqrt{2})^{\sqrt{2}} - (x - \sqrt{2})^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{2}-1}}$$

- A**  $\sqrt{2}$       **B**  $2\sqrt{2}$       **C** 4      **D** 0      **E** alt răspuns

322

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+ax)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

- A**  $\frac{a(1-a)}{2}$       **B**  $a(1-a)$       **C** 0      **D**  $ae$       **E**  $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

323

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arcsin(\sin x)}{x}$$

- A** 0      **B** 1      **C**  $\infty$       **D**  $-\infty$       **E** nu există



324

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \left| \frac{1}{x} \right| \text{ este:}$$

- A** 0                      **B**  $\infty$                       **C** nu există                      **D**  $-1$                       **E** 1

325

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(ax^2 + bx + c)}{x^2 - 1}, \text{ unde } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ astfel încât } a + b + c = \pi, \text{ este:}$$

- A**  $a + b$                       **B**  $\pi - a - b$                       **C**  $2a + b$                       **D**  $-\frac{2a+b}{2}$                       **E**  $2(a + b)$

326

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} \text{ este:}$$

- A** 0                      **B** 1                      **C** nu există                      **D**  $\frac{1}{2}$                       **E**  $\infty$

327

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sqrt[3]{x+8} - 2}$$

- A** 3                      **B**  $\frac{1}{3}$                       **C**  $\frac{2}{3}$                       **D** nu există                      **E** 0

328

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^m \operatorname{arctg} k^2 x}{\sum_{k=1}^m \ln(1 + k^3 x)}$$

- A**  $\frac{m(m+1)}{m+2}$                       **B**  $\frac{2}{3} \frac{2m+1}{m(m+1)}$                       **C**  $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$                       **D** 0                      **E**  $\frac{\pi}{2e}$

329

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a_1^x a_2^{2x} \cdots a_n^{nx} - 1}{x}, \quad a_1, a_2, \dots, a_n > 0, \quad \text{este:}$$

- A**  $\ln(a_1 a_2 \cdots a_n)$     **B**  $\ln a_1 + \ln a_2 + \cdots + \ln a_n$     **C**  $\ln(a_1 a_2^2 \cdots a_n^n)$     **D**  $e^{a_1 + 2a_2 + \cdots + na_n}$   
**E**  $e^{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}$

330

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + \sqrt{x^2 - 1})^n + (2x - \sqrt{x^2 - 1})^n}{x^n}$$

- A**  $2^n$                       **B**  $2^n - 3^n$                       **C** 1                      **D**  $3^n + 1$                       **E** 0

331

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x - x^2 \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right)$$

- A**  $\infty$                       **B**  $-\infty$                       **C** 0                      **D** 1                      **E**  $\frac{1}{2}$

332

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x - \sqrt{x^2 + x + 1} \right)$$

- A**  $-1$                       **B** 0                      **C**  $\frac{1}{2}$                       **D**  $-\frac{1}{2}$                       **E** 1

333

$$\lim_{x \rightarrow 0} x e^{-\frac{1}{x}}$$

- A** 0                      **B**  $e$                       **C**  $-\infty$                       **D** nu există                      **E** 1

334

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x - ex \right)$$

- A**  $-\frac{e}{2}$                       **B**  $e$                       **C** 0                      **D**  $\infty$                       **E**  $2e$

Valoarea limitelor:

335

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^n - \sin^n x}{x^{n+2}}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 2;$$

- A**  $\infty$                       **B** 0                      **C**  $-\frac{n}{6}$                       **D**  $\frac{n}{6}$                       **E** 1

336

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

- A**  $e$                       **B**  $\frac{1}{2}$                       **C**  $\frac{e}{2}$                       **D**  $-\frac{1}{2}$                       **E** 0

337

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\sin x) - x}{x^3}$$

- A**  $1/3$                       **B**  $1/6$                       **C**  $\infty$                       **D**  $-1$                       **E**  $\pi/2$

338

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}, \quad a, b, c > 0,$$

- A**  $\sqrt[3]{abc}$                       **B** nu există                      **C**  $\ln abc$                       **D**  $\frac{a+b+c}{3}$                       **E** 1

339

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right)^{\frac{1}{x}}$$

- A** 1                      **B** 0                      **C**  $e$                       **D**  $\sqrt{e}$                       **E**  $\frac{1}{\sqrt{e}}$

340

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

- A** 1                      **B**  $e^2$                       **C**  $e^{\frac{3}{2}}$                       **D**  $e^{\frac{1}{2}}$                       **E**  $e^3$

341

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

- A**  $\sqrt[3]{2}$                       **B**  $\sqrt[3]{e}$                       **C**  $e$                       **D**  $e^{-1}$                       **E**  $e^{\frac{3}{2}}$

342

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x - \sqrt{x^2 + x + 1} \frac{\ln(e^x + x)}{x} \right)$  este:

- A** 0                      **B** 1                      **C** -1                      **D**  $-\frac{1}{2}$                       **E**  $\infty$

343

$\lim_{x \rightarrow 0} (a^x + x)^{\frac{1}{\sin x}}$ ,  $a > 0$ , este:

- A**  $ae$                       **B**  $e^{\ln a}$                       **C**  $a$                       **D** 1                      **E**  $e^a$

344

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x^2)^{\frac{1}{\ln x}}$

- A** 0                      **B**  $e^2$                       **C** 1                      **D** 2                      **E** nu există

345

$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \cdot \left( e^{\frac{1}{n+1}} - e^{\frac{1}{n}} \right)$ :

- A** -1                      **B** 1                      **C**  $-\infty$                       **D** Limita nu există                      **E**  $e$

346

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2(x) + \operatorname{tg}^2(2x) + \dots + \operatorname{tg}^2(nx))^{\frac{1}{n^3 x^2}} \right)$  este:

- A**  $e^{\frac{1}{3}}$                       **B**  $e^3$                       **C**  $\frac{1}{e}$                       **D** 1                      **E**  $\infty$

347

Dacă  $|a| > 1$ , atunci limita  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + a^n}$  are valoarea:

- A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D**  $\infty$                       **E** limita nu există, pentru  $a < -1$

348

Pentru ce valori ale parametrilor reali  $a$  și  $b$  avem

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b \right) = 0$ ?

- A**  $a = b = 1$                       **B**  $a = b = -1$                       **C**  $a = 2, b = 1$                       **D**  $a = 1, b = 2$                       **E**  $a = 2, b = \frac{3}{2}$

Se consideră funcția  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \arcsin(x - \sqrt{1 - x^2})$ , unde  $D$  este domeniul maxim de definiție.

349

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției este:

- A**  $[-1, 1]$                       **B**  $(-1, 1)$                       **C**  $(0, 1)$                       **D**  $[0, 1]$                       **E** alt răspuns

350

Mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției este:

- A**  $[-1, 1]$                       **B**  $[0, 1]$                       **C**  $(0, 1)$                       **D**  $(0, 1)$                       **E** alt răspuns

351

Mulțimea punctelor în care funcția are derivată este:

- A**  $[-1, 1]$                       **B**  $[0, 1]$                       **C**  $(0, 1)$                       **D**  $(0, 1)$                       **E** alt răspuns

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcției  $f$  dacă:

352

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ și } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

- A**  $f$  este strict crescătoare      **B**  $f$  este injectivă      **C**  $f$  este surjectivă  
**D**  $f$  este inversabilă      **E**  $f$  nu este injectivă

353

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

- A**  $f$  este descrescătoare      **B**  $f$  este injectivă      **C**  $f$  este surjectivă  
**D**  $f$  este inversabilă      **E**  $f$  nu este injectivă

354

$f$  este injectivă.

- A**  $f$  este surjectivă      **B**  $f$  este strict monotonă      **C**  $f$  are cel puțin două zerouri  
**D**  $f$  este inversabilă      **E**  $f$  este o funcție impară

355

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(e^x + x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}, \quad n > 0, \quad \text{este:}$$

- A** 1      **B**  $n + 1$       **C** 0      **D**  $\infty$       **E**  $e$

356

$$\text{Funcția } f \text{ definită prin } f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{nx} + x}{e^{nx} + 1}$$

- A** este definită numai pentru  $x \leq 0$       **B** este definită și continuă pe  $\mathbb{R}$   
**C** este definită și derivabilă pe  $\mathbb{R}$       **D** este definită pe  $\mathbb{R}$  dar nu este continuă pe  $\mathbb{R}$   
**E** este definită numai pentru  $x = 0$

357

$$\text{Fie funcția } f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n + x}{x^{2n} + 1}.$$

Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

- A**  $f$  nu e bine definită pe  $(-\infty, -1)$  căci limita nu există.      **B**  $f$  este continuă în 1.  
**C** singurul punct de discontinuitate este  $x = 1$ .      **D**  $f$  are limită în  $x = -1$ .  
**E**  $f$  continuă pe  $(-\infty, 1)$ .

358

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \dots + x^{2n}}$$

este:

- A**  $\mathbb{R}$       **B**  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$       **C**  $\mathbb{R}^*$       **D**  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$       **E**  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

359

Ecuția  $x^2 + 1 = me^{-\frac{1}{x}}$ , unde  $m$  este un parametru real, are trei soluții reale și distincte dacă:

- A**  $m = -1$       **B**  $m = 2e$       **C**  $m = \pi$       **D**  $m = 3\sqrt{2}$       **E**  $m = 7$

360

Ecuatia  $m e^{\frac{2}{x-1}} = x$ ,  $m \in \mathbb{R}$ , are două rădăcini reale și distincte dacă și numai dacă  $m$  aparține mulțimii:

- A**  $(0, \infty)$       **B**  $(1, \infty)$       **C**  $(-\infty, 1)$       **D**  $(0, 1)$       **E**  $(-1, 1)$

361

Fie funcția  $f(x) = \frac{|x^3 - 1|}{ax^2 + bx}$ . Valorile numerelor reale  $a$  și  $b$  pentru care dreapta  $y = x + 4$  este asimptotă la  $\infty$  sunt:

- A**  $a = 4; b = 1$       **B**  $a = 1; b = -4$       **C**  $a = -4; b = 1$       **D**  $a = 1; b = 4$   
**E**  $a = -1; b = -4$

Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2 - x + 1}$ .

362

Ecuatia tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul în care graficul funcției intersectează axa  $Oy$  este:

- A**  $y - 2x + 1 = 0$       **B**  $2y - 2x + 1 = 0$       **C**  $y - 4x - 1 = 0$       **D**  $4y - x + 1 = 0$   
**E**  $4y - 4x + 1 = 0$

363

Ecuatia normalei la graficul funcției  $f$  în punctul în care graficul funcției intersectează axa  $Oy$  este:

- A**  $2y - 2x + 1 = 0$       **B**  $\frac{1}{4}y - 2x + 1 = 0$       **C**  $y - x + 1 = 0$       **D**  $y + \frac{1}{4}x - 1 = 0$   
**E**  $4y - x + 1 = 0$

364

Fie polinomul  $P(x) = ax^3 + x^2 - bx - 6$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ . Valorile lui  $a$  și  $b$  pentru care polinomul  $P(x+1) + P'(x)$  este divizibil cu  $x - 1$  și  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{x(bx+1)(x-1)} = \frac{1}{3}$  sunt:

- A**  $a = -1, b = 2$       **B**  $a = 1, b = 0$       **C**  $a = 3, b = \frac{1}{2}$       **D**  $a = 0, b = 0$   
**E** nu există astfel de  $a$  și  $b$

365

Funcția  $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{1}{x}}}$ ,  $x \in (0, \infty)$ , admite asimptota oblică de ecuație:

- A**  $y = -x - 1$       **B**  $y = -x + \frac{1}{2}$       **C**  $y = -x + 1$       **D**  $y = -x$       **E**  $y = x$

366

Fie  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + bx + 2}{x^2 + 2x + c}$ ,  $D$ -domeniul maxim de definiție al lui  $f$ . Mulțimea tuturor valorilor  $(b, c) \in \mathbb{R}^2$  pentru care funcția  $f$  are o singură asimptotă verticală și graficul lui  $f$  nu intersectează asimptota orizontală este:

- A**  $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b \neq 0, c = 1\}$       **B**  $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1\}$   
**C**  $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b = 3, c = 1\}$       **D**  $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1, b = 2 \text{ sau } c = 1, b = 3\}$   
**E** nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect

367

Graficul funcției  $f : \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x - 3}$  admite:

- A** o asimptotă verticală și una orizontală      **B** o asimptotă verticală și una oblică  
**C** o asimptotă orizontală și una oblică      **D** o asimptotă verticală și două oblice  
**E** o asimptotă verticală și două horizontale

Fie  $f : [0, \infty) \setminus \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{mx-3}{x^2-3x+2}$ , unde  $m$  este un parametru real.

368

Numărul asimptotelor funcției  $f$  este:

- A** 1                                      **B** 2                                      **C** 3                                      **D** 4  
**E** numărul asimptotelor depinde de  $m$ .

369

Numărul valorilor întregi ale parametrului  $m$  pentru care  $f$  are trei puncte de extrem este:

- A** infinit                              **B** 4                                      **C** 3                                      **D** 2                                      **E** 1

370

Valorile lui  $m \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{(m-1)^2 x^2 + 1}}{3x+2} = -1$  sunt:

- A** -2, 4                              **B** -1, 3                              **C** 2, 3                              **D** -1, 4                              **E** -2, 2

371

Funcția  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x-a}{x^2-b}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , are pe domeniul maxim de definiție două asimptote verticale dacă și numai dacă:

- A**  $a = b = 0$     **B**  $a = 1, b = -1$     **C**  $a = b = 1$     **D**  $a = 2, b = 1$     **E**  $b > 0, a^2 \neq b$

372

Abcisele punctelor în care graficele funcțiilor  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = x^6 \quad \text{și} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt:

- A**  $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$                       **B**  $\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$                       **C**  $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$                       **D** nu există                      **E** 0

373

Egalitatea

$$\arctg a + \arctg b = \arctg \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă și numai dacă numerele reale  $a$  și  $b$  satisfac condiția:

- A**  $ab > 1$                       **B**  $ab < 1$                       **C**  $ab \neq 1$                       **D**  $ab > 0$                       **E**  $b = 0, a \in \mathbb{R}$

374

Numărul de valori ale parametrului real  $a \in [0, 1]$  pentru care funcția  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - |x - a|$ , este convexă pe  $[0, 1]$  este:

- A** 0                                      **B** 1                                      **C** 2                                      **D** 4                                      **E** infinit

375

Fie  $Q(x)$  câtul împărțirii polinomului  $P(x) = 99(x^{101} - 1) - 101x(x^{99} - 1)$  la  $(x - 1)^3$ . Valoarea  $Q(1)$  este:

- A** 9999      **B** 18000      **C** 5050      **D** 3333      **E** alt răspuns

376

Funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  este derivabilă și sunt verificate condițiile:  
 $f(0) = 2$ ,  $f'(x) = 3f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Valoarea  $f(\ln 2)$  este:

- A** 2      **B** 4      **C** 6      **D** 16      **E** 32

377

Care dintre următoarele afirmații este adevărată pentru orice funcție  $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  care are derivată strict pozitivă?

- A**  $f$  este crescătoare pe  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$       **B**  $f$  este crescătoare pe  $(0, \infty)$   
**C**  $f$  este descrescătoare      **D**  $f$  este mărginită      **E**  $f$  este convexă

378

O funcție polinomială neconstantă  $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , este strict crescătoare dacă și numai dacă:

- A**  $P'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$       **B**  $P'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$       **C**  $P'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$   
**D**  $P''(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$       **E**  $P''(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Se consideră funcția  $f: [-2, 1] \rightarrow M, M \subset \mathbb{R}, f(x) = |x^3 + x^2|$ .

379

Numărul punctelor de extrem ale funcției  $f$  este:

- A** 5      **B** 3      **C** 2      **D** 1      **E** 4

380

$f$  este surjectivă pentru  $M$  egal cu:

- A**  $[0, 4]$       **B**  $[0, \infty)$       **C**  $[0, 2]$       **D**  $[0, 27]$       **E**  $\mathbb{R}$

Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x(x+1)(x+2) \cdots (x+2019)$  și fie  $g = f \circ f \circ f$ .

381

$f'(0)$  este:

- A** 2019!      **B** 0      **C** 2018!      **D** 2019! + 2018!      **E** 2019! - 2018!

382

$g'(0)$  este:

- A** 2019!³      **B** 2019³      **C** 2019²      **D** 2019!²      **E** 2019!

383

Numărul punctelor de extrem ale funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$  este:

- A** 9      **B** 7      **C** 5      **D** 3      **E** alt răspuns





393

Funcția  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x^2 + b}, & 0 \leq x \leq 1 \\ \ln(x^2 - 3x + 3) + 2x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ , este o funcție derivabilă pentru:

- A**  $a = 6, b = 2$    **B**  $a = 8, b = 3$    **C**  $a = 8, b = 30$    **D**  $a = 10, b = 4$    **E**  $a - 2b = 1$

394

Derivata funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$ , în punctul zero, este:

- A**  $\infty$    **B** 0   **C**  $1/3$    **D** 1   **E** nu există

395

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 2x$ . Valoarea lui  $(f^{-1})'(3)$  este:

- A** 1   **B** -1   **C**  $\frac{1}{3}$    **D** -2   **E**  $\frac{1}{5}$

396

Fie funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 1}$ , unde  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Valorile lui  $\alpha$  și  $\beta$  pentru care  $f$  admite un extrem în punctul  $M(0, 1)$  sunt:

- A**  $\alpha = 1, \beta = -1$    **B**  $\alpha = 0, \beta = 1$    **C**  $\alpha = \beta = 2$    **D**  $\alpha = 3, \beta = -1$   
**E**  $\alpha = -1, \beta = 1$

397

Se consideră funcția  $f : [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2 + x + 1) & ; -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x|x^2 - 4|} & ; x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu  $\alpha$  numărul punctelor de extrem, cu  $\beta$  numărul punctelor unghiulare și cu  $\gamma$  numărul punctelor de întoarcere ale funcției  $f$ . Atunci:

- A**  $\alpha = 5, \beta = 0, \gamma = 2$    **B**  $\alpha = 5, \beta = \gamma = 1$    **C**  $\alpha = 5, \beta = 2, \gamma = 0$   
**D**  $\alpha - \beta = 4, \beta - \gamma = 1$    **E**  $\alpha = 4, \beta = 0, \gamma = 2$

398

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$ . Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

- A**  $f$  e strict pozitivă pe  $\mathbb{R}$    **B**  $f$  e strict crescătoare pe  $\mathbb{R}$   
**C**  $f$  e strict negativă pe  $\mathbb{R}$    **D**  $f$  verifică inegalitatea  $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty, 0)$   
**E**  $f$  verifică inegalitatea  $f(x) > 0, \forall x \in (0, \infty)$

399

Derivata de ordinul 100,  $(x^{99} \ln x)^{(100)}$ ,  $x > 0$ , este:

- A**  $100!x$    **B**  $\frac{100!}{x}$    **C**  $-100!x$    **D**  $99!x$    **E**  $\frac{99!}{x}$

400

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$ . Valoarea lui  $(f^{-1})'(4)$  este:

- A** 0   **B** 1   **C**  $\frac{1}{4}$    **D**  $\frac{1}{116}$    **E**  $\frac{1}{68}$

401

Dacă  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  este o funcție cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât  $f(2) = f'(2) = f''(2) = 2$ , iar funcția  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  este definită prin  $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 3})$ , atunci:

- A**  $g(1) = g'(1) = 2$     **B**  $g'(1) = \sqrt{2}$     **C**  $g(1) + g''(1) \in \mathbb{N}$     **D**  $g'(1) = g''(1) = 1$   
**E**  $g'(1) = 1, g''(1) = \frac{5}{4}$

Fie funcția  $f$  dată prin  $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

402

Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcției este:

- A**  $\{0\}$     **B**  $\{-1; 0; 1\}$     **C**  $\emptyset$     **D**  $\{0; 2\}$     **E**  $\{0; 1\}$

403

Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcției este:

- A**  $\{0\}$     **B**  $\{-1; 0; 1\}$     **C**  $\emptyset$     **D**  $\{0; 2\}$     **E**  $\{0; 1\}$

Fie  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție de două ori derivabilă astfel încât  $f''(x) = \frac{1}{x}, \forall x > 0$  și  $f(1) = f'(1) = 0$ .

404

$f'(x)$  are expresia:

- A**  $-\frac{1}{x^2}$     **B**  $1 - \frac{1}{x^2}$     **C**  $\frac{1}{x^2} - 1$     **D**  $\ln x$     **E** Alt răspuns

405

$f(x)$  are expresia:

- A**  $\frac{2}{x^3}$     **B**  $\frac{2}{x^3} - 2$     **C**  $x \ln x - x$     **D**  $x \ln x + x - 1$     **E** Alt răspuns

406

Numărul soluțiilor reale ale ecuației  $\ln x = 1 - \frac{1}{x}$  este:

- A** 0    **B** 1    **C** 2    **D** 3    **E** Alt răspuns

Se dă funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^4 + 2x^2 - 1$ .

407

Care este valoarea lui  $f(-1)$ ?

- A** 1    **B** 2    **C** 3    **D** 4    **E** 5

408

Care este soluția inecuației  $f(x) \leq 3$ ?

- A**  $\emptyset$     **B**  $[-1, 1]$     **C**  $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$     **D**  $(-\infty, -1]$     **E** alt răspuns

409

Numărul punctelor de extrem local ale funcției  $f$  este:

- A** 0    **B** 1    **C** 2    **D** 3    **E** 4

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

410 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcției este egală cu:

- A** 25      **B** 1      **C**  $5 + \sqrt{17}$       **D** 5      **E**  $5 - \sqrt{17}$

411 Aria mărginită de graficul funcției  $f'$ , dreptele  $x = -2$ ,  $x = 1$  și axa  $OX$  este egală cu:

- A**  $\frac{1}{e} - \frac{4}{e^2}$       **B**  $\frac{4}{e^2} - \frac{1}{e}$       **C**  $\frac{3}{e} - \frac{4}{e^4}$       **D** 1      **E** alt răspuns

412

Funcția  $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \alpha x^2 + 1 - \ln(1+x)$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ , are două puncte de extrem local pentru:

- A**  $\alpha = -2$       **B**  $\alpha = -1$       **C**  $\alpha \in (-2, -1)$       **D**  $\alpha > 2$       **E**  $\alpha < -2$

413

Se dă funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x^2 + 6x + m)$ , unde  $m$  este un parametru real. Funcția  $f$  admite puncte de extrem pentru:

- A**  $m \in (-\infty, 10]$       **B**  $m \in (10, \infty)$       **C**  $m \in \mathbb{R}$       **D**  $m \in (-\infty, 10)$       **E**  $m \in [10, \infty)$

414

Inegalitatea  $a^x \geq x + 1$  are loc pentru orice  $x \in \mathbb{R}$  dacă și numai dacă:

- A**  $a = 1$       **B**  $a = e$       **C**  $a > 1$       **D**  $a > e$       **E**  $a < e$

415

Dacă ecuația  $a^x = x$ , cu  $a > 1$  are o singură soluție reală atunci:

- A**  $a = \frac{1}{e}$       **B**  $a = e$       **C**  $a = e^{\frac{1}{e}}$       **D**  $a = e^e$       **E**  $a = \frac{1}{e^e}$

416

Mulțimea valorilor pozitive ale lui  $a$  pentru care ecuația  $a^x = x + 2$ , are două soluții reale este:

- A**  $(1, \infty)$       **B**  $(0, 1)$       **C**  $(\frac{1}{e}, e)$       **D**  $(\frac{1}{e^e}, e^e)$       **E**  $(e^{\frac{1}{e}}, \infty)$

417

Mulțimea valorilor pozitive ale lui  $a$  pentru care inegalitatea  $a^x \geq x^a$ , are loc pentru orice  $x > 0$  este:

- A**  $\{e\}$       **B**  $(0, 1)$       **C**  $(1, \infty)$       **D**  $(\frac{1}{e}, 1)$       **E**  $(1, e)$

418

Funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2} + \sqrt{x^2 + 2x + 2}$  are proprietatea:

- A** este crescătoare pe  $\mathbb{R}$       **B** este descrescătoare pe  $(-\infty, 0]$  și crescătoare pe  $[0, \infty)$   
**C** este impară      **D**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$   
**E** graficul funcției  $f$  intersectează axa  $Ox$  într-un punct.

419

Să se determine un punct  $P(x_0, y_0)$  pe curba a cărei ecuație este  $y = (x - 2)\sqrt{x}$ ,  $x > 0$ , în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuație  $2y = 5x + 2$ .

- A**  $P(4, 4)$       **B**  $P(9, 21)$       **C**  $P(1, -1)$       **D**  $P(2, 0)$       **E**  $P(3, \sqrt{3})$

420

Ecuația tangentei comune la graficele funcțiilor  $f, g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = \frac{1}{x}$  este:

- A**  $y = -4x - 1$       **B**  $y = -x - 4$       **C**  $y = -2x - 4$       **D**  $y = -4x - 4$   
**E** graficele nu admit tangentă comună

421

Funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2 + 1$  sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

- A**  $a = 1 + e$       **B**  $a = 0$       **C**  $a = 1$       **D**  $a = e - \pi$       **E**  $a = -1$

422

Ecuația tangentei la graficul funcției  $f(x) = \ln \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}$  în punctul de abscisă  $x = 2$  este:

- A**  $x - 7y - 2 = 0$       **B**  $x - 6y - 2 = 0$       **C**  $x - 5y - 2 = 0$       **D**  $x - 4y - 2 = 0$   
**E**  $x - 3y - 2 = 0$

423

Graficele funcțiilor  $f(x) = ax^2 + bx + 2$  și  $g(x) = \frac{x-1}{x}$  au tangentă comună în punctul de abscisă  $x_0 = 1$  dacă:

- A**  $a + b = -1$       **B**  $a = 0, b = 1$       **C**  $a = 1, b = -2$       **D**  $a = 3, b = -5$   
**E**  $a = 3, b = -4$

424

Tangenta la graficul funcției  $f(x) = (a \sin x + b \cos x)e^x$  în punctul  $(0, f(0))$  este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

- A**  $a = b = 1$       **B**  $a = 2, b = 1$       **C**  $a - b = 1$       **D**  $a + b = 1$       **E**  $a^2 + b^2 = 1$

425

Fie  $x_1$  cea mai mică rădăcină a ecuației  $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$ . Atunci  $\lim_{m \rightarrow \infty} x_1$  este:

- A** 1      **B**  $\frac{3}{2}$       **C** 0      **D**  $-\frac{1}{2}$       **E** -1

426

Mulțimea valorilor paramentului real  $a$  pentru care ecuația  $ax - \ln|x| = 0$  are trei rădăcini reale distincte este:

- A**  $(-\infty, 0)$       **B**  $(0, 1)$       **C**  $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$       **D**  $(e^{-1}, \infty)$       **E**  $\emptyset$

Fie funcția  $f : (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = 2 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}.$$

427  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  este:

- A**  $\pi$       **B**  $0$       **C**  $\frac{\pi}{2}$       **D**  $-1$       **E**  $\infty$

428 Mulțimea valorilor funcției este:

- A**  $\{-\pi, 0, \pi\}$       **B**  $\{0\}$       **C**  $\mathbb{R}$       **D**  $(-1, \infty)$       **E**  $(0, \infty)$

429

Mulțimea valorilor lui  $x \in \mathbb{R}$  pentru care este adevărată egalitatea

$$2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = \pi$$

este:

- A**  $(0, \infty)$       **B**  $(-\infty, -1) \cup [1, \infty)$       **C**  $[1, \infty)$       **D**  $[-1, 1]$       **E**  $[2, \infty)$

Fie  $f(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{arctg} |x|$ .

430 Domeniul maxim de definiție al funcției este :

- A**  $[-1, 1]$       **B**  $(-1, 1)$       **C**  $\mathbb{R}$       **D**  $\mathbb{R}^*$       **E**  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

431  $f(\pi)$  este:

- A**  $1$       **B**  $\frac{\pi}{4}$       **C**  $\pi$       **D**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       **E**  $\frac{\pi}{2}$

432 Funcția este strict descrescătoare pe:

- A**  $\mathbb{R}$       **B**  $(-1, 0)$       **C**  $(0, 1)$       **D**  $(-\infty, -1)$       **E**  $(-\infty, -1]$

433

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*$  o funcție care admite primitive și verifică relațiile  $\cos f(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$  și  $|f(\pi) - \pi| \leq \pi$ .  $f(100)$  este:

- A**  $16\pi$       **B**  $8\pi$       **C**  $4\pi$       **D**  $2\pi$       **E**  $0$

434

O primitivă a funcției  $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$ , este:

- A**  $\arccos \sqrt{x}$       **B**  $\arcsin \sqrt{x}$       **C**  $\arccos \frac{1}{x}$       **D**  $\arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$       **E**  $\operatorname{arctg} \sqrt{x}$

435

Mulțimea primitivelor funcției  $f : \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ , este:

- A**  $x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$       **B**  $-x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$       **C**  $x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + c$   
**D**  $-x \operatorname{tg} x - \ln(-\cos x) + c$       **E**  $x \operatorname{tg} x + \ln(-\cos x) + c$

436

Mulțimea primitivelor funcției  $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \sin x}$ , este:

- A**  $x + \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$       **B**  $\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$       **C**  $x + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$       **D**  $\frac{2}{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$       **E**  $x + \frac{2}{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$

437

O primitivă a funcției  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$  este:

- A**  $\arcsin e^x$       **B**  $\arccos e^x$       **C**  $\operatorname{arctg} x$       **D**  $\ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1})$       **E**  $2\sqrt{e^{2x} - 1}$

438

Mulțimea primitivelor funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$  este:

- A**  $\ln \frac{\sqrt{e^x + 1} - 1}{\sqrt{e^x + 1} + 1} + c$       **B**  $\ln \frac{1}{\sqrt{e^x + 1} + 1} + c$       **C**  $2\sqrt{e^x + 1} + c$   
**D**  $-\ln(\sqrt{e^{-x} + 1} + e^{-x/2}) + c$       **E**  $\ln(\sqrt{e^x + 1} - e^x) + c$

439

Mulțimea primitivelor funcției  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x(x^3 + 1)}$  este:

- A**  $\ln x - \ln(x^3 + 1) + c$       **B**  $\ln \frac{x^3}{x^3 + 1} + c$       **C**  $\frac{1}{3} \ln \frac{x^3}{x^3 + 1} + c$   
**D**  $\ln x + \operatorname{arctg} x + c$       **E**  $\ln x \ln(x + 1) + c$

440

Mulțimea primitivelor funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x(x^2 - 2x + 1)}{(x^2 + 1)^2}$  este:

- A**  $e^x \operatorname{arctg} x + c$       **B**  $e^x(1 + x^2)^{-1} + c$       **C**  $\frac{xe^x}{x^2 + 1} + c$       **D**  $\frac{x^2 e^x}{x^2 + 1} + c$       **E**  $\frac{(x+1)e^x}{x^2 + 1} + c$

441

Mulțimea primitivelor funcției  $f : (-\infty, -1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$  este:

- A**  $\arccos \frac{1}{x} + c$       **B**  $\arcsin \frac{1}{x} + c$       **C**  $-\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} + c$       **D**  $\ln \sqrt{x^2 - 1} + c$   
**E**  $\operatorname{arctg} \frac{1}{x} + c$

442

Mulțimea primitivelor funcției  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \frac{e^x + \cos x}{e^x + \cos x + \sin x},$$

este:

- A**  $\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$       **B**  $x + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$   
**C**  $\frac{x}{2} + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$       **D**  $\frac{1}{2}[x + \ln(e^x + \cos x + \sin x)] + c$   
**E**  $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$

443

$$\int_{-2}^0 \frac{x}{\sqrt{e^x + (x+2)^2}} dx \text{ este:}$$

- A**  $-1$       **B**  $-2$       **C**  $-e$       **D**  $2 - e$       **E** alt răspuns

444

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$$

- A**  $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$       **B**  $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$       **C**  $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$       **D**  $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$       **E**  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

445

Funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$   
are primitive dacă și numai dacă:

- A**  $a = 0$       **B**  $a = 1$       **C**  $a = -1$       **D**  $a > 0$       **E**  $a < 0$

446

Fie  $F : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$  astfel ca:  $F'(x) = \frac{1}{x}$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}^*$ ,  $F(-1) = 1$  și  $F(1) = 0$ . Atunci  $F(e) + F(-e)$  este:

- A**  $0$       **B**  $1$       **C**  $2$       **D**  $3$       **E** nu există o astfel de funcție  $F$

Fie  $F$  o primitivă a funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{x^2}$ .

447

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x F(x)}{e^{x^2}} \text{ este:}$$

- A**  $0$       **B**  $1$       **C**  $\frac{1}{2}$       **D**  $\infty$       **E**  $e$

448

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x F(x)}{e^{x^2}} \text{ este:}$$

- A**  $\infty$       **B**  $1$       **C**  $\frac{1}{2}$       **D**  $0$       **E**  $e$

449

Integrala  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}} dx$  este:

- A**  $-\frac{1}{16} - \ln \frac{15}{16}$       **B**  $\ln 3 - 1$       **C**  $\ln \frac{3}{4} - 1$       **D**  $-\frac{1}{4} + \arctg \frac{1}{4}$       **E**  $\frac{1}{4}$

450

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x \frac{dt}{2 + \cos t}$$

- A**  $0$       **B** nu există      **C**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$       **D**  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       **E**  $\infty$

451

$$\int_{-5}^5 (2x - 1) \operatorname{sgn} x \, dx$$

- A** 0                      **B** -50                      **C** 10                      **D** 15                      **E** 50

452

$$\int_0^2 \frac{2x^3 - 6x^2 + 9x - 5}{(x^2 - 2x + 5)^n} \, dx$$

- A** 1                      **B** -1                      **C** 0                      **D**  $\frac{2}{n}$                       **E**  $\frac{n}{2}$

453

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2} \, dx$$

- A**  $\frac{\pi}{4} + 1$                       **B**  $\pi + \frac{1}{2}$                       **C**  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$                       **D**  $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}$                       **E**  $\pi + \frac{1}{4}$

454

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{3-x}} \, dx \text{ este:}$$

- A**  $\frac{3}{2}$                       **B**  $\frac{2}{3}$                       **C**  $\frac{4}{3}$                       **D**  $\frac{3}{4}$                       **E**  $\frac{5}{3}$

455

$$\int_3^8 \frac{dx}{x-1 + \sqrt{x+1}}$$

- A**  $\frac{2}{3} \ln \frac{25}{8}$                       **B**  $\ln 3$                       **C** 5                      **D**  $\sqrt{11}$                       **E**  $3 \operatorname{arctg} \sqrt{3} - 2$

456

$$\int_{\sqrt{e}}^e \frac{\ln x}{x} \, dx \text{ este:}$$

- A**  $\frac{3}{8}$                       **B**  $\frac{3}{4}$                       **C**  $\frac{e}{2}$                       **D**  $\frac{2}{e}$                       **E**  $\frac{1}{8}$

457

Dacă funcția polinomială  $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  verifică egalitățile:

$$P(1) + \dots + P(n) = n^5, \quad n = 1, 2, \dots, \text{ atunci integrala } \int_0^1 P(x) \, dx \text{ este:}$$

- A**  $\frac{1}{2}$                       **B**  $\frac{1}{3}$                       **C**  $\frac{1}{4}$                       **D** 1                      **E** 0

458

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^3 x} \, dx$$

- A**  $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}$                       **B**  $\frac{\pi}{4}$                       **C**  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$                       **D**  $\frac{\pi}{2} - 1$                       **E**  $\frac{\pi}{8} - 2$



459

Să se calculeze  $\int_0^{2\pi} \sin(mx) \cos(nx) dx$ , unde  $m$  și  $n$  sunt două numere întregi.

- A** 0      **B**  $m\pi$       **C**  $\pi$       **D** 1      **E**  $(n+m)\pi$

460

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

- A**  $\operatorname{arctg} e$       **B**  $\frac{\pi}{2}$       **C**  $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$       **D** 0      **E**  $\operatorname{arctg} e + \pi$

461

$$\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|} dx$$

- A**  $\frac{4014}{e}(e-1)$       **B**  $\frac{4016}{e}(e-1)$       **C**  $\infty$       **D**  $\frac{2}{e}(e-1)$       **E**  $2006 - \frac{2006}{e}$

462

$$\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\} dx$$

- A**  $\frac{6}{5}$       **B**  $\frac{5}{6}$       **C**  $\frac{3}{4}$       **D**  $\frac{4}{3}$       **E** 0

463

Integrala  $\int_1^e \ln x dx$  este:

- A** 1      **B** 2      **C** 0      **D**  $e-1$       **E**  $e-2$

464

Integrala  $\int_1^e \ln^2 x dx$  este:

- A** 1      **B** 2      **C** 0      **D**  $e-1$       **E**  $e-2$

465

Să se calculeze  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x dx$ .

- A**  $\frac{1-\ln 2}{2}$       **B**  $\frac{1}{2}$       **C**  $\frac{1}{2} \ln 2$       **D**  $\ln 2$       **E** 1

466

Soluția ecuației  $\int_0^x t e^t dt = 1$  este:

- A** 1      **B** 2      **C** 0      **D**  $e-1$       **E**  $e-2$

467

$$\int_1^{2e} |\ln x - 1| dx$$

- A**  $2 \ln 2$       **B**  $2(e \ln 2 - 1)$       **C**  $e \ln 2$       **D** 1      **E**  $\ln 2 - 1$

468

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x \, dx$$

- A**  $\pi$       **B**  $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$       **C**  $\frac{2\pi}{3}$       **D**  $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$       **E**  $\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

469

$$\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} \, dx$$

- A**  $\frac{3}{2}$       **B**  $\frac{1}{2}$       **C** 1      **D**  $\frac{5}{2}$       **E** 2

470

Să se calculeze  $\int_0^a \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}} \, dx$ , unde  $a > 0$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$

- A**  $\frac{1}{2na}$       **B**  $\frac{n}{2a}$       **C**  $\frac{a}{2n}$       **D**  $2an$       **E**  $\frac{2a}{n}$

471

$$\int_{-1}^1 \sin x \ln(2 + x^2) \, dx$$

- A** 0      **B**  $\ln 2$       **C** 1      **D**  $\frac{\pi}{2}$       **E**  $\ln 3$

472

$\int_0^1 x \ln(1+x) \, dx$  este:

- A**  $\frac{1}{2}$       **B**  $\frac{1}{2} \ln 2$       **C**  $\ln 2$       **D**  $\frac{1}{4}$       **E**  $\frac{1}{4} \ln 2$

473

$\lim_{a \rightarrow 1} \int_0^a x \ln(1-x) \, dx$ ,  $a \in (0, 1)$ :

- A** 0      **B**  $-\frac{1}{4}$       **C**  $-\frac{1}{2}$       **D**  $-\frac{3}{4}$       **E** -1

474

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 \cos x + 3}$$
 este:

- A** 0      **B**  $\frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{5}}$       **C**  $\operatorname{arctg} \sqrt{5}$       **D**  $\operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}}$       **E**  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

475

$$\int_0^{4\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$$
 este:

- A**  $\frac{4\pi}{3}$       **B** 0      **C**  $\frac{4}{5}\pi$       **D**  $\frac{5}{4}\pi$       **E**  $\pi$

476

Integrala  $\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor dx$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  este:

- A**  $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$       **B** 0      **C**  $3n$       **D**  $\frac{4n}{5n+1}$       **E**  $6n$

477

Valoarea lui  $I_n = \int_1^n \frac{dx}{x + [x]}$  este:

- A**  $\ln \frac{2n-1}{2}$       **B**  $\ln \frac{3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots (2n-2)}$       **C**  $\ln 2 - \ln(2n-1)$       **D**  $\frac{1}{2} \ln x$       **E**  $\frac{1}{2} \ln n$

478

Fie  $n$  un număr natural nenul. Să se calculeze  $\int_0^1 \{nx\}^2 dx$ , unde  $\{a\}$  reprezintă partea fracționară a numărului  $a$ .

- A** 1      **B**  $\frac{1}{n}$       **C**  $\frac{1}{3}$       **D**  $\frac{1}{2}$       **E**  $\frac{1}{4}$

479

Integrala  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^{n+2} x + \operatorname{tg}^n x) dx$ , unde  $n > 0$ , este:

- A**  $\frac{1}{n+1}$       **B**  $\frac{1}{n}$       **C**  $\pi/4$       **D**  $n + \frac{\pi}{4}$       **E** 1

480

Integrala  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^9 x + 5 \operatorname{tg}^7 x + 5 \operatorname{tg}^5 x + \operatorname{tg}^3 x) dx$  este:

- A**  $\frac{24}{25}$       **B**  $\frac{\pi}{24}$       **C**  $\frac{25}{24}$       **D**  $\frac{\pi}{25}$       **E** 1

481

Integrala  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$  este:

- A**  $\frac{\pi}{4}$       **B**  $\frac{\pi}{3}$       **C**  $\frac{1}{2}$       **D**  $\frac{1}{3}$       **E** 1

482

$\int_0^{2\pi} \cos^2(nx) dx$ , unde  $n$  este un număr natural nenul, este:

- A** 0      **B**  $\pi$       **C**  $\frac{\pi}{2}$       **D**  $\frac{\pi}{n}$       **E**  $n\pi$

483

Dacă  $a \in \mathbb{N}$  și  $L(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [ne^{ax}] dx$ , atunci mulțimea soluțiilor inecuației  $L(a) \leq e$  este:

- A**  $\{0, 1\}$       **B**  $\{1, 2\}$       **C**  $\emptyset$       **D**  $\{0\}$       **E**  $\mathbb{N}^*$

484

Limita  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{8} \arcsin \frac{k}{2n}$  este:

- A** 0                      **B**  $\frac{\pi}{3}$                       **C**  $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$                       **D**  $\frac{-\pi}{3}$                       **E** 1

485

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

- A**  $\frac{\pi^2}{4}$                       **B**  $\frac{\pi^2-4}{16}$                       **C**  $\frac{\pi^2}{4} - 1$                       **D**  $\frac{\pi}{2}$                       **E** alt rezultat

Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definită prin  $f(a) = \int_0^1 |x - a| \, dx$ .

486

Valoarea  $f(2)$  este:

- A**  $-\frac{5}{2}$                       **B** 0                      **C**  $\frac{x^2}{2} - 1$                       **D**  $\frac{1}{2}$                       **E**  $\frac{3}{2}$

487

Valoarea  $f'(2)$  este:

- A** 1                      **B** 0                      **C**  $x$                       **D**  $-\frac{1}{2}$                       **E**  $\frac{3}{2}$

488

Valoarea minimă a funcției este:

- A** 0                      **B**  $\frac{1}{4}$                       **C**  $\frac{1}{6}$                       **D**  $\frac{1}{2}$                       **E**  $-\frac{1}{4}$

489

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin(2x)}{\sin^4 x + \cos^4 x} \, dx \text{ este:}$$

- A**  $\frac{\pi}{4}$                       **B** 2                      **C** 0                      **D**  $\pi$                       **E** 1

490

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$$

- A** 1                      **B**  $\frac{1}{3}$                       **C** 2                      **D**  $\frac{2}{3}$                       **E**  $\frac{4}{3}$

491

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x| \, dx$$

- A** 1                      **B**  $2(\sqrt{2} - 1)$                       **C**  $2\sqrt{2}$                       **D**  $2 - \sqrt{2}$                       **E** 3

492

$$\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x) \, dx$$

- A**  $\frac{\pi^2}{4}$       **B**  $8\pi^2$       **C** 1      **D**  $2\pi$       **E**  $\frac{\pi^2}{2}$

493

$$\int_0^{\pi} \arcsin(\cos^3 x) \, dx$$

- A**  $\frac{\pi^2}{4}$       **B** 0      **C** 1      **D**  $\frac{\pi^2}{8}$       **E**  $\frac{\pi^2}{6}$

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sin^{2n} x}{\cos^{2n} x + \sin^{2n} x}$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$  este fixat.

494

Funcția  $f$  este o funcție periodică având perioada principală egală cu:

- A**  $2\pi$       **B**  $\frac{\pi}{2}$       **C**  $\pi$       **D**  $\frac{\pi}{4}$       **E** alt răspuns

495

Funcția  $f + c$ ,  $c \in \mathbb{R}$ , are o primitivă periodică dacă și numai dacă  $c$  are valoarea:

- A**  $\pi$       **B**  $-\frac{1}{2}$       **C**  $-\frac{\pi}{4}$       **D**  $-\pi$       **E**  $2\pi$

496

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\pi/3} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x} \, dx$$

- A**  $\frac{\pi}{12}$       **B**  $\frac{\pi}{8}$       **C**  $\frac{\pi}{6}$       **D** 0      **E**  $\infty$

497

$$\int_0^{2\pi} \frac{x \sin^{100} x}{\sin^{100} x + \cos^{100} x} \, dx$$

- A** 0      **B**  $\frac{\pi^2}{4}$       **C**  $\frac{\pi^2}{2}$       **D**  $2\pi$       **E**  $\pi^2$

498

Se consideră funcțiile:  $f_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{1}{x(x^n + 1)}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  și fie  $F_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  primitiva funcției  $f_n$  al cărei grafic trece prin punctul  $A(1, 0)$ . Soluția inecuației  $|\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x)| \leq 1$  este:

- A**  $(0, e]$       **B**  $[\frac{1}{\sqrt{e}}, e]$       **C**  $[\frac{1}{e}, e]$       **D**  $[\frac{1}{e}, \infty)$       **E**  $\emptyset$

499

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x t^2 e^{-t} \, dt$$

- A** 0      **B**  $\ln 3$       **C** 2      **D** 1      **E**  $\infty$

500

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_1^n \frac{x-1}{x+1} dx$$

- A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D**  $e$                       **E**  $\infty$

Fie  $I_n = \int_0^1 x^{2004} \cos(nx) dx$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

501

Limita șirului  $(I_n)$  este:

- A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D**  $\cos 1$                       **E** nu există

502

Limita șirului  $(n I_n)_{n \geq 0}$  este:

- A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D**  $\cos 1$                       **E** nu există

Să se calculeze:

503

$$\int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} dx;$$

- A**  $-\frac{3}{4e^2}$                       **B**  $\frac{3}{4e^2}$                       **C**  $\frac{1}{e}$                       **D**  $\frac{1}{e^2}$                       **E**  $-\frac{1}{2e^2}$

Fie  $I = \int_0^1 \frac{x}{1+x+x^2+x^3} dx$  și  $J = \int_0^1 \frac{1+x+x^2}{1+x+x^2+x^3} dx$ . Atunci

504

$I$  este:

- A**  $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$                       **B**  $\frac{\pi}{8} + \frac{\ln 2}{4}$                       **C**  $\frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$                       **D**  $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$                       **E**  $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

505

$J$  este:

- A**  $\frac{\pi}{8} + \frac{3\ln 2}{4}$                       **B**  $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$                       **C**  $\frac{\pi}{2} + \frac{3\ln 2}{2}$                       **D**  $\frac{\pi}{2} - \frac{3\ln 2}{2}$                       **E**  $\frac{\pi}{4} - \ln 2$

506

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6 + 1} dx$$

- A** 0                      **B**  $\infty$                       **C** 1                      **D**  $\frac{1}{2}$                       **E** 3

507

Se consideră șirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $a_0 = -1$ ,  $a_{n+1} = 2 + \int_{a_n}^1 e^{-x^2} dx$ ,  $n = 0, 1, \dots$

Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

- A**  $(a_{n+1} - a_n)(a_n - a_{n-1}) \leq 0$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$     **B**  $a_n \geq 2$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$     **C**  $a_n \leq 2$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$   
**D** șirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  este crescător                      **E** șirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  este descrescător

508

Fie  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \int_0^{x^2} e^{t^3} dt$ . Atunci  $F'(2)$  este:

- A**  $4e^{64}$       **B**  $e^8$       **C**  $12e^8$       **D**  $3e^2$       **E**  $12e^6$

Fie  $f_n : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \int_0^{x^2} t^n \cdot e^t dt$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

509

$f_1(x)$  este:

- A**  $e^{x^2}(x^2 - 1) + 1$     **B**  $e^{x^2}(x^2 + 1) + 1$     **C**  $e^{x^2}(x^2 + 1) - 1$     **D**  $e^{x^2}x^2 + 1$     **E**  $e^{x^2}$

510

$f'_n(1)$  este:

- A**  $e$       **B**  $2e$       **C**  $2e - 1$       **D**  $e - 1$       **E**  $e + 1$

511

$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$  este:

- A**  $e$       **B**  $1$       **C**  $0$       **D**  $\infty$       **E**  $e^2$

512

$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \int_t^{2t} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} dx$

- A**  $\infty$       **B**  $0$       **C**  $1$       **D**  $2$       **E**  $\frac{\ln 2}{\sin 1}$

513

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [nx] dx$

- A**  $1$       **B**  $\infty$       **C**  $0$       **D**  $\frac{1}{2}$       **E**  $2$

514

$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + x + 1}}$  este:

- A**  $\ln \pi$       **B**  $0$       **C**  $1$       **D**  $\ln 2$       **E**  $\ln 3$

515

Aria domeniului mărginit de axa  $Ox$ , curba  $y = \ln x$  și de tangenta la această curbă care trece prin origine este:

- A**  $e$       **B**  $\frac{e}{2} - 1$       **C**  $\frac{e}{2}$       **D**  $e - 1$       **E**  $2e$

516

Aria cuprinsă între axa  $Ox$ , dreptele  $x = 0$  și  $x = \pi$  și graficul funcției  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}$  este egală cu:

- A**  $\frac{\pi^2}{2}$       **B**  $\frac{\pi^2}{6}$       **C**  $\frac{\pi^2}{4}$       **D**  $\frac{\pi^2}{8}$       **E**  $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$

Se consideră integrala  $I = \int_0^\pi x f(\sin x) dx$ , unde  $f$  este o funcție continuă pe un interval ce conține  $[0, 1]$ .

517

Are loc egalitatea:

- A**  $I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$       **B**  $I = \pi \int_0^\pi f(\sin x) dx$       **C**  $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$   
**D**  $I = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$       **E**  $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$

518

$I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x dx}{1 + \sin^2 x}$  este:

- A**  $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2})$       **B**  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2})$       **C**  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 - 2\sqrt{2})$       **D**  $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln(3 - 2\sqrt{2})$   
**E**  $\frac{\pi}{2} \ln(3 + \sqrt{2})$

519

Aria domeniului mărginit de graficul funcției  $f : [0, \frac{3\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x},$$

axa  $Ox$  și dreptele  $x = 0$  și  $x = \frac{3\pi}{4}$ , este:

- A**  $\frac{\pi}{4}$       **B**  $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$       **C**  $2\pi$       **D**  $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$       **E**  $0$

Fie  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  inversa funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + e^x$ .

520

$g(1)$  este:

- A**  $-1$       **B**  $0$       **C**  $1$       **D**  $\infty$       **E**  $\frac{1}{3}$

521

Limita  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{g(e^x)}$  este:

- A**  $1$       **B**  $\frac{1}{2}$       **C**  $2$       **D**  $\frac{3}{2}$       **E**  $0$

522

Integrala  $\int_1^{1+e} g(t) dt$  este:

- A**  $\frac{1}{2}$       **B**  $e + \frac{1}{2}$       **C**  $2e + \frac{3}{2}$       **D**  $\frac{3}{2}$       **E**  $e + 1$



Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - e^{-x}$  și fie  $g$  inversa lui  $f$ .

523  $f'(x)$  are expresia:

- A**  $1 + e^x$       **B**  $1 + e^{-x}$       **C**  $xe^{-x}$       **D**  $1 - e^{-x-1}$       **E**  $e^{-x-1}$

524  $g'(-1)$  este:

- A** 0      **B** -1      **C** 2      **D**  $\frac{1}{2}$       **E**  $\frac{1}{e}$

525  $\int_0^1 f(x) dx$  este:

- A**  $\frac{1}{e} - \frac{1}{2}$       **B**  $\frac{3}{2} - \frac{1}{e}$       **C**  $\frac{1}{2} - \frac{1}{e}$       **D**  $\frac{1}{e} - \frac{3}{2}$       **E**  $\frac{3}{2} + \frac{1}{e}$

526  $\int_{-1}^{1-1/e} g(x) dx$  este:

- A** -1      **B** 0      **C**  $\frac{3}{2} - \frac{2}{e}$       **D**  $\frac{3}{2} + \frac{1}{e}$       **E**  $\frac{1}{e} - \frac{1}{2}$

527

$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n} dx$  este:

- A** 0      **B** 1      **C**  $\frac{3}{4}$       **D**  $\frac{1}{2}$       **E**  $\frac{1}{4}$

528

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{nx}) dx$  este:

- A** 0      **B**  $e$       **C**  $\frac{1}{2}$       **D**  $\ln 2$       **E**  $\frac{1}{3}$

529

$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n \frac{\ln x}{n \ln n + x \ln x} dx$  este:

- A** 0      **B** 1      **C**  $\frac{1}{2}$       **D**  $\infty$       **E**  $\ln 2$

530

Fie  $\{x\}$  partea fracționară a numărului real  $x$ . Atunci,  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^\pi \{-x\}^n dx$  este:

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E** alt răspuns

531

$\lim_{t \rightarrow 0} \int_{2^t}^{3^t} \frac{x}{\ln x} dx$  este:

- A** 0      **B** nu există      **C**  $\ln \frac{\ln 3}{\ln 2}$       **D**  $\ln \frac{3}{2}$       **E**  $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

532

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_{-1}^0 (x + e^x)^n dx \text{ este:}$$

- A**  $e$       **B**  $0$       **C**  $\infty$       **D**  $1 + e$       **E**  $1/2$

533

$$\int_1^3 \frac{\ln x}{x^2 + 3} dx$$

- A**  $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$       **B**  $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$       **C**  $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$       **D**  $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$       **E** alt răspuns

534

$$\int_0^2 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 2x + 2} dx$$

- A**  $\pi$       **B**  $2\pi$       **C**  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$       **D**  $0$       **E**  $1$

535

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + x + 1} dx$$

- A**  $\frac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$       **B**  $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$       **C**  $\frac{\pi^2}{6}$       **D**  $0$       **E**  $\infty$

536

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{dx}{1 + n^2 \cos^2 x}$$

- A**  $0$       **B**  $\pi$       **C**  $\infty$       **D** limita nu există      **E** alt răspuns

Următoarele enunțuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

537

Fie  $x_n > 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , astfel ca

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^n < 1.$$

Atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ .

538

Fie  $f : [0, b-a] \rightarrow (0, \infty)$  o funcție continuă și  $a < b$ . Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a) + f(b-x)} dx = \frac{b-a}{2}.$$

539

Fie  $f : (-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție continuă. Atunci,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_a^1 x^n f(x) dx = f(1), \quad -1 < a < 1.$$

540

Fie  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  continuă. Atunci,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 x^n f(x^n) dx = \int_0^1 f(t) dt.$$

541

Dacă  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  este continuă și are perioada  $T > 0$ , atunci

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx.$$

542

Fie  $a, b > 0$ . Dacă  $f : [-b, b] \rightarrow \mathbb{R}$  este o funcție continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^b \frac{f(x)}{a^x + 1} dx = \int_0^b f(x) dx.$$

\* \* \*

543

Fie punctele  $A(\lambda, 1)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(3, -1)$ . Să se determine  $\lambda$  astfel încât punctul  $A$  să se afle pe dreapta determinată de punctele  $B$  și  $C$ .

- A** 2                      **B** 3                      **C**  $\frac{5}{2}$                       **D**  $\frac{1}{2}$                       **E**  $\frac{2}{3}$

544

Dreptele  $4x - y + 2 = 0$ ,  $x - 4y - 8 = 0$ ,  $x + 4y - 8 = 0$  determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

- A**  $(\frac{6}{5}, 0)$                       **B**  $(\frac{6}{5}, 1)$                       **C**  $(\frac{5}{6}, 0)$                       **D**  $(\frac{5}{6}, 1)$                       **E**  $(\frac{6}{5}, \frac{5}{6})$

545

Triunghiul  $ABC$  are latura  $[AB]$  pe dreapta  $4x + y - 8 = 0$ , latura  $[AC]$  pe dreapta  $4x + 5y - 24 = 0$ , iar vârfurile  $B$  și  $C$  pe axa  $Ox$ . Ecuația medianei corespunzătoare vârfului  $A$  este:

- A**  $2x + 3y = 0$                       **B**  $3x + 2y = 0$                       **C**  $5x + y = 9$                       **D**  $4x + 3y - 16 = 0$   
**E**  $x + 4y - 17 = 0$

546

Se dau punctele  $A(2, 1)$  și  $B(0, -1)$ . Ecuația simetricii dreptei  $AB$  față de dreapta  $OA$  este:

- A**  $x + 2y - 1 = 0$                       **B**  $3x - 7y + 1 = 0$                       **C**  $2x + y + 5 = 0$                       **D**  $x + y + 1 = 0$   
**E**  $x - 7y + 5 = 0$

547

Fie triunghiul  $ABC$ , unde  $B(-4, -5)$ . Ecuația înălțimii duse din  $A$  este  $5x + 3y - 4 = 0$ . Ecuația dreptei  $BC$  este:

- A**  $5y - 3x + 13 = 0$                       **B**  $3x - 5y + 37 = 0$                       **C**  $y = -5$                       **D**  $x + y - 2 = 0$                       **E**  $y - 2x = 3$

548

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(3, 4)$ ,  $B(-3, -4)$  și  $C(3, -4)$ . Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului  $ABC$  sunt:

- A** (1, 1)      **B** (-1, 0)      **C** (0, 0)      **D** (0, 1)      **E** (0, -1)

549

Fie  $C$  simetricul punctului  $A(-1, -3)$  față de punctul  $B(2, 1)$ . Care sunt coordonatele punctului  $C$ ?

- A** (5, 5)      **B** (4, 5)      **C** (6, 5)      **D** (5, 6)      **E** (4, 6)

550

Fie punctele  $A(0, 2)$  și  $B(3, 3)$ . Notăm cu  $P$  proiecția punctului  $O(0, 0)$  pe dreapta  $AB$ . Care sunt coordonatele punctului  $P$ ? Care este aria triunghiului  $OAB$ ?

- A**  $(-\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}); 3$       **B**  $(-\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}); 6$       **C**  $(\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}); 3$       **D**  $(-\frac{3}{5}, \frac{9}{5}); 3$       **E**  $(-\frac{3}{5}, \frac{9}{5}); 6$

551

Fie  $A(0, -1)$ ,  $d_1 : x - y + 1 = 0$  și  $d_2 : 2x - y = 0$ . Coordonatele punctelor  $B \in d_1$  și  $C \in d_2$  pentru care dreptele  $d_1$  și  $d_2$  sunt mediane în triunghiul  $ABC$  sunt:

- A** (0, 1), (3, 6)      **B** (0, 1), (0, 1)      **C** (-1, 0), (1, 1)      **D** (0, 0), (-1, 1)  
**E** (-1, -1), (1, 1)

552

Fie dreptele

$$(AB) : x + 2y - 1 = 0$$

$$(BC) : 2x - y + 1 = 0$$

$$(AC) : 2x + y - 1 = 0$$

care determină triunghiul  $ABC$ . Bisectoarea unghiului  $B$  are ecuația:

- A**  $x - 3y + 2 = 0$       **B**  $x + y - 1 = 0$       **C**  $3x - y + 2 = 0$       **D**  $x - y + 1 = 0$   
**E**  $x - y + 5 = 0$

553

Pentru ce valori ale parametrului  $\alpha$  ecuațiile  $3\alpha x - 8y + 13 = 0$ ,  $(\alpha + 1)x - 2\alpha y - 5 = 0$  reprezintă două drepte paralele:

- A**  $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = \frac{1}{3}$       **B**  $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = -\frac{1}{3}$       **C**  $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = \frac{2}{3}$   
**D**  $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = -\frac{2}{3}$       **E**  $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \alpha_2 = 3$

554

Se consideră în plan punctele  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 0)$  și dreapta de ecuație  $d : x - 2y + 10 = 0$ . Valoarea minimă a sumei  $S(M) = MA + MB$ , când punctul  $M$  parcurge dreapta  $d$  este:

- A** 2      **B** 10      **C**  $\sqrt{101}$       **D**  $\sqrt{98}$       **E**  $7\sqrt{2}$

555

Dreapta care trece prin  $C(1, 2)$ , neparalelă cu  $AB$  față de care punctele  $A(-1, 1)$  și  $B(5, -3)$  sunt egal depărtate, are ecuația:

- A**  $3x + y - 5 = 0$       **B**  $2x + y - 4 = 0$       **C**  $3x + 2y - 6 = 0$       **D**  $2x + 3y - 4 = 0$   
**E**  $2x + 3y - 6 = 0$

556

Fie punctele  $A(1, 1)$ ,  $B(2, -3)$ ,  $C(6, 0)$ . Coordonatele punctului  $D$  pentru care  $ABCD$  este paralelogram sunt:

- A** (4, 4)      **B** (5, 4)      **C** (3, 5)      **D** (3, 3)      **E** (4, 5)

557

Raza cercului care trece prin punctele  $A(-4, 0)$ ,  $B(4, 4)$ ,  $O(0, 0)$  este:

- A** 6      **B** 7      **C** 8      **D**  $2\sqrt{10}$       **E**  $3\sqrt{5}$

558

Laturile  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$  ale triunghiului  $ABC$  au respectiv ecuațiile:

$$x + 21y - 22 = 0, \quad 5x - 12y + 7 = 0, \quad 4x - 33y + 146 = 0.$$

Distanța de la centrul de greutate al triunghiului  $ABC$  la latura  $BC$  este:

- A** 1      **B** 2      **C** 3      **D** 4      **E** 5

Se dau punctele  $A(0, 1)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(6, 2)$ , și  $D(1, 1)$ .

559

Simetricul punctului  $C$  față de dreapta  $AB$  este:

- A**  $C'(-6, 2)$       **B**  $C'(6, -2)$       **C**  $C'(-6, -2)$       **D**  $C'(1, 7)$       **E**  $C'(1, 4)$

560

Coordonatele punctului  $M \in AB$  pentru care suma  $DM + MC$  este minimă sunt:

- A** (1, -3)      **B** (1, 2)      **C** (-1, 2)      **D** (1, 3)      **E** (2, 3)

561

Coordonatele punctului  $M \in AB$  pentru care suma  $DM^2 + MC^2$  este minimă sunt:

- A** (3, 4)      **B**  $(\frac{7}{4}, \frac{15}{4})$       **C** (2, 3)      **D**  $(\frac{7}{3}, 3)$       **E** (3, 5)

Se consideră în planul  $xOy$  punctele  $S(0, 12)$ ,  $T(16, 0)$  și  $Q(x, y)$  un punct variabil situat pe segmentul  $[ST]$ . Punctele  $P$  și  $R$  aparțin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul  $OPQR$  să fie dreptunghi.

562

Ecuația dreptei  $ST$  este:

- A**  $3x + 4y - 48 = 0$       **B**  $-3x - 4y + 12 = 0$       **C**  $3y - 4x - 36 = 0$       **D**  $3x - y + 12 = 0$   
**E**  $y - 4x + 64 = 0$

563

Aria dreptunghiului  $OPQR$  este:

- A**  $-3x^2 + 12x$       **B**  $12x - \frac{3}{4}x^2$       **C**  $3x^2 + 12x$       **D**  $-4x^2 + 12x$       **E**  $48x - \frac{3}{4}x^2$

564

Valoarea maximă a ariei dreptunghiului  $OPQR$  este:

- A** 32      **B** 48      **C** 64      **D** 96      **E** 84

Punctul  $A(-4, 1)$  este un vârf al pătratului  $ABCD$  parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaștem o diagonală de ecuație  $3x - y - 2 = 0$ .

**565** Aria pătratului  $ABCD$  este:

- A** 45                      **B** 15                      **C** 90                      **D** 30                      **E**  $\frac{45}{2}$

**566** Punctul  $C$  are coordonatele:

- A**  $(4, -1)$               **B**  $(5, -2)$               **C**  $(6, 1)$               **D**  $(\frac{9}{2}, -\frac{7}{2})$               **E**  $(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2})$

Fie în planul  $xOy$  punctele  $A(4, 0)$ ,  $B(5, 1)$ ,  $C(1, 5)$ ,  $D(0, 4)$ .

**567** Patrulaterul  $ABCD$  este:

- A** patrulater oarecare              **B** trapez isoscel              **C** romb              **D** dreptunghi  
**E** trapez dreptunghic

**568** Aria patrulaterului este

- A** 4                      **B** 8                      **C** 1                      **D** 16                      **E** 2

**569** Simetricul punctului  $A$  față de dreapta  $BC$  este punctul de coordonate

- A**  $(1, 5)$               **B**  $(5, 1)$               **C**  $(5, 2)$               **D**  $(6, 2)$               **E**  $(6, 4)$

**570**

În sistemul cartezian  $xOy$ , o dreaptă variabilă  $d$  care conține punctul  $A(0, 5)$  intersectează dreptele  $x - 2 = 0$  și  $x - 3 = 0$  în punctele  $B$ , respectiv  $C$ . Să se determine panta  $m$  a dreptei  $d$  astfel încât segmentul  $BC$  să aibă lungime minimă.

- A**  $m = 0$               **B**  $m = -1$               **C**  $m \in \mathbb{R}$               **D**  $m = 2$               **E** nu există

**571**

Fie dreapta  $\mathcal{D} : x + y = 0$  și punctele  $A(4, 0)$ ,  $B(0, 3)$ . Valoarea minimă a sumei  $MA^2 + MB^2$ , pentru  $M \in \mathcal{D}$  este:

- A**  $\frac{99}{4}$                       **B** 25                      **C**  $\frac{101}{4}$                       **D** 26                      **E**  $\frac{105}{4}$



Se consideră expresia  $E(x, y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$ .

572 Distanța de la punctul  $(x, y)$  la punctul  $(3, 5)$  este:

- A**  $\sqrt{E(x, y) + 34}$       **B**  $\sqrt{E(x, y) - 34}$       **C**  $\sqrt{E(x, y)}$       **D**  $\sqrt{E(x, y) + 1}$   
**E** alt răspuns

573 Valoarea minimă a lui  $E(x, y)$ , pentru  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , este:

- A** 0      **B** -34      **C** 34      **D** -1      **E** 1

574 Se consideră mulțimea  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$ . Valoarea maximă a lui  $E(x, y)$ , pentru  $(x, y) \in D$ , este:

- A** 8      **B** 0      **C** 4      **D** 6      **E** 2

Fie  $ABC$  un triunghi. Notăm cu  $G$  centrul său de greutate, cu  $O$  centrul cercului circumscris, cu  $H$  ortocentrul, cu  $I$  centrul cercului înscris și  $a = BC$ ,  $b = CA$ ,  $c = AB$ .

575 Punctul  $M$  din planul triunghiului  $ABC$  pentru care  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$  este:

- A**  $G$       **B**  $H$       **C**  $I$       **D**  $O$       **E**  $A$

576 Punctul  $N$  din planul triunghiului  $ABC$  pentru care  $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{0}$  este:

- A**  $G$       **B**  $H$       **C**  $I$       **D**  $O$       **E**  $A$

577 Punctul  $R$  din planul triunghiului  $ABC$  pentru care  $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$  este:

- A**  $G$       **B**  $H$       **C**  $I$       **D**  $O$       **E**  $A$

\* \* \*

578

Funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin(4x) + \cos(\sqrt{2}x)$ , are perioada:

- A** 2      **B**  $2\pi$       **C**  $\sqrt{2}\pi$       **D**  $\sqrt{2}$       **E** nu este periodică

579

Valoarea lui  $\arcsin(\sin 3)$  este:

- A** 3      **B** -3      **C** 0      **D**  $\pi - 3$       **E**  $-\cos 3$

580

Valoarea lui  $\sin 15^\circ$  este:

- A**  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$       **B**  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$       **C**  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$       **D**  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$       **E**  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$

Fie numerele complexe  $z_k = \cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$ .

581

Ecuția polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele  $z_k$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) este:

- A**  $x^4 + 1 = 0$       **B**  $x^5 - 1 = 0$       **C**  $x^5 + 1 = 0$       **D**  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$       **E**  $x^4 + x^2 + 1 = 0$

582

Valoarea expresiei  $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5}$  este:

- A** -1      **B** 0      **C**  $\frac{1}{2}$       **D** 1      **E** 2

583

Valoarea expresiei  $\cos \frac{2\pi}{5}$  este:

- A**  $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$       **B**  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$       **C**  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$       **D**  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$       **E** 1

584

$\cos x \cos \frac{5\pi}{4} - \sin x \sin \frac{5\pi}{4} = 1$  dacă și numai dacă:

- A**  $x \in \{2k\pi - \frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $x \in \{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $x \in \{k\pi - \frac{5\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$   
**D**  $x \in \{2k\pi - \frac{5\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$       **E**  $x \in \{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

Se consideră funcția  $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

585

Mulțimea soluțiilor ecuației  $f(x) = 1$  este:

- A**  $\{2k\pi\}_{k \in \mathbb{Z}}$       **B**  $\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$       **C**  $\{k\pi + \frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$       **D**  $\{k\frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$       **E**  $\emptyset$

586

Mulțimea valorilor funcției  $f$  este

- A**  $[0, 1]$       **B**  $[-1, 1]$       **C**  $[0, \frac{1}{n}]$       **D**  $[\frac{1}{2^{n-1}}, 1]$       **E** Alt răspuns

Se consideră ecuația:  $(\sin x + \cos x)^n - a \sin x \cos x + 1 = 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

587

Pentru  $n = 2$  ecuația are soluție dacă și numai dacă

- A**  $a \in [2, 6]$       **B**  $a \in (-\infty, -2] \cup [6, \infty)$       **C**  $a \in (-2, 6)$       **D**  $a \in (-1, 1]$       **E** alt răspuns

588

Pentru  $n = 1$  și  $a = 3$  mulțimea soluțiilor ecuației este:

- A**  $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $\emptyset$       **C**  $\{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$   
**D**  $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **E**  $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

589

Dacă  $x \in (\pi, 2\pi)$  și  $\cos x = \frac{7}{25}$ , atunci  $\sin x$  este:

- A**  $-\frac{24}{25}$       **B**  $-\frac{7}{8}$       **C**  $-\frac{23}{25}$       **D**  $\frac{7}{8}$       **E**  $\frac{24}{25}$

590

$\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$  are valoarea:

- A**  $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$       **B**  $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$       **C**  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       **D**  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       **E** alt răspuns

Fie  $x_1$  și  $x_2$  rădăcinile ecuației  $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ .

591

$\operatorname{arctg} x_1 + \operatorname{arctg} x_2$  este:

- A**  $\frac{\pi}{2}$       **B**  $\frac{\pi}{8}$       **C**  $\frac{3\pi}{8}$       **D**  $\frac{3\pi}{4}$       **E**  $\frac{\pi}{4}$

592

$\operatorname{arctg} x_1 \cdot \operatorname{arctg} x_2$  este:

- A**  $\frac{\pi^2}{8}$       **B**  $\frac{3\pi^2}{16}$       **C**  $\frac{3\pi^2}{64}$       **D**  $\frac{3\pi^2}{32}$       **E**  $\frac{\pi^2}{16}$

593

Fie  $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$  cu proprietatea că  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$ . Atunci perechea  $(\sin x, \cos x)$  este:

- A**  $(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$     **B**  $(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$     **C**  $(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}})$     **D**  $(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}})$     **E**  $(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$

594

Pentru orice  $a, b \in \mathbb{R}$  expresia  $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$  este egală cu:

- A**  $2 \sin^2(a + b)$     **B**  $2 \cos^2(a + b)$     **C**  $4 \sin^2 \frac{a-b}{2}$     **D**  $4 \cos^2 \frac{a-b}{2}$     **E**  $2$

595

Oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ , suma  $\sin^6 x + \cos^6 x$  este egală cu:

- A**  $3 - \sin^2 x \cos^2 x$     **B**  $1 - 3 \sin^2 2x$     **C**  $1$     **D**  $\frac{2}{3}$     **E**  $1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$

596

Dacă  $E = \cos^2(a + b) + \cos^2(a - b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$  atunci, pentru orice  $a, b \in \mathbb{R}$  are loc egalitatea:

- A**  $2E = 1$     **B**  $E = 1$     **C**  $2E + 1 = 0$     **D**  $E = 0$     **E**  $E = -1$

597

Dacă numerele reale  $\alpha$  și  $\beta$  satisfac egalitatea

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 2 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2},$$

atunci:

- A**  $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$     **B**  $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$     **C**  $\alpha - \beta \in \{(2k + 1)\pi | k \in \mathbb{Z}\}$   
**D**  $\alpha - \beta \in \{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$     **E**  $\alpha - \beta \in \{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

598

Numărul  $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$  este egal cu:

- A**  $\frac{\pi}{12}$     **B**  $\frac{\pi}{6}$     **C**  $\frac{\pi}{4}$     **D**  $\frac{5\pi}{12}$     **E**  $\frac{\pi}{2}$

599

Inversa funcției  $f : [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$ ,  $f(x) = \sin x$ , este funcția  $f^{-1} : [-1, 1] \rightarrow [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$  definită prin:

- A**  $f^{-1}(x) = \pi + \arcsin x$     **B**  $f^{-1}(x) = \pi - \arcsin x$     **C**  $f^{-1}(x) = \arcsin x$   
**D**  $f^{-1}(x) = 2\pi - \arcsin x$     **E**  $f^{-1}(x) = -\pi + \arcsin x$

600

Egalitatea  $\arcsin(\sin x) = x$  are loc pentru:

- A** orice  $x \in \mathbb{R}$     **B** orice  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\sin x \in (-1, 1)$   
**C** orice  $x \in [0, 2\pi)$     **D**  $\emptyset$     **E** orice  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

601

Mulțimea valorilor lui  $m \in \mathbb{R}$  pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m \sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m \cos^2 x}$$

este constantă pe  $\mathbb{R}$  este:

- A**  $\{0\}$       **B**  $\{0, 4\}$       **C**  $\{1, 4\}$       **D**  $\{-1, 0\}$       **E**  $\emptyset$

602

Valorile minimă  $m$  și maximă  $M$  ale expresiei  $E(x) = \cos^2 x - 4 \sin x$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ , sunt:

- A**  $m = -1, M = 1$       **B**  $m = -5, M = 5$       **C**  $m = -4, M = 3$   
**D**  $m = -4, M = 4$       **E**  $m = -3, M = 3$

603

Mulțimea soluțiilor ecuației  $2 \cos^2 x - 11 \cos x + 5 = 0$  este:

- A**  $\emptyset$       **B**  $\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$   
**D**  $\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **E**  $\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

604

Ecuația  $4 \sin^2 x - 4 \sin x + 1 = 0$  are următoarea mulțime de soluții:

- A**  $\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$   
**D**  $\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **E**  $\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

605

Dacă  $x \in \mathbb{R}$  și  $\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x)$ , atunci  $\cos 4x$  este:

- A**  $-\frac{1}{8}$       **B**  $\frac{1}{8}$       **C**  $-\frac{1}{2}$       **D**  $\frac{1}{2}$       **E**  $0$

Fie  $S_n, n \in \mathbb{N}^*$ , mulțimea soluțiilor ecuației  $\sin x \sin 2x \dots \sin nx = 1$ .

606

$S_1$  este:

- A**  $\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **D**  $\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\}$       **E**  $\emptyset$

607

$S_{100}$  este:

- A**  $\{\frac{\pi}{101} + k\pi/k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $\{\frac{\pi}{101} + 2k\pi/k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $\emptyset$       **D**  $\bigsqcup_{n=1}^{100} \{\frac{\pi}{5n} + \frac{k\pi}{n+1}/k \in \mathbb{Z}\}$   
**E**  $\{\frac{\pi}{6} + k\pi/k \in \mathbb{Z}\}$

608

Mulțimea soluțiilor ecuației  $\cos 2x = \cos x$  este:

- A**  $\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\}$       **D**  $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$   
**E**  $\{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

609

Mulțimea soluțiilor ecuației  $\sin x = \cos 3x$  este:

- A**  $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\}$       **D**  $\{-\frac{4k \pm 1}{8}\pi | k \in \mathbb{Z}\}$   
**E**  $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

610

Mulțimea soluțiilor ecuației  $\sin 5x = \sin x$  este:

- A**  $\{\frac{k\pi}{5 - (-1)^k} | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $\{\frac{k\pi}{5} | k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $\{\frac{k\pi}{10} | k \in \mathbb{Z}\}$   
**D**  $\{(-1)^k \arcsin \frac{1}{5} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **E**  $\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

611

Ecuația  $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$  are următoarele soluții în intervalul  $[0, \frac{\pi}{2}]$ :

- A**  $\frac{\pi}{4}$  și  $\frac{\pi}{6}$       **B**  $\frac{\pi}{4}$  și  $\operatorname{arctg}(-5)$       **C**  $\frac{\pi}{12}$       **D**  $\frac{\pi}{4}$  și  $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$       **E**  $\frac{\pi}{4}$  și  $\operatorname{arctg} 2$

612

Dacă  $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2 = 0$ , atunci:

- A**  $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z};$       **B**  $x = \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z};$   
**C**  $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z};$       **D**  $x = k\pi - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z};$       **E**  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

613

Ecuația  $\sin x + p \cos x = 2p$ ,  $p \in \mathbb{R}$ , are soluții pentru:

- A**  $|p| > 5$       **B**  $p \in [-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}]$       **C**  $|p| > \frac{2}{3}$       **D**  $|p| = 3$       **E**  $3p^2 > 1$

614

Valoarea lui  $\cos x$  care verifică ecuația  $2 \sin^2 2x - 2 \sin x \sin 3x = 4 \cos x + \cos 2x$  este:

- A**  $\frac{1}{2}$       **B**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       **C**  $-\frac{1}{2}$       **D**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       **E**  $0$

615

Următoarea mulțime reprezintă soluția ecuației  $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \frac{3}{2}$ :

- A**  $\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\}$   
**C**  $\{\pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **D**  $\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **E**  $\{\pm \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

616

Mulțimea tuturor valorilor  $x \in \mathbb{R}$  care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

este:

- A**  $\emptyset$       **B**  $\mathbb{R}$       **C**  $\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **D**  $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **E**  $\{2k\pi | k \in \mathbb{N}\}$

617

Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\left( \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} - \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} \right) \left( \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} - \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} \right) = -4$$

este:

- A**  $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$       **C**  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} ((2k - 1)\frac{\pi}{2}, k\pi)$   
**D**  $\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **E**  $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

618

Fie  $x \in \mathbb{R}$ . Valoarea expresiei

$$\left( \sin x - 2\sqrt[3]{\sin x \cos^2 x} \right)^2 + \left( \cos x - 2\sqrt[3]{\sin^2 x \cos x} \right)^2$$

este:

- A** 1      **B** 2      **C**  $\sin x + \cos x$       **D**  $\sin^3 x + \cos^3 x$       **E**  $\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}$

619

Ecuația  $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 + \sin 2x$  are următoarea mulțime de soluții:

- A**  $\emptyset$       **B**  $\{\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $\{\frac{3\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **D**  $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$   
**E**  $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

620

Egalitatea  $\max(\sin x, \cos x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  este adevărată dacă și numai dacă:

- A**  $x \in \{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $x \in \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $x \in \{-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\}$   
**D**  $x \in \{\frac{11\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$   
**E**  $x \in \{\pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{2\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

621

Mulțimea soluțiilor ecuației  $4 \sin x \cos^3 x - 4 \sin^3 x \cos x = 1$  este:

- A**  $\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$       **B**  $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{8} | k \in \mathbb{Z}\}$       **C**  $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$       **D**  $\{-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\}$   
**E**  $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

622

Soluția ecuației  $2 \arcsin x = \arccos 2x$  este:

- A**  $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$       **B**  $\frac{\pi}{4}$       **C**  $\frac{\pi}{6}$       **D**  $\sqrt{2}-1$       **E**  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

623

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real  $m$  pentru care ecuația

$(\sin x - m)^2 + (2m \sin x - 1)^2 = 0$  are soluții este:

- A**  $[-1, 1]$       **B**  $\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\}$       **C**  $\{-1, 0, 1\}$       **D**  $[-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{2}]$       **E**  $\{\frac{1}{2}\}$

624

Dacă  $S$  este mulțimea soluțiilor ecuației  $(1 - \cos x)^4 + 2 \sin^2 x^2 = 0$ , atunci:

- A**  $S = \emptyset$       **B**  $S \cap \mathbb{Q} = \emptyset$       **C**  $S = \{\pi\}$       **D**  $S = \{0\}$       **E**  $S = \{0, 2\pi\}$



625

Ecuatia  $\sin x + \cos 2x = m$ ,  $m \in \mathbb{R}$ , are soluții dacă și numai dacă:

- A**  $m \in [0, \frac{9}{8}]$     **B**  $m = 1$     **C**  $m = -3$     **D**  $m < -2$     **E**  $m \in [-2, \frac{9}{8}]$

626

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real  $m$  pentru care ecuația  $\cos^2 x + (m + 1) \sin x = 2m - 1$  are soluții este:

- A**  $[1, 2]$     **B**  $\emptyset$     **C**  $\{0\}$     **D**  $[0, 2]$     **E**  $[3, \infty)$

627

Ecuatia  $\sin^6 x + \cos^6 x = m$ ,  $m \in \mathbb{R}$ , are soluții dacă și numai dacă:

- A**  $m \leq 2$     **B**  $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$     **C**  $m = 1$     **D**  $0 \leq m \leq 2$     **E**  $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

628

Mulțimea soluțiilor ecuației  $\sin x + \sin 2x = 2$  este:

- A**  $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$     **B**  $\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$     **C**  $\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\}$   
**D**  $\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$     **E**  $\emptyset$

Se consideră funcția  $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3 \cos^2 x - 4 \sin x$ .

629

Soluția ecuației  $f(x) = \frac{1}{4}$  este:

- A**  $\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\}$     **B**  $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\}$     **C**  $\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\}$     **D**  $\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\}$     **E**  $\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$

630

Valoarea maximă a funcției  $f$  este:

- A**  $-1$     **B**  $\frac{13}{3}$     **C**  $3$     **D**  $\frac{11}{3}$     **E**  $\frac{14}{3}$

631

Mulțimea valorilor lui  $a \in \mathbb{R}$  pentru care ecuația  $f(x) = a$  are soluție este:

- A**  $[-4, \frac{13}{3}]$     **B**  $[-3, \frac{11}{3}]$     **C**  $[-4, \frac{14}{3}]$     **D**  $[-3, \frac{13}{3}]$     **E**  $[-4, \frac{11}{3}]$

632

Numărul soluțiilor ecuației  $f(x) = 5$  este:

- A**  $2$     **B**  $1$     **C**  $0$     **D**  $3$     **E**  $4$

633

Să se arate că dacă  $a = 41$ ,  $b = 28$  și  $c = 15$ , atunci triunghiul  $ABC$  este:

- A** dreptunghic    **B** ascuțitunghic    **C** obtuzunghic    **D** isoscel    **E** echilateral

634

Să se determine unghiurile  $A$  și  $C$  ale triunghiului  $ABC$  dacă  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = 2$ ,  $B = \frac{\pi}{4}$ .

- A**  $A = \frac{\pi}{4}$ ,  $C = \frac{\pi}{2}$     **B**  $A = \frac{\pi}{6}$ ,  $C = \frac{7\pi}{12}$     **C**  $A = \frac{\pi}{3}$ ,  $C = \frac{5\pi}{12}$   
**D**  $A = \frac{7\pi}{12}$ ,  $C = \frac{\pi}{6}$     **E**  $A = \frac{5\pi}{12}$ ,  $C = \frac{\pi}{3}$

635

În triunghiul  $ABC$  avem  $BC = 4$ ,  $m(\hat{A}) = 60^\circ$ ,  $m(\hat{B}) = 45^\circ$ . Atunci  $AC$  are lungimea:

- A**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       **B**  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$       **C**  $\sqrt{6}$       **D**  $\frac{4\sqrt{6}}{3}$       **E**  $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

Fie  $z = \left(1 + \frac{2i}{1-i}\right)^{2005}$ .

636

Valoarea lui  $z$  este:

- A** 1      **B**  $2i$       **C**  $-i$       **D**  $i$       **E**  $-2i + 1$

637

Modulul lui  $z + i$  este:

- A**  $\sqrt{2}$       **B** 2      **C** 1      **D**  $\sqrt{3}$       **E**  $\sqrt{5}$

638

Valoarea expresiei  $2z + \bar{z}$  este

- A**  $-i$       **B**  $-2i$       **C**  $2i + 3$       **D** 3      **E**  $i$

Fie  $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + i)$ . Atunci:

639

$x^{2004}$  este

- A**  $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$       **B**  $-\frac{1}{2^{2004}}$       **C** 0      **D**  $\frac{1}{2^{2004}}$       **E**  $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$

640

$x^{2008}$  este

- A**  $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$       **B**  $-\frac{1}{2^{2008}}$       **C** 0      **D**  $\frac{1}{2^{2008}}$       **E**  $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$

641

Dacă  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$  și  $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$ , atunci:

- A**  $S$  are  $n$  elemente,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ ;  
**B**  $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n; k \in \mathbb{N}; k \neq \frac{n}{2}\}$   
**C**  $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1; k \in \mathbb{N}\}$   
**D**  $S = \{\operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1; k \in \mathbb{N}\}$   
**E**  $S \cap \mathbb{R}$  are cel mult două elemente,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$

642

Fie triunghiul  $ABC$  pentru care  $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$ . Atunci triunghiul este:

- A** echilateral      **B** dreptunghic cu  $A = \frac{\pi}{2}$       **C** dreptunghic cu  $B = \frac{\pi}{2}$  sau  $C = \frac{\pi}{2}$   
**D** ascuțitunghic      **E** obtuzunghic

643

Fie  $z = \frac{(\sqrt{3} + i)^n}{(\sqrt{3} - i)^m}$ ,  $m, n \in \mathbb{N}$ . Să se determine relația dintre  $m$  și  $n$  astfel încât  $z$  să fie real.

- A**  $n - m = 6k$ ,  $k \in \mathbb{N}$    **B**  $n + m = 3k$ ,  $k \in \mathbb{N}$    **C**  $n - m = 3k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$    **D**  $n - m = 0$   
**E**  $n + m = 6k$ ,  $k \in \mathbb{N}$

644

Numărul  $E = (\cos \alpha - i \sin \alpha)(\cos 5\alpha + i \sin 5\alpha)$  este real pentru

- A**  $\alpha = \frac{k\pi}{4}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;   **B**  $\alpha = \frac{k\pi}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;   **C**  $\alpha = k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;  
**D**  $\alpha = \frac{k\pi}{3}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;   **E**  $\alpha = \frac{2k\pi}{3}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

Fie numărul complex  $u = 2 + 2i$ .

645

Forma trigonometrică a numărului complex  $u$  este:

- A**  $u = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$    **B**  $u = \sqrt{8}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$    **C**  $u = 2\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4})$   
**D**  $u = \sqrt{8}(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$    **E**  $u = 2\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$

646

$u^{100}$  este:

- A**  $2^{100}$    **B**  $2^{100}i$    **C**  $-2^{150}i$    **D**  $-2^{150}$    **E**  $-2^{200}$

647

Fie mulțimea  $A = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq |z - i| \text{ și } |z - u| \leq 1\}$ . Modulul lui  $z \in A$  pentru care argumentul lui  $z$  este minim este:

- A** 3   **B**  $\sqrt{8}$    **C**  $\sqrt{7}$    **D** 1   **E**  $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe

$$z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a), \quad z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a).$$

648

Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care numărul complex  $w = z_1^n + z_2^n$  are modulul maxim este:

- A**  $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$    **B**  $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$    **C**  $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$    **D**  $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$    **E** alt răspuns

649

Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care  $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$  este:

- A**  $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$    **B**  $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$    **C**  $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$    **D**  $\emptyset$    **E**  $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

650

Valorile lui  $n$  pentru care  $z_1^n z_2^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , este real și pozitiv sunt:

- A**  $n = 5$    **B**  $n = 4k$ ,  $k \in \mathbb{N}^*$    **C**  $n = 8k + 1$ ,  $k \in \mathbb{N}^*$    **D**  $n = 0$    **E**  $n = 8k + 2$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

Pentru  $n$  și  $k$  numere naturale nenule cu  $n$  fixat, notăm  $a_k = \cos \frac{2k\pi}{n} - 2 + i \sin \frac{2k\pi}{n}$ .

651

Valoarea  $\overline{a_n}$  este:

- A** 1                      **B**  $i$                       **C**  $-1$                       **D** 0                      **E**  $-i$

652

Valoarea sumei  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ,  $n > 1$ , este:

- A**  $-2n$                       **B**  $2n$                       **C**  $1 - 2^n$                       **D**  $ni - 2n$                       **E**  $i + 2n$

653

Valoarea produsului  $a_1 a_2 \dots a_n$  este:

- A**  $2^n - 1$                       **B**  $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$                       **C**  $(2n - 1)(-1)^n$                       **D**  $(-1)^n(2^n - 1)$

654

Să se calculeze expresia  $E = (\sqrt{3} - i)^8 (-1 + i\sqrt{3})^{11}$ :

- A**  $E = 2^{11}$ ;                      **B**  $E = 2^{19}$ ;                      **C**  $E = 2^{15}$ ;                      **D**  $E = 2^5$ ;                      **E**  $2^7$

655

Dacă  $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \alpha$ , atunci expresia  $E = z^n + z^{-n}$  are, pentru orice  $n \in \mathbb{Z}$  și pentru orice  $\alpha \in \mathbb{R}$ , valoarea:

- A**  $z i \sin n\alpha$                       **B**  $\cos n\alpha + i \sin n\alpha$                       **C**  $\operatorname{tg} n\alpha$                       **D**  $2 \cos n\alpha$                       **E**  $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$

656

Câte rădăcini complexe are ecuația  $z^3 = \bar{z}$ ?

- A** 1                      **B** 2                      **C** 3                      **D** 4                      **E** 5

657

Câte rădăcini complexe are ecuația  $z^{n-1} = i\bar{z}$ ,  $n > 2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ?

- A**  $n - 2$                       **B**  $n - 1$                       **C**  $n$                       **D**  $n + 1$                       **E**  $n + 2$

658

Fie numărul complex  $z = \left(\frac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$ . Este adevărată afirmația

- A**  $z = 2^6$                       **B**  $\arg z = \pi$                       **C**  $|z| = 2^{12}$                       **D**  $z = 64i$                       **E**  $\arg z = 2\pi$

## Exemplu Test Admitere

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 9, & x < 0, \\ 2x + 9, & x \geq 0. \end{cases}$

659  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  este:

- A** 10      **B**  $\frac{35}{4}$       **C** 9      **D** -9      **E** 2

660 Valoarea inversei funcției  $f$  în punctul 8 este:

- A** -3      **B** -1      **C** 1      **D** 3      **E**  $f$  nu este inversabilă

Fie  $a$  o rădăcină a ecuației  $x^2 + x + 1 = 0$ .

661  $a^3$  este:

- A** 0      **B** 1      **C**  $i$       **D**  $1 + i\sqrt{3}$       **E** -1

662  $(1 + a)^{2016} + (1 + \bar{a})^{2016}$  este:

- A** -1      **B**  $1 + i\sqrt{3}$       **C** 2      **D** 1      **E**  $i$

Se consideră sistemul de ecuații

$$\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y + az = b \end{cases}$$

unde  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**663** Sistemul are soluție unică dacă și numai dacă:

- A**  $a \neq -2$       **B**  $a \neq 0$       **C**  $a \neq 2$       **D**  $a > 0$       **E**  $a \leq 0$

**664** Sistemul are o infinitate de soluții dacă și numai dacă:

- A**  $a = b = 1$    **B**  $a = -2, b = 0$    **C**  $a = 2, b = 1$    **D**  $a = -1, b = 1$    **E**  $a = -2, b = -2$

Pe  $\mathbb{R}$  se consideră legea de compoziție  $x * y = ax + ay - xy$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ , unde  $a$  este un parametru real.

**665** Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care legea este asociativă este:

- A**  $[0, \infty)$       **B**  $\mathbb{R}$       **C**  $\{-1, 0, 1\}$       **D**  $\{0, 1\}$       **E**  $[0, 1]$

**666** Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care intervalul  $[0, 1]$  este parte stabilă a lui  $(\mathbb{R}, *)$  este:

- A**  $[\frac{1}{2}, 1]$       **B**  $[0, \frac{1}{2}]$       **C**  $[0, 1]$       **D**  $[1, \infty)$       **E**  $\mathbb{R}$

**667** Mulțimea perechilor  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  pentru care  $(\mathbb{R} \setminus \{b\}, *)$  este grup este:

- A**  $\{(0, 0), (1, 0)\}$    **B**  $\{(0, 0), (1, 1)\}$    **C**  $\{(0, 0), (0, 1)\}$    **D**  $\{(-1, 0), (1, 0)\}$   
**E**  $\{(-1, -1), (1, 0)\}$

Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ .

**668**  $A^2$  este:

- A**  $0_2$       **B**  $I_2$       **C**  $A$       **D**  $I_2 + A$       **E**  $-A$

**669** Numărul soluțiilor din  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  ale ecuației  $X^{25} = A$  este:

- A** 2      **B** 0      **C** 10      **D** 25      **E**  $\infty$

Se consideră polinomul  $P = X^3 + X^2 + aX + b \in \mathbb{Z}[X]$ .

**670** Perechea  $(a, b)$  pentru care  $x = 1$  este rădăcina dublă a polinomului  $P$  este:

- A**  $(5, 3)$       **B**  $(5, -3)$       **C**  $(3, 5)$       **D**  $(-5, 3)$       **E**  $(0, 0)$

Să se calculeze integralele:

671  $\int_0^1 |2x - 1| dx$

- A** 0                      **B** 1                      **C**  $\frac{1}{4}$                       **D** 2                      **E**  $\frac{1}{2}$

672  $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x)) dx$

- A** 0                      **B**  $\pi$                       **C**  $\pi^2$                       **D**  $2\pi^2$                       **E**  $4\pi^2$

Să se calculeze:

673  $\int_{-1}^1 \frac{2x + 2}{x^2 + 1} dx$

- A**  $\frac{\pi}{4}$                       **B** 0                      **C**  $\frac{\pi}{2}$                       **D**  $\pi$                       **E**  $\ln 2 + \pi$

674  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \cos(nx) dx$

- A**  $\infty$                       **B** 1                      **C**  $\frac{\pi}{2}$                       **D**  $\pi$                       **E** 0

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{|x^2 - 4|}$ .

675 Mulțimea de derivabilitate a funcției  $f$  este:

- A**  $\mathbb{R} \setminus \{2, -2\}$                       **B**  $\mathbb{R}$                       **C**  $\emptyset$                       **D**  $\{-2, 2\}$                       **E**  $(-2, 2)$

676 Numărul punctelor de extrem local a lui  $f$  este:

- A** 0                      **B** 3                      **C** 1                      **D** 2                      **E** 4

677 Numărul asimptotelor lui  $f$  este:

- A** 1                      **B** 0                      **C** 2                      **D** 3                      **E** 4

Să se calculeze limitele:

678

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 3}{n^2 + 3n + 2}$$

- A** 0                      **B** 1                      **C** 2                      **D** 3                      **E**  $\frac{2}{3}$

679

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

- A** 0                      **B** 1                      **C**  $\sqrt{2}$                       **D** 2                      **E** nu există

680

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \sin n}{n + \sin n}$$

- A** 0                      **B** 1                      **C** nu există                      **D**  $\frac{1}{2}$                       **E**  $\infty$ .

681

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n+3)!}{n!n^3} \right)^n$$

- A** e                      **B**  $e^2$                       **C**  $e^4$                       **D**  $e^6$                       **E**  $\infty$

682

$$\lim_{x \rightarrow +0} ((1+x)^x - 1)^x$$

- A** 0                      **B** 1                      **C** e                      **D**  $\infty$                       **E** nu există

Se consideră punctul  $A(-1, 1)$  și dreapta  $(d) : x - y = 2$ .

683

Simetricul punctului  $A$  față de origine este:

- A** (1, 1)                      **B** (-1, -1)                      **C** (1, -1)                      **D** (2, -1)                      **E** (-1, 2)

684

Distanța de la punctul  $A$  la dreapta  $(d)$  este:

- A**  $\sqrt{2}$                       **B** 2                      **C**  $3\sqrt{2}$                       **D**  $2\sqrt{2}$                       **E** 1.

685

Simetricul punctului  $A$  față de dreapta  $(d)$  este:

- A** (1, -1)                      **B** (2, -2)                      **C**  $(\sqrt{5}, -\sqrt{5})$                       **D**  $(2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$                       **E** (3, -3)



Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin^2 x + 4 \cos x$ .

686

$f(\frac{\pi}{3})$  este:

**A**  $\frac{11}{4}$

**B**  $\frac{5}{2}$

**C**  $\pi$

**D** 0

**E**  $\frac{1}{2}$

687

Valoarea maximă a lui  $f$  este:

**A** 1

**B** 2

**C** 3

**D** 4

**E** 5

688

Ecuția  $f(x) = m$ ,  $m \in \mathbb{R}$ , are soluții dacă și numai dacă  $m$  aparține mulțimii:

**A**  $[0, 1]$

**B**  $[-1, 1]$

**C**  $[-4, 4]$

**D**  $[-2, 0]$

**E**  $[0, 3]$

689

Mulțimea valorilor parametrului real  $m$  pentru care  $x^2 + 2x + m \geq 0$  pentru orice  $x$  real este:

- A**  $(1, \infty)$       **B**  $[1, \infty)$       **C**  $[0, \infty)$       **D**  $\mathbb{R}$       **E**  $\emptyset$

690

Mulțimea soluțiilor ecuației  $\frac{2 \lg(x-2)}{\lg(5x-14)} = 1$  este:

- A**  $\emptyset$       **B**  $\{3, 6\}$       **C**  $\{4\}$       **D**  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$       **E**  $\{6\}$

691

$\sin^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{3}$  este:

- A**  $\sqrt{2}$       **B**  $\frac{1}{2}$       **C**  $\frac{1}{3}$       **D** 1      **E**  $\sqrt{3}$

692

Numărul soluțiilor din intervalul  $[0, 2\pi]$  ale ecuației  $\sin x = \cos x$  este:

- A** 4      **B** 0      **C** 1      **D** 3      **E** 2

693

Valoarea minimă a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ , este:

- A**  $\frac{1}{2}$       **B**  $\frac{1}{4}$       **C**  $\frac{3}{4}$       **D**  $\frac{1}{3}$       **E** 0

Se consideră punctele  $A(0, 3)$ ,  $B(1, 0)$  și  $C(6, 1)$ .

**694** Coordonatele mijlocului segmentului  $AC$  sunt:

- A** (2, 2)      **B** (3, 2)      **C** (3, 4)      **D** (3, 3)      **E** (4, 3)

**695** Coordonatele punctului  $D$  pentru care  $ABCD$  este paralelogram sunt:

- A** (5, 4)      **B** (5, 5)      **C** (4, 4)      **D** (6, 4)      **E** (2, 4)

**696** Centrul de greutate al triunghiului  $ABC$  are coordonatele:

- A**  $\left(3, \frac{4}{3}\right)$       **B**  $\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$       **C**  $\left(4, \frac{4}{3}\right)$       **D**  $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$       **E** (1, 1)

Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + az = 1 \\ 3x + y + 4z = 2b^3 \end{cases}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

**697** Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

- A**  $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}; b \in \mathbb{R}$       **B**  $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}; b = 1$       **C**  $a = b = 2$       **D**  $a = 1; b \in \mathbb{R}$   
**E**  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; b \in \mathbb{R}$

**698** Numărul perechilor  $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  pentru care sistemul este compatibil nedeterminat este:

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E** infinit

Să se calculeze:

**699**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{n + 2}$

- A**  $\infty$       **B** 1      **C** 0      **D** 2      **E**  $e$

**700**  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$

- A** nu există      **B** 2      **C** 0      **D**  $\infty$       **E** 1

**701**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - \sin x}{x + \sin x}$

- A** 0      **B** 1      **C** 3      **D**  $\infty$       **E** -1

**702**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( n - \sum_{k=1}^n e^{\frac{k}{n^2}} \right)$

- A**  $\infty$       **B** -1      **C**  $e$       **D** 0      **E**  $-\frac{1}{2}$

Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x e^{\frac{a}{x}}$ , unde  $a$  este un parametru real.

**703** Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care graficul funcției  $f$  admite asimptota  $y = x + 2$  este:

- A**  $\{-2, 2\}$       **B**  $\{1\}$       **C**  $\{2\}$       **D**  $\{-1\}$       **E**  $\emptyset$

**704** Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care graficul funcției  $f$  are două asimptote este:

- A**  $(0, 1)$       **B**  $(1, \infty)$       **C**  $(-\infty, 0)$       **D**  $(0, \infty)$       **E**  $\emptyset$

Se consideră polinomul

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{100} = a_0 + a_1x + \dots + a_{199}x^{199} + a_{200}x^{200}$$

având rădăcinile  $x_1, x_2, \dots, x_{200}$ .

**705** Valoarea lui  $P(0)$  este:

- A** 30      **B** 0      **C** 200      **D** 100      **E** 1

**706** Valoarea lui  $a_1$  este:

- A** 100      **B** 200      **C** 199      **D** 1      **E** 0

**707** Restul împărțirii polinomului  $P$  la  $x^2 + x$  este:

- A**  $100x - 1$       **B** 0      **C** 99      **D**  $100x + 1$       **E** 1

**708** Suma  $\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{1 + x_k}$  este:

- A** 100      **B** 200      **C**  $-100$       **D** 0      **E** 1

Pe mulțimea  $\mathbb{Z}$  se definește legea de compoziție “\*” prin

$$x * y = xy + mx + my + 2, \quad \text{unde } m \in \mathbb{Z}.$$

709

$0 * 0$  este:

**A** 4

**B** 3

**C** 2

**D** 5

**E** 6

710

Fie  $m = -1$ . Știind că “\*” este asociativă,  $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$  este:

**A** 1

**B** -1

**C** 2

**D** -2

**E** 0

711

Mulțimea valorilor parametrului  $m$  pentru care legea “\*” admite element neutru este:

**A**  $\{-1, 0, 2\}$

**B**  $\{-1, 1, 2\}$

**C**  $\{-1, 2\}$

**D**  $\{-1\}$

**E**  $\{2\}$

712

Dacă  $m = 2$ , atunci numărul elementelor simetrizabile în raport cu “\*” este:

**A** 1

**B** 2

**C** 0

**D** 4

**E** infinit

713

Funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \int_0^1 |t - x|^3 dt$ , are valoare minimă pentru  $x$  egal cu:

**A** 1

**B** 0

**C**  $\frac{1}{2}$

**D**  $\frac{1}{4}$

**E** -1

Să se calculeze:

714  $\int_0^1 x^9 dx$

- A**  $\frac{1}{8}$       **B**  $\frac{2}{9}$       **C**  $\frac{1}{9}$       **D**  $\frac{1}{10}$       **E** 10

715  $\int_0^2 \frac{1}{4+x^2} dx$

- A**  $\frac{\pi}{6}$       **B**  $\frac{\pi}{8}$       **C**  $\frac{\pi}{4}$       **D**  $\frac{\pi}{2}$       **E**  $\pi$

716  $\int_0^1 \ln(x+1) dx$

- A**  $\ln \frac{e}{2}$       **B**  $\ln \frac{2}{3}$       **C** 0      **D**  $\ln \frac{4}{e}$       **E**  $\ln 2$

717  $\int_0^1 \frac{1+x^2}{1+x^2+x^4} dx$

- A**  $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$       **B**  $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$       **C**  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$       **D**  $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$       **E**  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

718  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{1/n}^n \frac{\operatorname{arctg}(x^2)}{1+x^2} dx$

- A**  $\frac{\pi^2}{2}$       **B**  $\frac{\pi^2}{4}$       **C**  $\frac{\pi^2}{8}$       **D**  $\pi^2$       **E**  $\frac{\pi^2}{6}$

Admitere 16 iulie 2017

719

Fie șirul  $a_n = n\sqrt{n}(\sqrt{n+1} - a\sqrt{n} + \sqrt{n-1})$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .  
Dacă șirul  $(a_n)$  este convergent, atunci limita lui este:

- A** 0                      **B** -1                      **C**  $-\frac{1}{2}$                       **D**  $\frac{1}{2}$                       **E**  $-\frac{1}{4}$

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{16x^2 + 1} + 4x - 5$ .

720

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  este:

- A**  $-\infty$                       **B** -5                      **C** 4                      **D** 8                      **E** 0

721

Numărul asimptotelor funcției  $f$  este:

- A** 2                      **B** 0                      **C** 1                      **D** 3                      **E** 4

Se consideră ecuația  $a^x = 2x + 1$ , unde  $a \in (0, \infty)$  este fixat.

722

Valoarea lui  $a$  pentru care ecuația admite rădăcina  $x = 1$  este:

- A** 2                      **B** 1                      **C** 3                      **D**  $\ln 2$                       **E**  $e$

723

Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care ecuația admite o singură rădăcină reală este:

- A**  $(0, +\infty) \setminus \{e^2\}$     **B**  $(0, 1] \cup \{e^2\}$     **C**  $(0, e^2]$     **D**  $[1, +\infty)$     **E**  $(0, 1] \cup \{e\}$

724

Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - \operatorname{tg}^3 x}$ . Valoarea lui  $f'(0)$  este:

- A** -1                      **B**  $-\frac{1}{5}$                       **C**  $\frac{1}{5}$                       **D**  $\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$                       **E**  $-\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$

Să se calculeze:

725  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 3^x}{2 \cdot 3^x + 1}$

- A** 2                      **B** 0                      **C**  $+\infty$                       **D** 3                      **E**  $\frac{1}{2}$

726  $\lim_{x \rightarrow +0} ((x+9)^x - 9^x)^x$

- A** nu există                      **B** 0                      **C**  $e$                       **D** 1                      **E**  $\ln 9$

Să se calculeze:

727  $\int_0^3 \frac{dx}{x^2 + 9}$

- A**  $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$                       **B**  $\frac{\pi}{6}$                       **C**  $\frac{\pi}{4}$                       **D**  $\frac{\pi}{18}$                       **E**  $\frac{\pi}{12}$

728  $\int_1^e \ln \frac{1}{x} dx$

- A** -1                      **B** 1                      **C**  $2e - 1$                       **D**  $1 - 2e$                       **E**  $e + 1$

729  $\int_{-1}^1 \frac{\arccos x}{1+x^2} dx$

- A** 0                      **B**  $\frac{\pi}{4}$                       **C**  $\frac{\pi^2}{2}$                       **D**  $\frac{\pi}{2}$                       **E**  $\frac{\pi^2}{4}$

730  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_2^e (\ln x)^n dx$

- A**  $e$                       **B** 0                      **C** 1                      **D**  $\ln 2$                       **E**  $\infty$

731

Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 3x + 2$  și fie  $f^{-1}$  inversa funcției  $f$ .  
Valoarea  $(f^{-1})'(-2)$  este:

- A** 15                      **B**  $\frac{1}{6}$                       **C** 3                      **D**  $\frac{1}{3}$                       **E** 2



În planul  $xOy$  se consideră punctele  $A(3, 0)$  și  $B(0, 4)$ .

**732** Distanța de la originea planului la dreapta  $AB$  este:

- A** 2                      **B**  $\frac{4}{3}$                       **C**  $\frac{12}{5}$                       **D** 3                      **E**  $2\sqrt{2}$

**733** Ecuația mediatoarei segmentului  $[AB]$  este:

- A**  $(x - \frac{3}{2}) + (y - 2) = 0$    **B**  $4x + 3y + 4 = 0$    **C**  $3x - 4y + 4 = 0$    **D**  $6x - 8y + 7 = 0$   
**E**  $x - y = 0$

**734**

Se consideră familia de funcții  $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_m(x) = x^2 - (4m + 3)x + 4m + 2$ ,  $m \in \mathbb{R}$ . Punctul din plan prin care trec toate graficele funcțiilor  $f_m$  este situat pe:

- A** axa  $Oy$    **B** axa  $Ox$    **C** prima bisectoare   **D** a doua bisectoare   **E** alt răspuns

Fie  $e$  baza logaritmului natural. Pe intervalul  $(0, +\infty)$  definim legea de compoziție  $x * y = x^{2 \ln y}$ ,  $\forall x > 0, y > 0$ .

**735** Elementul neutru este:

- A**  $\sqrt{e}$                       **B** 1                      **C**  $e$                       **D**  $\frac{1}{\sqrt{e}}$                       **E**  $e^2$

**736** Pentru  $x \neq 1$ , simetricul lui  $x$  în raport cu legea “\*” este:

- A**  $e^{-x}$                       **B**  $\frac{1}{x}$                       **C**  $e^{\frac{1}{4 \ln x}}$                       **D**  $x^{-2 \ln x}$                       **E**  $\frac{1}{2 \ln x}$

**737** Valoarea lui  $a > 0$  pentru care structura algebrică  $((0, \infty) \setminus \{a\}, *)$  este grup, este:

- A**  $e$                       **B** 1                      **C**  $\frac{1}{e}$                       **D**  $e^2$                       **E**  $\sqrt{e}$

**738** Numărul  $e * e * \dots * e$ , unde  $e$  apare de 10 ori, este:

- A**  $e^{256}$                       **B**  $e^{10}$                       **C**  $e^{512}$                       **D**  $10^{\ln 10}$                       **E**  $e^{1024}$

Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} ax + y + z = -1 \\ x + ay + z = -a \\ x + y - z = -2 \end{cases}, \text{ unde } a \in \mathbb{R}.$$

**739** Determinantul sistemului este:

- A**  $a^2$     **B**  $a^2 + 2a - 3$     **C**  $a^2 - 2a + 3$     **D**  $-a^2 - 2a + 3$     **E**  $2a + 3$

**740** Sistemul este incompatibil dacă și numai dacă:

- A**  $a = -1$     **B**  $a = 1$     **C** alt răspuns    **D**  $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\}$     **E**  $a = -3$

**741** Numărul valorilor lui  $a \in \mathbb{R}$  pentru care sistemul admite soluții  $(x, y, z)$ , cu  $x, y, z$  în progresie aritmetică în această ordine, este:

- A** 0    **B** 3    **C** 1    **D** 2    **E**  $\infty$

Se consideră funcția  $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin x + \cos 2x$ .

**742**  $f(0)$  este:

- A** 3    **B** -1    **C** 2    **D**  $1/2$     **E** 1

**743** Numărul soluțiilor ecuației  $f(x) = 1$  este:

- A** 1    **B** 3    **C** 2    **D** 5    **E** 0

**744** Mulțimea valorilor parametrului real  $m$  pentru care ecuația  $f(x) = m$  are soluții este:

- A**  $[0, \frac{9}{8}]$     **B**  $[-2, 0]$     **C**  $[-2, \frac{9}{8}]$     **D**  $\mathbb{R}$     **E** alt răspuns

**745** Numărul soluțiilor reale ale ecuației  $16^x = 3^x + 4^x$  este:

- A** 2    **B** 1    **C** 3    **D** 0    **E** 4

Se dă ecuația  $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

**746** Valoarea sumei  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  este:

- A** -2                      **B** -4                      **C** 2                      **D** 4                      **E** 1

**747** Ecuația cu rădăcinile  $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}$  este:

- A**  $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$                       **B**  $x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0$   
**C**  $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$                       **D**  $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$   
**E**  $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

**748** Valoarea sumei  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$  este:

- A** -3                      **B** 3                      **C** -2                      **D** 2                      **E** 1

749  $\int_{-1}^1 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$  este:

- A**  $-e$       **B**  $\ln 2$       **C**  $-\ln 2$       **D**  $0$       **E**  $2\ln 2$

750  $\int_0^1 \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}$  este:

- A**  $\pi$       **B**  $\frac{\pi}{4}$       **C**  $\frac{\pi}{2}$       **D**  $\ln 2$       **E**  $\frac{\pi}{2} \ln 2$

751  $\int_0^1 \sqrt{\frac{x}{1+x^3}} dx$  este:

- A**  $\frac{3}{2} \ln 3$       **B**  $\frac{2}{3} \ln(\sqrt{2} + \sqrt{3})$       **C**  $\frac{2}{3} \ln 2$       **D**  $\frac{2}{3} \ln(1 + \sqrt{2})$       **E**  $\frac{3}{2} \ln 2$

752  $\int_{-1}^1 \frac{x}{e^x + x + 1} dx$  este:

- A**  $0$       **B**  $\ln \frac{e}{1+e}$       **C**  $\ln \frac{e+1}{e-1}$       **D**  $\frac{e+1}{e-1}$       **E**  $\ln \frac{e}{2+e}$

753

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x+1}$  este:

- A** 0                      **B** 2                      **C** 1                      **D**  $\infty$                       **E** e

754

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \ln(e^x + 2^x) - \sqrt{x^2 - 4x + 1} \right)$  este:

- A**  $\infty$                       **B** 0                      **C** 2                      **D**  $\ln 2$                       **E** 4

755

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{x^a} - x^{x^b}}{\ln^2 x}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , este:

- A**  $\frac{a-b}{2}$                       **B**  $b-a$                       **C**  $e^a - e^b$                       **D**  $ab(a-b)$                       **E**  $a-b$

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{2x}(x^2 + x + m)$ , unde  $m$  este un parametru real.

756

$f(0)$  este:

- A** 0                      **B**  $m+3$                       **C**  $e^2(m+3)$                       **D**  $m$                       **E**  $-m$

757

$f$  este monotonă pe  $\mathbb{R}$  dacă și numai dacă  $m$  aparține mulțimii:

- A**  $[\frac{1}{4}, 1]$                       **B**  $[0, \infty)$                       **C**  $(0, \infty)$                       **D**  $\mathbb{R}$                       **E**  $[\frac{1}{2}, \infty)$

758

$f$  are două puncte de extrem dacă și numai dacă  $m$  aparține mulțimii:

- A**  $(-\infty, \frac{1}{2})$                       **B**  $[0, \infty)$                       **C**  $(-2, 2)$                       **D**  $\mathbb{R}$                       **E**  $(-1, 1)$

759

Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x-a| \sin x$ , unde  $a$  este un parametru real. Numărul valorilor lui  $a$  pentru care  $f$  este derivabilă pe  $\mathbb{R}$  este:

- A** 2                      **B** 0                      **C** 1                      **D** infinit                      **E** 4

760

Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin formula de recurență  $x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2$ ,  $x_0 = a \in \mathbb{R}$ . Șirul este convergent dacă și numai dacă  $a$  aparține mulțimii:

- A**  $[1, 2]$                       **B**  $[-1, 1]$                       **C**  $[0, 2]$                       **D**  $[0, 1]$                       **E**  $[-1, 0]$

761

Dacă  $a = \log_6 2$ , atunci  $\log_3 12$  este:

- A** 4                      **B**  $\frac{2+a}{2-a}$                       **C**  $\frac{a+4}{a+3}$                       **D**  $\frac{1+a}{1-a}$                       **E**  $\frac{1}{4}$

Ecuția  $x^2 - 2mx + 2m^2 - 2m = 0$ , unde  $m$  este un parametru real, are rădăcinile reale  $x_1$  și  $x_2$ .

762 Suma  $x_1 + x_2$  este:

- A**  $2m$       **B**  $2$       **C**  $2m^2 - 2m$       **D**  $m$       **E**  $-m$

763 Mulțimea valorilor produsului  $x_1 x_2$  este:

- A**  $[0, 4]$       **B**  $[-\frac{1}{2}, 4]$       **C**  $[\frac{1}{2}, 2]$       **D**  $[-1, 2]$       **E**  $\mathbb{R}$

Se consideră ecuația  $x^5 + a^2x^4 + 1 = 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , cu rădăcinile  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$ .

764 Valoarea sumei  $\sum_{i=1}^5 x_i$  este:

- A**  $-5a$       **B**  $a^4$       **C**  $-a^2$       **D**  $0$       **E**  $-a^4$

765 Valoarea sumei  $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{x_i^4}$  este:

- A**  $0$       **B**  $a^4$       **C**  $-5a^4$       **D**  $-4a^2$       **E**  $a^3$

766 Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care două dintre rădăcinile ecuației au partea imaginară negativă este:

- A**  $[-1, 1]$       **B**  $\emptyset$       **C**  $(-\infty, 0]$       **D**  $(-\infty, 0)$       **E**  $\mathbb{R}$

767

Numărul valorilor parametrului real  $a$  pentru care sistemul 
$$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \end{cases}$$

are cel puțin o soluție este:

- A**  $0$       **B**  $2$       **C**  $1$       **D**  $3$       **E** infinit

768

Fie  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  și  $\lambda \in \mathbb{R}$  astfel ca  $A^2 - \lambda A + \lambda^2 I_2 = O_2$ . Matricea  $A^{2018}$  este:

- A**  $\lambda^{2018} I_2$       **B**  $A$       **C**  $\lambda^{2016} A^2$       **D**  $\lambda^2 A^2$       **E**  $O_2$

Se consideră grupul  $(G, \star)$ , unde  $G = (-1, 1)$  și  $x \star y = \frac{x + y}{1 + xy}$ .

769  $\frac{2}{3} \star \frac{3}{4}$  este:

- A**  $\frac{9}{12}$       **B** 0      **C** 1      **D**  $\frac{14}{15}$       **E**  $\frac{17}{18}$

770 Elementul neutru al grupului  $(G, \star)$  este:

- A**  $\frac{1}{2}$       **B** 0      **C**  $-\frac{1}{2}$       **D**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       **E**  $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

771 Dacă  $((0, \infty), \cdot)$  este grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive, atunci funcția crescătoare  $f: G \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = \frac{a+x}{b-x}$ , este un izomorfism de grupuri pentru:

- A**  $a = b = 2$     **B**  $a = -b = 1$     **C**  $a = -b = -1$     **D**  $a = b = -1$     **E**  $a = b = 1$

772  $\frac{1}{2} \star \frac{1}{4} \star \dots \star \frac{1}{10}$  este:

- A**  $\frac{5}{6}$       **B**  $\frac{10}{13}$       **C**  $\frac{11}{15}$       **D**  $\frac{7}{9}$       **E**  $\frac{8}{9}$

773

Numărul valorilor parametrului real  $m$  pentru care ecuația  $\sqrt{\cos^4 x + 4 \sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + 4 \cos^2 x} = m$  are soluții este:

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E** infinit

Fie  $f: [0, 3\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin x + \cos(4x)$ .

774  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  este:

- A** 2      **B** 1      **C** 0      **D**  $\sqrt{2}$       **E**  $2\sqrt{2}$

775 Numărul soluțiilor ecuației  $f(x) = 2$  este:

- A** 1      **B** 2      **C** 3      **D** 4      **E** 6

776

Ecuațiile dreptelor care sunt la distanță 2 de punctul  $A(2, 1)$  și trec prin originea  $O(0, 0)$  sunt:

- A** alt răspuns    **B**  $3x + 4y = 0$     **C**  $y = \pm x$     **D**  $2x \pm y = 0$     **E**  $x \pm 2y = 0$

Se consideră punctele  $A(6, 0)$ ,  $B(0, 3)$  și  $O(0, 0)$  în plan.

**777** Ecuția înălțimii din  $O$  a triunghiului  $AOB$  este:

**A**  $x = 2y$

**B**  $2y = 3x$

**C**  $y = 2x$

**D**  $x = y$

**E**  $3x = y$

**778** Coordonatele centrului de greutate al triunghiului  $AOB$  sunt:

**A**  $(2, 1)$

**B**  $(1, 1)$

**C**  $(1, 2)$

**D**  $(2, 2)$

**E**  $(3, 2)$



Admitere 16 iulie 2018

Calculați:

779

$$\int_1^5 \frac{dx}{x+3}$$

- A**  $\ln 2$       **B**  $\ln 3$       **C**  $\ln 4$       **D**  $\ln 5$       **E**  $\ln 8$

780

$$\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$$

- A**  $\operatorname{arctg} \frac{e}{e+1}$       **B**  $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$       **C**  $\operatorname{arctg} \frac{e}{e^2+1}$       **D**  $\ln \frac{e}{e+1}$       **E**  $\ln(2e)$

781

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$$

- A**  $\ln 2$       **B**  $\pi \ln 4$       **C**  $\pi \ln 8$       **D**  $\ln \left( \frac{\pi}{4} \right)$       **E**  $\ln(\pi e)$

782

Fie  $\{x\}$  partea fracționară a numărului real  $x$ . Atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^\pi \{x\}^n dx$  este:

- A**  $\frac{\pi}{2}$       **B** 4      **C** 2      **D**  $\pi$       **E** 3

783

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 9^x + 5^x + 4}{9^{x+1} - 5^x + 2^x}$  este:

- A**  $\frac{2}{9}$       **B** 2      **C** 1      **D**  $\frac{1}{9}$       **E**  $+\infty$

Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + ax$ , unde  $a$  este un parametru real.

784  $f'(0)$  este:

- A**  $1 + a$       **B**  $a$       **C**  $1 - a$       **D**  $1$       **E**  $0$

785 Graficul lui  $f$  este tangent axei  $Ox$  dacă:

- A**  $a = 2$       **B**  $a = -1$       **C**  $a = 1$       **D**  $a = 0$       **E**  $a = 3$

786 Pentru  $a = -3$ , numărul punctelor de extrem local ale funcției  $g(x) = |f(x)|$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , este:

- A**  $4$       **B**  $1$       **C**  $2$       **D**  $3$       **E**  $5$

787 Pentru  $a = 1$ ,  $(f^{-1})'(2)$  este:

- A**  $1/2$       **B**  $1/4$       **C**  $1/3$       **D**  $0$       **E**  $+\infty$

Se consideră în plan punctul  $A(0, -1)$ , dreptele  $d_1: x - y + 1 = 0$ ,  $d_2: 2x - y = 0$  și punctele  $B \in d_1$ ,  $C \in d_2$ , astfel încât  $d_1$  și  $d_2$  sunt mediane în triunghiul  $ABC$ .

788 Intersecția dreptelor  $d_1$  și  $d_2$  are coordonatele:

- A**  $(-1, 2)$       **B**  $(2, 3)$       **C**  $(1, 2)$       **D**  $(-1, 0)$       **E**  $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$

789 Punctul  $B$  are coordonatele:

- A**  $(3, 6)$       **B**  $(0, 1)$       **C**  $(1, 2)$       **D**  $(-1, 0)$       **E**  $(-2, -1)$

790 Se consideră punctele  $A(2, 3)$  și  $B(4, 5)$ . Mediatoarea segmentului  $[AB]$  are ecuația:

- A**  $2x - y = 2$       **B**  $2x + y = 10$       **C**  $x + 2y = 11$       **D**  $-x + y = 1$       **E**  $x + y = 7$

Se consideră polinomul  $P(X) = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$ , având rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ . Notăm cu  $R(X)$  restul împărțirii polinomului  $P(X)$  prin  $X^3 + X$ .

791  $P(i)$  este:

- A**  $2 + i$                       **B**  $1 + i$                       **C**  $2$                       **D**  $i$                       **E**  $0$

792  $R(X)$  este:

- A**  $2 + X + X^2$                       **B**  $2 + X$                       **C**  $2 + X - X^2$                       **D**  $X$                       **E**  $1$

793  $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$  este:

- A**  $\frac{15}{2}$                       **B**  $5$                       **C**  $6$                       **D**  $8$                       **E**  $7$

Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  și fie  $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Notăm  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

794  $2A - A^2$  este:

- A**  $A + I_2$                       **B**  $I_2$                       **C**  $2I_2$                       **D**  $O_2$                       **E**  $A - I_2$

795  $A^{48}$  este:

- A**  $O_2$                       **B**  $2^{12}I_2$                       **C**  $2^{48}I_2$                       **D**  $2^{48}A$                       **E**  $2^{24}I_2$

796  $\frac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$  este:

- A**  $16$                       **B**  $2$                       **C**  $8$                       **D**  $4$                       **E**  $1$

797 Perechea  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ , pentru care  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b) = 0$ , este:

- A**  $\left(2, \frac{3}{2}\right)$                       **B**  $(-2, -1)$                       **C**  $(-2, -2)$                       **D**  $(2, -2)$                       **E**  $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

798  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{e^x} \cdot \sin x$  este:

- A** nu există                      **B**  $0$                       **C**  $\infty$                       **D**  $-\infty$                       **E**  $1$

799

Se consideră șirul cu termeni pozitivi  $(a_n)_{n \geq 0}$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = a$ ,  $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$ ,  $n \geq 1$ . Valoarea lui  $a$ , pentru care  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 8$ , este:

- A** 2                      **B** 16                      **C** 8                      **D** 32                      **E** 4

Se consideră ecuația:  $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m$ ,  $m \in \mathbb{R}$ .

800

Ecuția admite soluția  $x = \frac{\pi}{2}$  pentru:

- A**  $m = \frac{1}{4}$               **B**  $m = 1$               **C**  $m = 0$               **D**  $m = -1$               **E**  $m = -\frac{1}{4}$

801

Ecuția are soluție dacă și numai dacă  $m$  aparține intervalului:

- A**  $[-1, 1]$               **B**  $[-4, 4]$               **C**  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$               **D**  $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$               **E**  $[-2, 2]$

802

Dacă  $x \in (\pi, 2\pi)$  și  $\cos x = \frac{3}{5}$ , atunci  $\sin x$  este:

- A**  $\frac{3}{4}$                       **B**  $\frac{4}{5}$                       **C**  $-\frac{4}{5}$                       **D** 1                      **E**  $-\frac{3}{4}$

803

Dacă  $\lg 5 = a$  și  $\lg 6 = b$ , atunci  $\log_3 2$  este:

- A**  $\frac{1+a}{a+b+1}$               **B**  $\frac{1+a}{a-b+1}$               **C**  $\frac{1-a}{a+b+1}$               **D**  $\frac{1-a}{a+b-1}$               **E**  $\frac{1-a}{b-1}$

804

Dacă  $x, y \in \mathbb{R}$  verifică relația  $2 \lg(x - 2y) = \lg x + \lg y$ , atunci mulțimea valorilor expresiei  $\frac{x}{y}$  este:

- A**  $\{4\}$                       **B**  $\{1\}$                       **C**  $\{1, 4\}$                       **D**  $\{1, 2, 4\}$                       **E**  $\emptyset$

805

Dacă  $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ ,  $\alpha^3 = 1$ , atunci  $(1 + \alpha)(1 + \alpha^2)(1 + \alpha^3)(1 + \alpha^4)(1 + \alpha^5)(1 + \alpha^6)$  este:

- A** 64                      **B** 0                      **C** 16                      **D** 4                      **E**  $8i$

Pe intervalul  $(-1, 1)$  se definește legea de compoziție  $*$  prin  

$$x * y = \frac{2xy + 3(x + y) + 2}{3xy + 2(x + y) + 3}, \quad x, y \in (-1, 1).$$

**806** Elementul neutru al legii  $*$  este:

- A** 0                      **B**  $\frac{2}{3}$                       **C**  $-\frac{2}{3}$                       **D**  $\frac{1}{3}$                       **E**  $-\frac{1}{3}$

**807** Dacă funcția  $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = a \frac{1-x}{1+x}$  verifică relația  $f(x * y) = f(x)f(y)$ ,  
 $\forall x, y \in (-1, 1)$ , atunci  $a$  este:

- A**  $-\frac{2}{3}$                       **B**  $\frac{2}{3}$                       **C**  $-\frac{1}{3}$                       **D**  $\frac{1}{5}$                       **E**  $-\frac{1}{5}$

**808** Numărul soluțiilor ecuației  $\underbrace{x * x * \dots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \frac{1}{10}$  este:

- A** 2                      **B** 0                      **C** 1                      **D** 10                      **E** 5

809

Se consideră mulțimea  $A = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ . Câte dintre submulțimile lui  $A$  îl conțin pe 3 și îl au pe 7 ca fiind cel mai mare element?

- A**  $2^5$       **B**  $2^7$       **C**  $2^7 - 1$       **D**  $C_7^3$       **E**  $2^6$

Se consideră sistemul  $(S) : \begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y + az = 2 \\ 3x + y - 2z = 4 \end{cases} \quad a, b \in \mathbb{R}.$

810

Sistemul  $(S)$  este compatibil determinat dacă și numai dacă:

- A**  $a \neq 1$       **B**  $a \neq -1$       **C**  $a = 1, b = 2$       **D**  $a = 3, b \neq 2$       **E**  $a \neq -2$

811

Sistemul  $(S)$  este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

- A**  $a = 1, b = -5$       **B**  $a = -1, b = 4$       **C**  $a = -1, b = 6$       **D**  $a = -1, b = -6$   
**E**  $a = 1, b = 5$

Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (2m + 1)x^2 - 2(m + 2)x + m + 2$ , unde  $m$  este un parametru real,  $m \neq -\frac{1}{2}$ .

- 812** Ecuația  $f(x) = 0$  are o unică soluție dacă și numai dacă  $m$  aparține mulțimii:  
**A**  $\{-1, 2\}$       **B**  $\{-1, 1\}$       **C**  $\{-2, 2\}$       **D**  $\{-2, 1\}$       **E**  $\{0, 1\}$

- 813** Funcția  $f$  admite un minim global negativ dacă și numai dacă  $m$  aparține mulțimii:  
**A**  $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$    **B**  $[-1, 2)$    **C**  $\left(-\frac{1}{2}, 1\right]$    **D**  $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (1, \infty)$    **E**  $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup (1, \infty)$

- 814** Soluțiile reale  $x_1, x_2$  ale ecuației  $f(x) = 0$  verifică  $x_1 < 2$  și  $x_2 > 2$  dacă și numai dacă  $m$  aparține mulțimii:  
**A**  $\left[0, \frac{2}{5}\right)$       **B**  $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right)$       **C**  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right]$       **D**  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right)$       **E**  $\mathbb{R}$

Pe mulțimea  $(0, \infty)$  se definește legea de compoziție “ $\star$ ” prin  $x \star y = x^{\frac{\lg y}{\lg a}}$ , unde  $a \in (0, \infty) \setminus \{1\}$  este fixat.

- 815** Elementul neutru este:  
**A** 1      **B**  $-\lg a$       **C**  $\lg a$       **D**  $a^{-1}$       **E**  $a$

- 816** Simetricul unui element  $x \in (0, \infty) \setminus \{1\}$  în raport cu legea “ $\star$ ” este:  
**A**  $e^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$       **B**  $10^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$       **C**  $10^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$       **D**  $e^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$       **E**  $x^{-1}$

- 817**  $\underbrace{x \star x \star \dots \star x}_x$  apare de  $n$  ori este:  
**A**  $10^{\frac{\lg^n x}{\lg^{n-1} a}}$       **B**  $e^{\frac{\lg^n x}{\lg^n a}}$       **C**  $10^n \frac{\lg x}{\lg a}$       **D**  $e^{n \frac{\lg x}{\lg^2 a}}$       **E**  $10^{n \frac{\lg x}{\lg a}}$

- 818** Fie  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  și  $\text{tr}(A) = a + d$ . Atunci  $\det(A + I_2) - 1 - \det A$  este:  
**A**  $2 \text{tr}(A) + 1$       **B**  $\text{tr}(A) + 1$       **C**  $2 \text{tr}(A)$       **D**  $\text{tr}(A) - 1$       **E**  $\text{tr}(A)$

Fie  $\varepsilon$  rădăcina pozitivă a ecuației  $x^2 - x - 1 = 0$   
și matricea  $A = \begin{pmatrix} -\varepsilon + 1 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 1 & \varepsilon - 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

819

$\varepsilon^3$  este egal cu:

- A**  $\varepsilon - 2$       **B**  $2\varepsilon - 1$       **C**  $2\varepsilon + 1$       **D**  $-\varepsilon + 2$       **E**  $\varepsilon$

820

$\det(A^{2019})$  este:

- A** 1      **B** 0      **C** 2019      **D** -1      **E**  $\varepsilon$

821

Matricea  $A^{2019}$  este:

- A**  $\varepsilon I_2$       **B**  $-A$       **C**  $I_2$       **D**  $-\varepsilon I_2$       **E**  $A$

822

Fie polinomul  $P(x) = x^3 + 3x + 2$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$ .

Polinomul cu rădăcinile  $1 + x_1, 1 + x_2, 1 + x_3$  este:

- A**  $x^3 - 3x^2 + 6x - 2$    **B**  $x^3 - 3x^2 - 5x - 1$    **C**  $x^3 - 3x^2 - x + 2$    **D**  $x^3 - 3x^2 + x - 1$   
**E**  $x^3 - 3x^2 - x - 5$

823

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 \frac{x^n}{1+x+x^n} dx$  este:

- A** 1      **B**  $\ln 2$       **C**  $\ln \frac{3}{2}$       **D** 2      **E**  $2 \ln 2$

824

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( n - \sum_{k=1}^n \cos \frac{2k}{n\sqrt{n}} \right)$  este:

- A** 2      **B**  $\frac{1}{2}$       **C** 1      **D**  $\frac{2}{3}$       **E**  $+\infty$

Se consideră funcția  $f : [-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{-x}(x^2 + x - 1)$ .

825

Numărul asimptotelor lui  $f$  este:

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E**  $4e^x]$

826

Numărul punctelor de extrem local ale lui  $f$  este:

- A** 4      **B** 2      **C** 0      **D** 1      **E** 3



827

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2 + 2n}}$  este:

**A** 0

**B**  $\frac{2}{3}$

**C** 1

**D**  $\sqrt{2}$

**E** 2

828

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$  este:

**A** 0

**B** 1

**C**  $\sqrt{2}$

**D**  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

**E** nu există

829

Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |2x^2 - 3x + 1| \cdot \cos(ax)$ , unde  $a \in [0, 2\pi]$  este un parametru real. Numărul valorilor lui  $a$  pentru care funcția  $f$  este derivabilă pe  $\mathbb{R}$  este:

**A** 0

**B** 1

**C** 2

**D** 3

**E** infinit

830

$\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{1+x}} dx$  este:

**A**  $\frac{1}{2}$

**B**  $2\sqrt{3}$

**C**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**D** 2

**E**  $\frac{7}{12}$

Fie  $a \in \mathbb{R}$  și fie funcțiile  $f, g : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definite prin  
 $f(x) = ax^2 + x$ ,  $g(x) = \ln(1+x)$ .

831

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$  este:

**A** 0

**B**  $2a + 1$

**C** 1

**D**  $\infty$

**E**  $a + 1$

832

Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care graficele funcțiilor  $f$  și  $g$  au tangentă comună într-un punct comun este:

**A**  $\mathbb{R} \setminus \left\{1 - \frac{1}{e}\right\}$

**B**  $(-\infty, 0]$

**C**  $[0, \infty)$

**D**  $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$

**E**  $\mathbb{R}$

Fie șirul de numere reale  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin  $x_{n+1} = x_n \sqrt{1 - x_n^2}$ , unde  $x_0 = a \in (0, 1)$ .

833

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  este:

- A** 1                      **B** 0                      **C**  $a$                       **D**  $\sqrt{1 - a^2}$                       **E** nu există

834

$\lim_{n \rightarrow \infty} n x_n^2$  este:

- A** 0                      **B** 1                      **C**  $a^2$                       **D**  $1 - a^2$                       **E**  $+\infty$

Fie  $ABCD$  paralelogram, cu  $A(-1, 4)$ ,  $B(1, 6)$  și  $C(3, -8)$ .

835

Punctul de intersecție a diagonalelor are coordonatele:

- A**  $(2, -1)$                       **B**  $(0, 5)$                       **C**  $(1, -2)$                       **D**  $(2, -4)$                       **E**  $(1, -10)$

836

Simetricul lui  $D$  față de dreapta  $AB$  are coordonatele:

- A**  $(-14, 5)$                       **B**  $(6, -15)$                       **C**  $(-13, 4)$                       **D**  $(-15, 6)$                       **E**  $(-5, 14)$

837

Aria paralelogramului  $ABCD$  este:

- A** 32                      **B** 16                      **C** 8                      **D** 48                      **E** 24

838

Mulțimea soluțiilor ecuației  $\sin x + \sin(3x) = \frac{8}{3\sqrt{3}}$  este:

- A**  $\left\{ (-1)^k \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$                       **B**  $\left\{ \frac{k\pi}{6} : k \in \mathbb{Z} \right\}$   
**C**  $\left\{ (-1)^k \arcsin \frac{3\sqrt{3}}{8} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$                       **D**  $\emptyset$                       **E**  $\left\{ \frac{k\pi}{8} : k \in \mathbb{Z} \right\}$

Admitere 24 iulie 2019

839

Se consideră mulțimea  $A = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ . Care este numărul submulțimilor lui  $A$  care îl conțin pe 5 și au cel puțin un element mai mare decât 5?

- A** 224      **B** 217      **C** 64      **D** 192      **E** 240

Pentru orice  $m \in \mathbb{R}^*$  se definește funcția

$$f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m + 2.$$

840

Numărul punctelor din plan comune tuturor graficelor funcțiilor  $f_m$  este:

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E** infinit

841

Mulțimea valorilor  $m$  pentru care funcția  $f_m$  are ambele rădăcini reale și strict negative este:

- A**  $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$    **B**  $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$    **C**  $\emptyset$    **D**  $(0, \infty)$    **E**  $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$

Pe mulțimea  $\mathbb{Z}$  se definește legea de compoziție “ $*$ ” prin  $x * y = x + y + axy$ , unde  $a \in \mathbb{Z}$  este fixat.

**842** Numărul valorilor lui  $a$  pentru care legea de compoziție are element neutru este:

- A** 1                      **B** 2                      **C** 4                      **D** 5                      **E** infinit

**843** Dacă  $a = -2$ , atunci numărul elementelor simetrizabile este:

- A** 1                      **B** 2                      **C** 4                      **D** 5                      **E** infinit

**844** Dacă  $a = -2$ , atunci  $\underbrace{1 * 1 * \dots * 1}_{1 \text{ apare de } 2019 \text{ ori}}$  este:

- A**  $-1$                       **B** 1                      **C**  $\frac{3^{2019} - 1}{2}$                       **D**  $\frac{3^{2019} + 1}{2}$                       **E** 0

**845**

Fie  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  inversabilă astfel încât  $A + A^{-1} = I_2$ .  
Atunci matricea  $I_2 + A + A^2 + \dots + A^{2019}$  este:

- A**  $2A - I_2$                       **B**  $2A + I_2$                       **C**  $-2A + I_2$                       **D**  $-2A - I_2$                       **E**  $A + I_2$

**846**

Fie  $z = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$ . Atunci  $(1 - z)(1 - z^2)(1 - z^4)(1 - z^5)$  este:

- A** 9                      **B** 0                      **C**  $i$                       **D** 1                      **E**  $z$

Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = b \\ x + y + az = 1 \end{cases} \quad \text{cu } a, b \in \mathbb{R}.$$

**847** Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

- A**  $a \neq \frac{2}{3}$                       **B**  $a = \frac{2}{3}$                       **C**  $a \neq \frac{3}{2}$                       **D**  $a = \frac{3}{2}$                       **E**  $a \neq 2$

**848** Sistemul este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

- A**  $a = \frac{2}{3}, b = 2$                       **B**  $a = \frac{2}{3}, b \neq 2$                       **C**  $a = \frac{3}{2}, b = 2$                       **D**  $a = \frac{2}{3}, b = 3$                       **E**  $a \neq \frac{2}{3}, b = 2$

Se consideră polinomul  $P(X) = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4$ .

**849**  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  este:  
**A** 2                      **B** 0                      **C** 1                      **D** -1                      **E** -2

**850**  $x_1^{2019} + x_2^{2019} + x_3^{2019} + x_4^{2019}$  este:  
**A** -4                      **B** 4                      **C** 1                      **D** -1                      **E** 0

Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin  $x_{n+1} = x_n - x_n^2$ ,  $x_0 \in \mathbb{R}$ .

**851** Dacă  $x_{100} = 1$ , atunci valoarea lui  $x_0$  este:  
**A** -2                      **B** 1                      **C** -1                      **D** 2                      **E** nu există

**852** Șirul este convergent dacă și numai dacă  $x_0$  aparține mulțimii:  
**A**  $[-1, 1]$                       **B**  $(-\infty, 0]$                       **C**  $[0, 1]$                       **D**  $[1, \infty)$                       **E**  $(-1, 1)$

**853** Dacă  $x_0 = \frac{1}{2}$ , atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x_n}$  este:  
**A** 1                      **B** 0                      **C**  $\frac{1}{2}$                       **D** nu există                      **E**  $+\infty$

**854** Numărul punctelor de extrem ale funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 - 1)^2(x^2 - 9)^3$ , este:  
**A** 2                      **B** 3                      **C** 4                      **D** 5                      **E** 6

Fie  $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x^2 + x + m)$ ,  $m \in \mathbb{R}$ .

**855**  $f(0)$  este:  
**A** 0                      **B**  $m - 1$                       **C**  $m$                       **D**  $m + 1$                       **E**  $m + 2$

**856** Funcția  $f$  are un singur punct de extrem local dacă și numai dacă  $m$  aparține mulțimii:  
**A**  $(-5, 1)$                       **B**  $\{-5, 1\}$                       **C**  $[-5, 1)$                       **D**  $(-5, 2)$                       **E**  $\left\{\frac{5}{4}\right\}$

Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^{2x} + 1}$ .

**857** Numărul asimptotelor la graficul funcției  $f$  este:

- A** 0      **B** 1      **C** 2      **D** 3      **E** alt răspuns

**858** Imaginea funcției  $f$  este:

- A**  $\left(-1, \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right]$       **B**  $[-1, 0)$       **C**  $(-1, 0)$       **D**  $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$       **E**  $[-1, \sqrt{2}]$

**859**  $\int_0^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$  este:

- A**  $\ln 1$       **B**  $\ln 2$       **C**  $\frac{\pi}{8}$       **D**  $\ln 3$       **E**  $\frac{\pi}{2}$

**860**  $\int_1^9 \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$  este:

- A**  $\ln 1$       **B**  $\ln 2$       **C**  $\pi$       **D**  $\ln 4$       **E**  $-\ln 2$

**861**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{x - x^2}{(x^2 + 1)(x^3 + 1)} dx$  este:

- A** 0      **B** 1      **C**  $\log \frac{3}{2}$       **D**  $\log \frac{2}{3}$       **E**  $-1$

**862**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^n \frac{1}{(x^2 + 1)(x^7 + 1)} dx$  este:

- A**  $\frac{\pi}{3}$       **B**  $\frac{\pi}{4}$       **C**  $\frac{\pi}{2}$       **D**  $\frac{\pi}{8}$       **E** alt răspuns

În planul  $xOy$  se consideră punctele  $A(8,0)$  și  $B(0,6)$ , iar  $M$  este un punct variabil pe segmentul  $[AB]$ . Fie  $P$  și  $N$  proiecțiile lui  $M$  pe axele  $Ox$ , respectiv  $Oy$ .

**863** Ecuația dreptei  $AB$  este:

- A**  $3x + 4y = 24$    **B**  $3x + 2y = 24$    **C**  $x + y = 10$    **D**  $2x + y = 22$    **E**  $x - y = 1$

**864** Lungimea minimă a lui  $[OM]$  este:

- A** 4                      **B** 6                      **C** 5                      **D**  $\frac{24}{5}$                       **E**  $\frac{16}{3}$

**865** Valoarea maximă a ariei dreptunghiului  $MNOP$  este:

- A** 10                      **B** 12                      **C** 13                      **D** 14                      **E** 15

Se dă ecuația  $\cos^2 x - 2 \sin x \cos x = a + \sin^2 x$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

**866** Ecuația are soluția  $\frac{\pi}{4}$  dacă  $a$  este:

- A** 0                      **B** 1                      **C** -1                      **D**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       **E**  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

**867** Ecuația admite soluții dacă și numai dacă  $a$  aparține mulțimii:

- A**  $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$    **B**  $[-2, 2]$    **C**  $[-1, 1]$    **D**  $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$    **E**  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

**868** Dacă  $\sin x + \cos x = 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , atunci valoarea minimă pe care o poate lua expresia  $\sin^{2019} x + \cos^{2019} x$  este:

- A** -1                      **B** 0                      **C**  $\frac{1}{2^{2019}}$                       **D** 1                      **E**  $\frac{1}{4}$

\* \* \*



---

Problemele au fost propuse/prelucrate/alese de către:

---

1 - Maria Câmpian	44 - Daniela Roșca	87 - Ioan Rașa
2 - Daria Dumitraș	45 - Eugenia Duca	88 - Ioan Rașa
3 - Maria Câmpian	46 - Eugenia Duca	89 - Ioan Rașa
4 - Eugenia Duca	47 - Alexandru Mitrea	90 - Ioan Rașa
5 - Liana Timboș	48 - Alexandru Mitrea	91 - Mircea Ivan
6 - Liana Timboș	49 - Alexandru Mitrea	92 - Mircea Ivan
7 - Liana Timboș	50 - Alexandru Mitrea	93 - Daria Dumitraș
8 - Dalia Cîmpean	51 - Alexandru Mitrea	94 - Daria Dumitraș
9 - Dalia Cîmpean	52 - Eugenia Duca	95 - Vasile Pop
10 - Dalia Cîmpean	53 - Tania Lazar	96 - Silvia Toader
11 - Maria Câmpian	54 - Gheorghe Toader	97 - Nicolaie Lung
12 - Maria Câmpian	55 - Daniela Marian	98 - Nicolaie Lung
13 - Maria Câmpian	56 - Ioan Rașa	99 - Daniela Roșca
14 - Alexandra Ciupa	57 - Ioan Rașa	100 - Dorian Popa
15 - Alexandra Ciupa	58 - Ioan Rașa	101 - Neculae Vornicescu
16 - Viorica Muresan	59 - Ioan Rașa	102 - Neculae Vornicescu
17 - Viorica Muresan	60 - Ioan Rașa	103 - Vasile Miheșan
18 - Dalia Cîmpean	61 - Alexandru Mitrea	104 - Daria Dumitraș
19 - Radu Peter	62 - Ioan Rașa	105 - Vasile Miheșan
20 - Mircea Ivan	63 - Daniela Roșca	106 - Daniela Roșca
21 - Daria Dumitraș	64 - Daniela Roșca	107 - Daniela Roșca
22 - Daniela Inoan	65 - Floare Tomuța	108 - Daniela Roșca
23 - Nicolaie Lung	66 - Daniela Roșca	109 - Vasile Pop
24 - Daria Dumitraș	67 - Daniela Roșca	110 - Vasile Pop
25 - Daniela Roșca	68 - Daniela Roșca	111 - Silvia Toader
26 - Daniela Roșca	69 - Alexandru Mitrea	112 - Silvia Toader
27 - Adela Novac	70 - Gheorghe Toader	113 - Gheorghe Toader
28 - Adela Novac	71 - Eugenia Duca	114 - Rozica Moga
29 - Floare Tomuța	72 - Silvia Toader	115 - Rozica Moga
30 - Mircea Dan Rus	73 - Silvia Toader	116 - Viorica Mureșan
31 - Mircea Dan Rus	74 - Silvia Toader	117 - Dorian Popa
32 - Mircea Dan Rus	75 - Ioan Gavrea	118 - Mircea Ivan
33 - Floare Tomuța	76 - Ioan Gavrea	119 - Iuliu Crivei
34 - Iuliu Crivei	77 - Bogdan Gavrea	120 - Iuliu Crivei
35 - Viorica Mureșan	78 - Bogdan Gavrea	121 - Daniela Roșca
36 - Neculae Vornicescu	79 - Alexandra Ciupa	122 - Ioan Gavrea
37 - Neculae Vornicescu	80 - Mihaela Bercheșan	123 - Ioan Gavrea
38 - Alexandra Ciupa	81 - Mihaela Bercheșan	124 - Vasile Pop
39 - Vasile Pop	82 - Mihaela Bercheșan	125 - Alexandru Mitrea
40 - Vasile Câmpian	83 - Eugenia Duca	126 - Viorica Mureșan
41 - Ioan Gavrea	84 - Mircea Ivan	127 - Ovidiu Furdui
42 - Ioan Gavrea	85 - Alexandra Ciupa	128 - Ovidiu Furdui
43 - Ioan Gavrea	86 - Alexandru Mitrea	129 - Eugenia Duca

130 - Alina Sîntămărian	190 - Iuliu Crivei	250 - Mircea Ivan
131 - Vasile Pop	191 - Iuliu Crivei	251 - Ioan Gavrea
132 - Mircea Ivan	192 - Daniela Roșca	252 - Dorian Popa
133 - Mircea Ivan	193 - Vasile Miheșan	253 - Dorian Popa
134 - Eugenia Duca	194 - Vasile Miheșan	254 - Dorian Popa
135 - Neculae Vornicescu	195 - Vasile Miheșan	255 - Dorian Popa
136 - Iuliu Crivei	196 - Vasile Pop	256 - Dorian Popa
137 - Gheorghe Toader	197 - Vasile Pop	257 - Dorian Popa
138 - Alexandra Ciupa	198 - Vasile Pop	258 - Dorian Popa
139 - Silvia Toader	199 - Vasile Pop	259 - Dorian Popa
140 - Vasile Câmpian	200 - Silvia Toader	260 - Dorian Popa
141 - Daniela Inoan	201 - Silvia Toader	261 - Dorian Popa
142 - Dorian Popa	202 - Silvia Toader	262 - Dorian Popa
143 - Neculae Vornicescu	203 - Ioan Rașa	263 - Mircea Ivan
144 - Mircea Ivan	204 - Ioan Rașa	264 - Mircea Ivan
145 - Vasile Pop	205 - Ioan Rașa	265 - Mircea Ivan
146 - Mircea Ivan	206 - Mircia Gurzău	266 - Mircea Ivan
147 - Daniela Inoan	207 - Vasile Pop	267 - Vasile Pop
148 - Dorian Popa	208 - Vasile Pop	268 - Adela Novac
149 - Gheorghe Toader	209 - Alexandru Mitrea	269 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
150 - Viorica Mureșan	210 - Gheorghe Toader	270 - Daniela Roșca
151 - Vasile Pop	211 - Dorian Popa	271 - Ioan Rașa
152 - Floare Tomuța	212 - Dorian Popa	272 - Maria Câmpian
153 - Vasile Miheșan	213 - Dorian Popa	273 - Maria Câmpian
154 - Ioan Gavrea	214 - Iuliu Crivei	274 - Maria Câmpian
155 - Ioan Gavrea	215 - Iuliu Crivei	275 - Adela Novac
156 - Radu Peter	216 - Daniela Inoan	276 - Viorica Mureșan
157 - Ioan Rașa	217 - Dorian Popa	277 - Daniela Roșca
158 - Vasile Pop	218 - Ioan Rașa	278 - Alexandra Ciupa
159 - Vasile Pop	219 - Adela Novac	279 - Ioan Rașa
160 - Neculae Vornicescu	220 - Adela Novac	280 - Nicolaie Lung
161 - Alexandru Mitrea	221 - Dorian Popa	281 - Alexandra Ciupa
162 - Alexandru Mitrea	222 - Dorian Popa	282 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
163 - Floare Tomuța	223 - Dorian Popa	283 - Ioan Rașa
164 - Daniela Roșca	224 - Mircea Ivan	284 - Daria Dumitraș
165 - Mircea Ivan	225 - Nicolaie Lung	285 - Adela Capătă
166 - Mircea Dan Rus	226 - Nicolaie Lung	286 - Ioan Gavrea
167 - Mircea Dan Rus	227 - Nicolaie Lung	287 - Ioan Gavrea
168 - Alexandra Ciupa	228 - Constantin Todea	288 - Ioan Gavrea
169 - Vasile Miheșan	229 - Vasile Pop	289 - Ioan Gavrea
170 - Vasile Pop	230 - Ioan Gavrea	290 - Mircea Ivan
171 - Floare Tomuța	231 - Vasile Pop	291 - Alina Sîntămărian
172 - Alexandru Mitrea	232 - Vasile Pop	292 - Mircea Ivan
173 - Alexandru Mitrea	233 - Vasile Pop	293 - Neculae Vornicescu
174 - Alexandru Mitrea	234 - Mircea Rus	294 - Silvia Toader
175 - Alexandru Mitrea	235 - Mircea Rus	295 - Marius Birou
176 - Alexandru Mitrea	236 - Mircea Rus	296 - Alexandra Ciupa
177 - Alexandru Mitrea	237 - Mircea Rus	297 - Adrian Holhos
178 - Alexandru Mitrea	238 - Mircea Rus	298 - Adrian Holhos
179 - Dorian Popa	239 - Mircea Rus	299 - Ioan Rașa
180 - Dorian Popa	240 - Mircea Rus	300 - Eugenia Duca
181 - Dorian Popa	241 - Mircea Rus	301 - Mircea Ivan
182 - Dorian Popa	242 - Mircea Rus	302 - Adela Capătă
183 - Dorian Popa	243 - Mircea Rus	303 - Adela Capătă
184 - Vasile Pop	244 - Mircea Rus	304 - Viorica Mureșan
185 - Gheorghe Toader	245 - Mircea Rus	305 - Mircea Ivan
186 - Viorica Mureșan	246 - Silvia Toader	306 - Vasile Pop
187 - Viorica Mureșan	247 - Silvia Toader	307 - Mircea Ivan
188 - Daniela Roșca	248 - Daniela Roșca	
189 - Nicolaie Lung	249 - Alexandru Mitrea	

308 - Radu Peter	368 - Alexandru Mitrea	426 - Neculae Vornicescu
309 - Adrian Holhoș	369 - Alexandru Mitrea	427 - Daniela Marian
310 - Floare Tomuța	370 - Daniela Marian	428 - Daniela Marian
311 - Floare Tomuța	371 - Vasile Pop	429 - Neculae Vornicescu
312 - Dorian Popa	372 - Mircea Ivan	430 - Mihaela Bercheșan
313 - Alexandra Ciupa	373 - Mircea Ivan	431 - Mihaela Bercheșan
314 - Vasile Pop	374 - Ioan Gavrea	432 - Mihaela Bercheșan
315 - Radu Peter	375 - Neculae Vornicescu	433 - Alexandru Mitrea
316 - Radu Peter	376 - Mircea Ivan	434 - Adela Novac
317 - Alexandru Mitrea	377 - Mircea Ivan	435 - Daniela Roșca
318 - Ovidiu Furdui	378 - Mircea Ivan	436 - Silvia Toader
319 - Mircea Ivan	379 - Daniela Marian	437 - Gheorghe Toader
320 - Mircea Ivan	380 - Daniela Marian	438 - Silvia Toader
321 - Mircea Ivan	381 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	439 - Gheorghe Toader
322 - Mircea Ivan	382 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	440 - Mircia Gurzău
323 - Mircea Ivan	383 - Mircea Ivan	441 - Mircia Gurzău
324 - Daniela Roșca	384 - Alexandra Ciupa	442 - Vasile Miheșan
325 - Daniela Roșca	385 - Alexandru Mitrea	443 - Mircea Ivan
326 - Lucia Blaga	386 - Daniela Roșca	444 - Vasile Câmpian
327 - Lucia Blaga	387 - Daniela Roșca	445 - Dorian Popa
328 - Alexandra Ciupa	388 - Mircea Dan Rus	446 - Mircea Ivan
329 - Alexandra Ciupa	389 - Mircea Dan Rus	447 - Mircea Ivan
330 - Alexandra Ciupa	390 - Mircea Dan Rus	448 - Mircea Ivan
331 - Vasile Pop	391 - Dorian Popa	449 - Daniela Inoan
332 - Maria Câmpian	392 - Ioan Gavrea	450 - Mircea Ivan
333 - Neculae Vornicescu	393 - Alexandru Mitrea	451 - Teodor Potra
334 - Daniela Inoan	394 - Mircea Ivan	452 - Alexandru Mitrea
335 - Tania Lazar	395 - Dorian Popa	453 - Viorica Mureșan
336 - Tania Lazar	396 - Vasile Ile	454 - Daniela Marian
337 - Daniela Inoan	397 - Alexandru Mitrea	455 - Gheorghe Toader
338 - Dorian Popa	398 - Lucia Blaga	456 - Ioan Rașa
339 - Vasile Pop	399 - Mircea Ivan	457 - Rozica Moga
340 - Maria Câmpian	400 - Daniela Roșca	458 - Alexandra Ciupa
341 - Radu Peter	401 - Alexandru Mitrea	459 - Ovidiu Furdui
342 - Iuliu Crivei	402 - Gheorghe Toader	460 - Maria Câmpian
343 - Alexandra Ciupa	403 - Gheorghe Toader	461 - Alexandru Mitrea
344 - Vasile Câmpian	404 - Mircea Dan Rus	462 - Mircea Ivan
345 - Adrian Holhoș	405 - Mircea Dan Rus	463 - Rozica Moga
346 - Alina-Ramona Baias	406 - Mircea Dan Rus	464 - Rozica Moga
347 - Adrian Holhoș	407 - Dorian Popa	465 - Alina Sîntămărian
348 - Neculae Vornicescu	408 - Dorian Popa	466 - Rozica Moga
349 - Mircea Ivan	409 - Dorian Popa	467 - Nicolaie Lung
350 - Mircea Ivan	410 - Ioan Gavrea	468 - Maria Câmpian
351 - Mircea Ivan	411 - Ioan Gavrea	469 - Maria Câmpian
352 - Mircea Dan Rus	412 - Alexandru Mitrea	470 - Neculae Vornicescu
353 - Mircea Dan Rus	413 - Dalia Cîmpean	471 - Vasile Miheșan
354 - Mircea Dan Rus	414 - Dorian Popa	472 - Viorica Mureșan
355 - Neculae Vornicescu	415 - Vasile Pop	473 - Ovidiu Furdui
356 - Neculae Vornicescu	416 - Vasile Pop	474 - Viorica Mureșan
357 - Daniela Roșca	417 - Vasile Pop	475 - Mircea Ivan
358 - Vasile Pop	418 - Neculae Vornicescu	476 - Luminita Cotirla
359 - Alexandru Mitrea	419 - Iuliu Crivei	477 - Daniela Roșca
360 - Dorian Popa	420 - Mircea Ivan	478 - Ovidiu Furdui
361 - Tania Lazar	421 - Alexandru Mitrea	479 - Alina-Ramona Baias
362 - Adela Novac	422 - Ioan Rașa	480 - Alina-Ramona Baias
363 - Adela Novac	423 - Vasile Pop	481 - Alina-Ramona Baias
364 - Adela Novac	424 - Vasile Pop	482 - Ovidiu Furdui
365 - Mircea Ivan	425 - Mircia Gurzău	483 - Alexandru Mitrea
366 - Daniela Roșca		484 - Alexandru Mitrea
367 - Ioan Rașa		485 - Floare Tomuța

486 - Daniela Inoan	543 - Vasile Câmpian	602 - Vasile Pop
487 - Daniela Inoan	544 - Ioan Rașa	603 - Vasile Miheșan
488 - Daniela Inoan	545 - Maria Câmpian	604 - Maria Câmpian
489 - Floare Tomuța	546 - Maria Câmpian	605 - Alexandru Mitrea
490 - Maria Câmpian	547 - Alexandra Ciupa	606 - Alexandru Mitrea
491 - Iuliu Crivei	548 - Vasile Miheșan	607 - Alexandru Mitrea
492 - Dorian Popa	549 - Viorica Mureșan	608 - Vasile Miheșan
493 - Mircea Ivan	550 - Viorica Mureșan	609 - Gheorghe Toader
494 - Ioan Gavrea	551 - Teodor Potra	610 - Mircea Ivan
495 - Ioan Gavrea	552 - Silvia Toader	611 - Alexandru Mitrea
496 - Mircea Ivan	553 - Daria Dumitraș	612 - Daria Dumitraș
497 - Alexandru Mitrea	554 - Vasile Pop	613 - Radu Peter
498 - Alexandru Mitrea	555 - Vasile Pop	614 - Mircea Ivan
499 - Vasile Miheșan	556 - Dorian Popa	615 - Vasile Miheșan
500 - Vasile Miheșan	557 - Dorian Popa	616 - Dorian Popa
501 - Dorian Popa	558 - Mircia Gurzău	617 - Silvia Toader
502 - Dorian Popa	559 - Mihaela Bercheșan	618 - Alina Sîntămărian
503 - Alina Sîntămărian	560 - Mihaela Bercheșan	619 - Alexandru Mitrea
504 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	561 - Mihaela Bercheșan	620 - Silvia Toader
505 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	562 - Alina-Ramona Baias	621 - Viorica Mureșan
506 - Vasile Pop	563 - Alina-Ramona Baias	622 - Mircea Ivan
507 - Ioan Gavrea	564 - Alina-Ramona Baias	623 - Maria Câmpian
508 - Alexandra Ciupa	565 - Liana Timboș	624 - Alexandru Mitrea
509 - Liana Timboș	566 - Liana Timboș	625 - Dorian Popa
510 - Liana Timboș	567 - Floare Tomuța	626 - Alexandru Mitrea
511 - Liana Timboș	568 - Floare Tomuța	627 - Dorian Popa
512 - Vasile Pop	569 - Floare Tomuța	628 - Dorian Popa
513 - Daniela Roșca	570 - Daniela Inoan	629 - Daniela Inoan
514 - Alexandra Ciupa	571 - Vasile Pop	630 - Daniela Inoan
515 - Alexandra Ciupa	572 - Vasile Pop	631 - Daniela Inoan
516 - Mircia Gurzău	573 - Vasile Pop	632 - Daniela Inoan
517 - Daniela Marian	574 - Vasile Pop	633 - Vasile Miheșan
518 - Daniela Marian	575 - Vasile Pop	634 - Vasile Miheșan
519 - Nicolaie Lung	576 - Vasile Pop	635 - Ioan Rașa
520 - Alexandru Mitrea	577 - Vasile Pop	636 - Dalia Cîmpean
521 - Alexandru Mitrea	578 - Rozica Moga	637 - Dalia Cîmpean
522 - Alexandru Mitrea	579 - Mircea Ivan	638 - Dalia Cîmpean
523 - Mircea Dan Rus	580 - Mircia Gurzău	639 - Marius Birou
524 - Mircea Dan Rus	581 - Mircea Dan Rus	640 - Marius Birou
525 - Mircea Dan Rus	582 - Mircea Dan Rus	641 - Alexandru Mitrea
526 - Mircea Dan Rus	583 - Mircea Dan Rus	642 - Vasile Miheșan
527 - Ovidiu Furdui	584 - Viorica Mureșan	643 - Alexandra Ciupa
528 - Ovidiu Furdui	585 - Bogdan Gavrea	644 - Daria Dumitraș
529 - Mircea Ivan	586 - Bogdan Gavrea	645 - Alina-Ramona Baias
530 - Mircea Ivan	587 - Ioan Gavrea	646 - Alina-Ramona Baias
531 - Mircea Ivan	588 - Ioan Gavrea	647 - Alina-Ramona Baias
532 - Mircea Ivan	589 - Vasile Miheșan	648 - Ioan Gavrea
533 - Mircea Ivan	590 - Adrian Holhoș	649 - Ioan Gavrea
534 - Mircea Ivan	591 - Alina Sîntămărian	650 - Ioan Gavrea
535 - Mircea Ivan	592 - Alina Sîntămărian	651 - Daniela Inoan
536 - Mircea Ivan	593 - Marius Birou	652 - Daniela Inoan
537 - Mircea Ivan	594 - Maria Câmpian	653 - Daniela Inoan
538 - Vasile Miheșan	595 - Floare Tomuța	654 - Daria Dumitraș
539 - Mircea Ivan	596 - Vasile Miheșan	655 - Dorian Popa
540 - Mircea Ivan	597 - Eugenia Duca	656 - Vasile Pop
541 - Mircea Ivan	598 - Vasile Câmpian	657 - Vasile Miheșan
542 - Mircea Ivan	599 - Daniela Roșca	658 - Eugenia Duca
	600 - Daniela Roșca	
	601 - Dorian Popa	

## Răspunsuri

1: C	31: D	61: B	91: E	121: E	151: C
2: C	32: B	62: B	92: B	122: E	152: E
3: C	33: C	63: C	93: E	123: C	153: D
4: D	34: D	64: D	94: E	124: C	154: A
5: A	35: C	65: D	95: D	125: B	155: A
6: B	36: B	66: A	96: B	126: B	156: A
7: C	37: C	67: A	97: D	127: A	157: C
8: B	38: B	68: C	98: A	128: B	158: C
9: C	39: D	69: B	99: B	129: C	159: C
10: D	40: C	70: B	100: B	130: B	160: C
11: B	41: C	71: C	101: A	131: B	161: B
12: C	42: D	72: A	102: D	132: D	162: D
13: C	43: C	73: B	103: C	133: B	163: D
14: B	44: C	74: C	104: D	134: A	164: D
15: D	45: B	75: D	105: A	135: C	165: C
16: A	46: E	76: C	106: C	136: C	166: C
17: B	47: A	77: C	107: B	137: A	167: D
18: B	48: D	78: E	108: D	138: A	168: B
19: E	49: D	79: C	109: B	139: B	169: D
20: B	50: C	80: A	110: C	140: C	170: C
21: A	51: D	81: B	111: E	141: D	171: B
22: E	52: D	82: D	112: B	142: D	172: B
23: B	53: C	83: E	113: A	143: C	173: A
24: C	54: D	84: E	114: A	144: C	174: B
25: B	55: A	85: D	115: B	145: D	175: D
26: C	56: D	86: C	116: C	146: B	176: B
27: D	57: C	87: A	117: C	147: A	177: A
28: A	58: B	88: B	118: E	148: D	178: E
29: C	59: A	89: A	119: B	149: C	179: C
30: C	60: E	90: D	120: B	150: E	180: A

181: B	225: B	269: A	313: E	357: C	401: E
182: C	226: A	270: D	314: D	358: A	402: C
183: D	227: B	271: C	315: A	359: E	403: A
184: C	228: E	272: C	316: C	360: A	404: D
185: C	229: A	273: D	317: E	361: B	405: E
186: C	230: B	274: B	318: B	362: C	406: B
187: C	231: E	275: E	319: B	363: D	407: C
188: A	232: D	276: D	320: E	364: E	408: B
189: C	233: B	277: A	321: C	365: B	409: B
190: C	234: A	278: D	322: E	366: E	410: D
191: B	235: E	279: D	323: A	367: E	411: C
192: E	236: C	280: B	324: E	368: E	412: E
193: E	237: A	281: A	325: D	369: D	413: D
194: D	238: B	282: A	326: B	370: A	414: B
195: B	239: D	283: B	327: A	371: E	415: C
196: D	240: A	284: C	328: B	372: C	416: A
197: E	241: C	285: A	329: C	373: B	417: A
198: C	242: D	286: B	330: D	374: C	418: B
199: C	243: A	287: A	331: E	375: E	419: A
200: B	244: B	288: A	332: D	376: D	420: D
201: D	245: C	289: A	333: D	377: B	421: B
202: A	246: A	290: A	334: A	378: A	422: B
203: B	247: C	291: B	335: D	379: A	423: D
204: B	248: A	292: B	336: B	380: A	424: D
205: B	249: D	293: B	337: B	381: A	425: B
206: C	250: E	294: D	338: A	382: A	426: C
207: C	251: B	295: C	339: E	383: C	427: A
208: D	252: D	296: C	340: C	384: C	428: A
209: B	253: B	297: A	341: B	385: A	429: C
210: C	254: B	298: C	342: D	386: B	430: C
211: D	255: E	299: E	343: A	387: D	431: E
212: D	256: A	300: E	344: B	388: B	432: E
213: B	257: C	301: D	345: A	389: A	433: D
214: B	258: A	302: B	346: A	390: C	434: B
215: A	259: A	303: E	347: A	391: C	435: E
216: B	260: A	304: E	348: E	392: D	436: E
217: D	261: B	305: A	349: E	393: B	437: D
218: A	262: A	306: C	350: D	394: E	438: A
219: A	263: E	307: E	351: B	395: E	439: C
220: B	264: A	308: E	352: C	396: A	440: B
221: B	265: A	309: C	353: E	397: B	441: B
222: B	266: A	310: A	354: B	398: D	442: D
223: E	267: D	311: B	355: B	399: E	443: E
224: A	268: B	312: E	356: B	400: C	444: E

445: B	489: C	533: B	577: D	621: C	665: D
446: D	490: D	534: C	578: E	622: E	666: A
447: A	491: B	535: B	579: D	623: B	667: B
448: C	492: A	536: E	580: D	624: D	668: A
449: B	493: B	537:	581: D	625: E	669: B
450: C	494: C	538:	582: A	626: D	670: D
451: E	495: B	539:	583: C	627: B	671: E
452: C	496: A	540:	584: D	628: E	672: A
453: C	497: E	541:	585: D	629: A	673: D
454: A	498: D	542:	586: D	630: B	674: E
455: A	499: C	543: C	587: B	631: A	675: A
456: A	500: B	544: A	588: C	632: C	676: B
457: B	501: A	545: D	589: A	633: C	677: C
458: C	502: E	546: E	590: B	634: B	678: B
459: A	503: A	547: A	591: A	635: D	679: A
460: C	504: A	548: C	592: C	636: D	680: B
461: D	505: A	549: A	593: C	637: B	681: D
462: B	506: E	550: D	594: D	638: A	682: B
463: A	507: A	551: A	595: E	639: D	683: C
464: E	508: A	552: A	596: B	640: A	684: D
465: A	509: A	553: D	597: C	641: D	685: E
466: A	510: B	554: B	598: C	642: C	686: A
467: B	511: C	555: A	599: B	643: E	687: D
468: D	512: C	556: B	600: E	644: A	688: C
469: A	513: D	557: D	601: B	645: B	689: B
470: A	514: B	558: C	602: D	646: D	690: E
471: A	515: B	559: D	603: D	647: C	691: D
472: D	516: C	560: B	604: C	648: B	692: E
473: D	517: A	561: C	605: A	649: A	693: A
474: B	518: B	562: A	606: A	650: B	694: B
475: A	519: D	563: B	607: C	651: C	695: A
476: A	520: B	564: B	608: B	652: A	696: D
477: B	521: C	565: A	609: E	653: D	697: A
478: C	522: D	566: B	610: A	654: B	698: B
479: A	523: B	567: D	611: D	655: D	699: D
480: C	524: D	568: B	612: C	656: E	700: E
481: D	525: A	569: D	613: B	657: D	701: C
482: B	526: C	570: A	614: A	658: B	702: E
483: A	527: C	571: A	615: E	659: A	703: C
484: C	528: C	572: A	616: B	660: B	704: D
485: B	529: E	573: B	617: C	661: B	705: E
486: E	530: E	574: E	618: A	662: C	706: A
487: A	531: C	575: A	619: D	663: A	707: E
488: B	532: E	576: C	620: E	664: E	708: A

709: C	736: C	763: B	790: E	817: A	844: B
710: A	737: B	764: C	791: A	818: E	845: A
711: C	738: C	765: D	792: B	819: C	846: A
712: B	739: D	766: E	793: E	820: D	847: A
713: C	740: E	767: B	794: C	821: E	848: A
714: D	741: D	768: C	795: E	822: A	849: D
715: B	742: E	769: E	796: D	823: C	850: D
716: D	743: D	770: B	797: E	824: D	851: E
717: B	744: C	771: E	798: A	825: B	852: C
718: C	745: B	772: A	799: B	826: E	853: A
719: E	746: D	773: B	800: C	827: E	854: D
720: B	747: C	774: A	801: D	828: E	855: C
721: A	748: A	775: B	802: C	829: A	856: A
722: C	749: D	776: A	803: D	830: D	857: C
723: B	750: C	777: C	804: A	831: C	858: A
724: A	751: D	778: A	805: D	832: E	859: C
725: E	752: E	779: A	806: C	833: B	860: D
726: D	753: B	780: B	807: D	834: B	861: A
727: E	754: C	781: A	808: C	835: C	862: B
728: A	755: E	782: E	809: E	836: D	863: A
729: E	756: D	783: A	810: B	837: A	864: D
730: A	757: E	784: B	811: C	838: A	865: B
731: B	758: A	785: D	812: D	839: A	866: C
732: C	759: D	786: E	813: A	840: B	867: E
733: D	760: C	787: B	814: D	841: E	868: D
734: B	761: D	788: C	815: E	842: E	
735: A	762: A	789: B	816: B	843: B	





\* \* \*

**2**  $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$ .

**5**  $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1$ .

**6**  $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$  este rădăcina polinomului  $X^2 + X + 1$  și  $\omega^3 = 1$ . Din  $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1$ .

**7**  $f = (X - 1)^2(X + 1) \cdot q + X^2 + X + 1$ . Avem că  $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$  iar din  $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$ , deci  $a = -1; b = 2$ .

**15** Coordonatele vârfului unei parabole sunt  $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}, y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$ . Se observă relația  $y_V = -x_V$ .

**23** Ecuație echivalentă cu  $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1), \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$ .

**24**  $1+x > 0, x \neq 0, 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1 > 0$ . Ecuația se mai scrie  $2x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = (1+x)^3$ .

**26** Din  $(a + b + c)^2 \geq 0$  rezultă  $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$ . Minimul se atinge pentru  $a + b + c = 0$ , de exemplu,  $a = 1/\sqrt{2}, b = -1/\sqrt{2}, c = 0$ .

**37** Ambele polinoame se divid cu  $x^2 + x + 1$ , iar primul nu se divide cu  $x - 1$ .

**49**  $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$  și  $A^4 = 16I_4$ .

**55** Se calculează mai întâi  $AA^t$  iar apoi determinantul acestei matrici,  
 $x_1 + x_2 + x_3 = 0, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m, x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n, x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2$ .

**65** Se obține ecuația  $2(x^3 + 1) = 0$ .

**80** Se verifică ușor faptul ca  $A \in P_1$  și  $B \in P_1$ . Pe de altă parte,  $A \in P_2$  și  $B \in P_2$  este echivalent cu

$$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$

Prin urmare,  $m = -2$  și  $n = 9$  este soluția.

**81** Se observă că  $C \in P_1$ . Punem condiția ca  $C \in P_2$  și obținem relația  $10m + 3n = 19$ . Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuația

$$(m - 1)x^2 + (4m + n - 5)x + 5m + 2n - 4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I și atunci  $m = 2$ . Din relația  $10m + 3n = 19$ , rezultă  $n = -\frac{1}{3}$ . Prin urmare, soluția este  $m = 2$  și  $n = -\frac{1}{3}$ .

**82** Din faptul că  $T \in P_2$  rezultă că  $m = -2$ . Dacă parabolele sunt tangente, ecuația  $-4x^2 + (n - 17)x + 2n - 18 = 0$  are rădăcină dublă și din condiția  $\Delta = 0$  obținem  $n = 1$ . Soluția este  $m = -2$  și  $n = 1$ .

**99** Notăm  $y = 2^x + 2^{-x}$ . Ecuația devine  $8y^2 - 54y + 85 = 0$ , cu soluțiile  $y_1 = \frac{17}{4}$ ,  $y_2 = \frac{5}{2}$ . Soluțiile ecuației date sunt  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -1$ ,  $x_3 = 2$ ,  $x_4 = -2$ .

**104** Pentru ca  $f(x)$  să fie surjectivă trebuie ca  $m > 0$  și  $2m - 1 \leq 1 + m \Rightarrow m \in (0, 2]$ .

**105** Se obține ecuația  $(x + \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = a + \frac{1}{2}$ .

**129**

$$\begin{aligned} x_1^2 &= 2 + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} \\ x_1^4 &= 12 + 4(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) \\ x_1^4 - mx_1^2 - 4 &= 8 - 2m + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) \\ x_1^4 - mx_1^2 - 5 &= 0 \Leftrightarrow \\ 2(4 - m) + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) &= 0 \Rightarrow m = 4. \end{aligned}$$

**163** Suma coeficienților unui polinom este valoarea sa pentru  $x = 1$ .

**178** Fie  $a, b, c, d$  elementele matricei  $X$ . Se consideră situațiile:  
 $a + d = \text{Tr}(X) \neq 2$  și  $a + d = 2$ .

**179**  $\text{rang}(A \cdot B) \leq \min(\text{rang}(A), \text{rang}(B))$ .

**216** Se scriu toți logaritmi în baza  $x$ .

**228** Avem:  $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$ ,  $\alpha^3 = 1$ ,  $\alpha^2 = -\alpha - 1$ ,  $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha}$ .  
Deducem:  $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2) = \det(I_2 + \alpha A - \alpha A^2 - A^2)$   
 $= \det((I_2 - A)(I_2 + A) + \alpha A(I_2 - A)) = \det((I_2 - A)(I_2 + (\alpha + 1)A))$   
 $= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - \alpha^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det(\frac{\alpha I_2 - A}{\alpha}) = 1$ .  
(Un exemplu de astfel de matrice  $A \neq O_2$  este  $A = (1 + \alpha)I_2$ .)

**229** Avem  $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$ . Deducem:  $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1}A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$ .

**233**  $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{1+x}$  izomorfism de la  $((-1, 1), *)$  la  $((0, \infty), \cdot)$ .  
 $\prod_{k=2}^n f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$ ;  $f^{-1}(\frac{2}{n+n^2}) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$ .

**236** Este suficient ca dintre cele două submulțimi să se precizeze doar aceea care îl conține pe 8 (cealaltă submulțime va fi complementară). Această submulțime se poate obține reunind

cu  $\{8\}$  oricare submulțime a mulțimii  $A' = \{1, 2, \dots, 7\}$  însă exceptând-o pe  $A'$  (în acest caz, ar rezulta că submulțimea obținută este chiar  $A$ , deci cea de a doua submulțime ar fi vidă). Sunt  $2^7 - 1$  submulțimi ale mulțimii  $A'$ , excluzând-o pe ea însăși.

**237** Și în acest caz, este suficient să precizăm doar una dintre submulțimi (spre exemplu, pe aceea care îl conține pe 8). Pentru a completa submulțimea, mai rămân de ales oricare 3 elemente din  $A' = \{1, 2, \dots, 7\}$ .

**239** Este suficient să se elimine din cele  $2^8$  submulțimi ale lui  $A$  pe cele care nu conțin niciun număr impar (în număr de  $2^4$ ).

**240** Similar cu problema anterioară, se elimină din cele  $2^8$  submulțimi ale lui  $A$  pe cele care nu conțin numere pare ( $2^4$  submulțimi) și pe cele care nu conțin numere impare (tot  $2^4$ ). Deoarece mulțimea vidă (este singura submulțime care) se elimină de două ori, răspunsul trebuie ajustat adunând înapoi 1. Rezultă răspunsul  $2^8 - 2^4 - 2^4 + 1$ .

**241** Orice distribuție a bilelor în cutii este o funcție de la mulțimea bilelor la mulțimea cutiilor.

**242** Similar cu punctul anterior, cu deosebirea că se mai introduce o cutie pentru bilele care ar putea rămâne nedistribuite.

**253**  $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$ , deci șirul este crescător. Rezultă că șirul are o limită  $L$ , finită sau infinită. Dacă presupunem că  $L$  este finită, avem  $L = L + 2/L$ , deci  $2/L = 0$ , fals. Prin urmare  $L = \infty$ . Conform Lemei Stolz-Cesaro avem  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}^2 - x_n^2}{n+1 - n} = \lim_{n \rightarrow \infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$ .  
Rezultă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$ .

**255**  $f(x_n) := x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \geq 0, \forall n \geq 0$ , deci șirul este crescător.

**256** Cum șirul este crescător rezultă că există  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$ . Dacă presupunem că  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x, x \in \mathbb{R}$ , din recurență obținem  $x = e^x - 1$ , de unde  $x = 0$  contradicție cu  $x_0 > 0$  și monotonia lui  $(x_n)_{n \geq 0}$ . Deci  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$ .

**257** Pentru  $x_0 \leq 0$ , șirul este crescător și mărginit superior de 0.

**258**  $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$  și se aplică Stolz-Cesaro.

**259**  $x_{100} = 1 \Rightarrow x_{99} \in \{0, 1\}$ .  $x_{99} = 0$  nu convine, etc.

**260**  $x_{n+1} - x_n = (x_n - 1)^2, n \geq 1$  deci șirul este crescător. Dacă presupunem că există  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = l, l \in \mathbb{R}$ , obținem  $l = l^2 - l + 1$ , deci  $l = 1$ . Dacă  $x_0 < 0$  sau  $x_0 > 1$  obținem  $x_n > 1, \forall n \geq 1$ . Dacă  $x_0 \in [0, 1]$ , obținem  $x_n \in [0, 1], \forall n \geq 1$ . Deci șirul este convergent pentru  $x_0 \in [0, 1]$  și are limita  $l = 1$ .

**261**  $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1). \prod_{k=1}^n x_k = \frac{x_{n+1} - 1}{x_1 - 1}$

**262**  $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1). \frac{1}{x_n} = \frac{1}{x_{n-1}} - \frac{1}{x_{n+1} - 1}; \sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} = \frac{1}{x_1 - 1} - \frac{1}{x_{n+1} - 1}$

**263** Mai general, fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție strict crescătoare și strict convexă astfel încât există  $a < b$  pentru care  $f(a) = a, f(b) = b$ . Atunci șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin relația de recurență  $x_{n+1} = f(x_n)$  converge spre  $a$  dacă și numai dacă  $x_0 \in (-\infty, b)$ .

**266** Vezi problema 537.

**269** Termenul general al șirului se poate scrie sub forma  $n e^{\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}-\ln n)} \left( e^{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{2n}} - 2 \right)$ .

**277**  $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k+k}\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$ .

**278**  $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1+2^k} - \frac{1}{1+2^{k+1}} \right)$ .

**282** Se observă că  $k! \cdot (k^2 + 1) = (k + 2)! - 3(k + 1)! + 2k!$ .

**285** Se scade  $2n\pi$  la argumentul funcției cosinus.

**287** Se pot folosi, de exemplu, inegalitățile  $n \leq a_n \leq n + 1$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**288**  $n \leq a_n \leq n + 1$  și Stolz-Cesaro

**289**  $a_n \leq n + 1$  și Stolz-Cesaro

**290** Se aplică Problema 537.

**296**  $p_n = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$ .

**303** Se va folosi  $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

**304**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left( a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \dots + a^{\frac{n}{n}} \right)$   
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \ln a + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + a^{-\frac{n}{2}} + \dots + a^{-n+1})}{n} = \ln a$ .

**305** Se folosește  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ . Aceeași rezolvare dacă în loc de  $(\sin n)$  se consideră un șir mărginit oarecare.

**309**  $x_n = [n \lg_3 2 + \lg_3 2008]$ .

**315**  $x_{2n} = y_n + \frac{1}{4}x_n$ .

**320** Se scrie:

$$x - \overbrace{\sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}} = (x - \sin x) + \left( \frac{\overbrace{\sin x - \sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{(\sin x)^3} \right) \cdot (\sin x)^3.$$

$$L_n = \frac{1}{6} + L_{n-1}; L_n = \frac{n}{6}.$$

**334** Se pune  $t = \frac{1}{x}$  și apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} \frac{(1+t)^{\frac{1}{t}} - e}{t} = \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} (1+t)^{\frac{1}{t}} \left[ \frac{1}{t(t+1)} - \frac{\ln(1+t)}{t^2} \right] = e \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} \frac{t - (t+1)\ln(t+1)}{t^3 + t^2} = -\frac{e}{2}.$$

**337** Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

**345** Se folosește limita  $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$ .

**347**  $|1/a| < 1$  și  $(1/a)^n \rightarrow 0$ .

**360** Se scrie ecuația sub forma  $xe^{-\frac{2}{x-1}} = m$  și se aplică șirul lui Rolle.

**369** Trebuie ca derivata funcției  $f$  să aibă două rădăcini strict pozitive.

**373** Pentru  $b \neq 0$  se consideră  $f(x) = \arctg x + \arctg b - \arctg \frac{x+b}{1-xb}$ ,  $x \neq 1/b$ . Se obține  $f'(x) = 0$ .

**380**  $f$  surjectiva  $\Leftrightarrow f([-2, 1]) = M$ , deci  $M = [0, 4]$ , studiind graficul funcției.

**382** Avem  $g'(x) = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x)$ .

**385**  $f'(0) = \sqrt[5]{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}$ .

**399** Se demonstrează imediat și elementar că

$$(x^m \log x)^{(k+m)} = m! (-1)^{k-1} (k-1)! x^{-k}, \quad m = 0, 1, \dots, k = 1, 2, \dots$$

**428**  $f'(x) = 0$  deci  $f$  este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

**430** Tinând cont de domeniile funcțiilor care intervin în definiția funcției  $f$  avem:  $|\frac{2x}{1+x^2}| \leq 1$  și  $|x| \in \mathbb{R}$  ceea ce este echivalent cu  $x \in \mathbb{R}$ .

**431** Calculăm derivata funcției  $f$  și obținem

$$f'(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty, -1); \\ 0, & x \in (-1, 0) \cup (1, \infty); \\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0, 1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul  $[1, \infty)$  funcția este constanta, deci  $f(\pi) = f(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$ .

**432**  $f'(x) < 0$  pentru orice  $x \in (-\infty, -1)$ .

**449** Substituție  $t = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$ .

**452**  $x - 1 = t$ ; se obține  $\int_{-1}^1 f(t)dt$  unde  $f(t) = \frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$  este funcție impară.

**453**

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2} dx = 2 \int_0^1 \frac{x^2 + 1 - x^2}{(1+x^2)^2} dx.$$

**454** Facem schimbarea de variabilă  $x = 3 - t$ .

**455** Schimbare de variabilă  $\sqrt{x+1} = t$ .

**457**  $P(n) = n^5 - (n-1)^5$ ,  $n \geq 2$ .

**479** Se folosește substituția  $u = \operatorname{tg} x$ .

**481** Se folosește relația  $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$  și se aplică problema 479.

**483**  $L(0) = 1$  și  $L(a) = \frac{1}{a}(e^a - 1)$  pentru  $a > 0$ .

**484** Limita este  $\int_0^1 x^2 \arcsin x \, dx$ .

**485** Se integrează prin părți, după ce s-a utilizat formula  $2 \cos^2 x = 1 + \cos 2x$ .

**488** Avem  $f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \leq 0, \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1, \\ -\frac{1}{2} + a, & a \geq 1. \end{cases}$

**492**  $\arcsin(\sin x) = x$ , dacă  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ,  $\arcsin(\sin x) = \pi - x$ , dacă  $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$ .

**503** Avem

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} \, dx &= \int_1^2 \frac{1}{e^x} \, dx - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \, dx - \int_1^2 \frac{2}{x^3 e^x} \, dx = \\ &= -\frac{1}{e^x} \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \, dx + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}\right)' \frac{1}{e^x} \, dx. \end{aligned}$$

**505**  $I + J = \int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} \, dx = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$  și  $J - I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} \, dx = \ln 2$ .

**507**  $a_{n+1} - a_n = \int_{a_n}^{a_{n+1}} e^{-x^2} \, dx = (a_{n+1} - a_n)e^{-c^2}$ .

**508** Dacă  $G(x) = \int_0^x e^{t^3} \, dt$ ,  $G'(x) = e^{x^3}$ ,  $F(x^2) = G(x^2)$ ,  $F'(x) = e^{x^6} \cdot 2x$ .

**509**  $f_1(x) = \int_0^{x^2} t \cdot e^t \, dt = e^t(t-1) \Big|_0^{x^2} = e^{x^2}(x^2-1) + 1$ .

**510**  $f'_n(x) = (F(x^2) - F(0))' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x(x^2)^n e^{x^2} = 2x^{2n+1} e^{x^2}$ , pentru  $n = 1$  se obține  $f'_1(1) = 2e$ .

**511**  $0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 t^n \cdot e^t \, dt \leq \lim_{n \rightarrow \infty} e \int_0^1 t^n \, dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e}{n+1} = 0$ .

**513**  $nx - 1 \leq [nx] \leq nx$

**516** Schimbare de variabilă  $x = \pi - t$ .

**518**  $I = \int_0^\pi x f(\sin x) \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi x f(\sin x) \, dx$ . Facem schimbarea de variabilă  $x = \pi - y$  în a doua integrală și obținem  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y) f(\sin y) \, dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) \, dx$ . Pentru calcularea integralei  $I_1$  aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus și avem  $I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x \, dx}{1 + \sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, dx}{1 + \sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, dx}{2 - \cos^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x \, dx}{\cos^2 x - 2} = \pi \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}} \right| \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2})$ .



**526** Deoarece  $f(0) = -1$ , rezultă că  $g(-1) = 0$  și, deci,  $g'(-1) = \frac{1}{f'(0)}$ . Prin schimbarea de variabilă  $x = f(y)$ , se obține  $\int_{-1}^{1-1/e} g(x) dx = \int_0^1 y f'(y) dy = y f(y) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(y) dy$ .

**527** Fie  $I_n = \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n} dx$ . Avem că

$$I_n \leq \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n + (1-x)^n} dx + \int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n + x^n} dx = \frac{3}{4} \sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \geq \int_0^{1/2} (1-x) dx + \int_{1/2}^1 x dx = \frac{3}{4}.$$

**528**

$$\frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{nx}) dx - \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(e^{nx}) dx = \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{-nx}) dx \leq \frac{\ln 2}{n}.$$

**532** Se folosește substituția  $x + e^x = y$  și problema 539.

**533** Schimbare de variabilă  $x = 3/t$ .

**534** Schimbare de variabilă  $x = (2-t)/(1+2t)$ .

**535** Se folosește egalitatea  $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ ,  $x > 0$ .

**536** Se folosește periodicitatea funcției de integrat și egalitatea  $\int_0^\pi \frac{1}{1+n^2 \cos^2 x} dx = \frac{\pi}{\sqrt{1+n^2}}$ .

**537** Mai general, fie  $x_n, a_n > 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , astfel ca  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{a_n} = \infty$  și

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ . Fie  $0 < q < 1$  și  $p \in \mathbb{N}$  astfel ca

$$\left( \frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{a_n} < q, \quad n \geq p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p q^{\frac{1}{a_p} + \dots + \frac{1}{a_n}}, \quad n \geq p,$$

de unde  $x_n \rightarrow 0$ .

**538**  $x = a + b - t$ .

$$\begin{aligned} \text{541} \quad \int_0^1 f(nx) dx &= \frac{1}{n} \int_0^n f(x) dx = \frac{1}{n} \int_0^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor + T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) dx = \frac{1}{n} \int_0^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor} f(x) dx \\ &+ \frac{1}{n} \int_{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor}^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor + T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) dx = \frac{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor}{n} \int_0^T f(x) dx + \frac{1}{n} \int_0^{T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) dx \rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx + 0. \end{aligned}$$

**559** Panta dreptei  $AB$  este  $m_{AB} = 1$  iar panta perpendicularei pe ea, este  $m = -1$ . Ecuația perpendicularei, scrisă prin punctul  $C$ , este:  $x + y - 8 = 0$ . Ecuația dreptei  $AB$  este  $x - y + 1 = 0$ . Intersectând cele două drepte, obținem proiecția punctului  $C$  pe dreapta  $AB$ , punctul  $P(\frac{7}{2}, \frac{15}{4})$ . Urmează că simetricul punctului  $C$  față de dreapta  $AB$  este  $C'(1, 7)$ .

**560** Suma  $DM + MC$  este minimă dacă punctul  $M$  este la intersecția dreptelor  $DC'$  și  $AB$ . Ecuația dreptei  $DC'$  este  $x = 1$ , prin urmare, rezultă  $M(1, 2)$ .

**561** Fie punctul  $M(x, x + 1) \in AB$ . Considerăm funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = DM^2 + MC^2$ , adică  $f(x) = (x - 1)^2 + (x + 1 - 1)^2 + (6 - x)^2 + (2 - x - 1)^2$ , sau  $f(x) = 4 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 38$ . Funcția  $f$  își atinge minimumul pentru  $x = 2$ . Obținem  $M(2, 3)$ .

**565**  $A(-4, 1) \notin d : 3x - y - 2 = 0$ ,  $d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45$ .

**566**  $C$  este simetricul punctului  $A$  față de  $d$ ,  $AC \perp d \Rightarrow AC : x + 3y + 1 = 0$ ,  $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$ ,  $M$  este mijlocul  $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$ .

**575**  $\vec{MG} = \frac{\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}}{3} = \vec{0} \Rightarrow M = G$ .

**576**  $\vec{NI} = \frac{a\vec{NA} + b\vec{NB} + c\vec{NC}}{a+b+c} = \vec{0} \Rightarrow N = I$ .

**577**  $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0} \Rightarrow P = O$ .

**605**  $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$  sau  $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$

**606**  $(\sin x)^2 (\sin 2x)^2 \dots (\sin nx)^2 = 1$ ;  $(\sin x)^2 = 1$ ,  $(\sin 2x)^2 = 1$

**612** Ecuația se scrie  $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

**644**  $E = \cos 4\alpha + i \sin 4\alpha$ ,  $\sin 4\alpha = 0 \Rightarrow 4\alpha = k\pi$ .

**647** Se folosește reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

**653**  $\cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$ ,  $k = 1, \dots, n$  sunt rădăcinile complexe ale ecuației  $z^n - 1 = 0$ ; se folosesc relațiile lui Viète.

**654**  $\sqrt{3} - i = 2 (\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6})$ ;  $-1 + i\sqrt{3} = 2 (\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$ .

**660** Se rezolvă ecuația  $f(x) = 8$ .

**662**  $1 + a + a^2 = 0$ ,  $1 + a = -a^2$  și analog  $1 + \bar{a} = -\bar{a}^2$ .

**663** Determinantul sistemului este diferit de zero.

**664** Se pune condiția ca determinantul sistemului și determinantul caracteristic al sistemului să fie egale cu zero.

**665**  $(x * y) * z = x * (y * z) \iff (a^2 - a)(x - z) = 0, \forall x, y, z \in \mathbb{R}$ .

**666**  $x * y \in [0, 1], \forall x, y \in [0, 1] \iff 0 * 0 \in [0, 1], 0 * 1 \in [0, 1], 1 * 1 \in [0, 1]$ , de unde  $0 \leq a \leq 1$  și  $0 \leq 2a - 1 \leq 1$ .

**667** Avem două legi asociative, pentru  $a \in \{0, 1\}$ :  
 $a = 0$ ,  $x * y = -xy$ ,  $e = -1$ ,  $x' = -1/x$ , deci  $b = 0$ ;  
 $a = 1$ ,  $x * y = x + y - xy$ ,  $e = 0$ ,  $x' = x/(x - 1)$ , deci  $b = 1$ .

**669** Avem  $\det(X) = 0$ , deci  $X^2 = (\text{tr}(X))X$ .

**670**  $P(1) = 0$  și  $P'(1) = 0$ .

**672**  $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x)) \, dx = \int_{-\pi}^{\pi} \arcsin(\sin(2x)) \, dx = 0$ .

**673**  $\int_{-1}^1 \frac{2x+2}{x^2+1} \, dx = \int_{-1}^1 \frac{2x}{x^2+1} \, dx + 2 \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2+1} \, dx$ .

**674**  $I_n = \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \cos(nx) \, dx = \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \left( \frac{\sin(nx)}{n} \right)' \, dx$  apoi se integrează prin părți.

**675** Se studiază derivabilitatea în  $-2$  și  $2$ .

**676**  $-2$  și  $2$  sunt puncte de întoarcere, iar  $0$  este punct de maxim local.

**677** Asimptotele sunt  $y = x$  și  $y = -x$ .

**680**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{\sin x}{x}}{1 + \frac{\sin x}{x}} = \frac{1-0}{1+0} = 1$ .

**681**  $\left( \frac{(3+n)!}{n!n^3} \right)^n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n \rightarrow e^1 e^2 e^3 = e^6$ .

**682** Folosim  $\lim_{x \rightarrow +0} x^x = 1$ . Avem:

$$\lim_{x \rightarrow +0} ((1+x)^x - 1)^x = \lim_{x \rightarrow +0} \left( \frac{e^{x \ln(1+x)} - 1}{x \ln(1+x)} \right)^x x^x \left( \frac{\ln(1+x)}{x} \right)^x x^x = 1.$$

**687**  $f(x) = -\cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 5 - (2 - \cos x)^2$ ,  $\cos x \in [-1, 1]$ .

**688**  $\max f(x) = 4$ ,  $\min f(x) = -4$ , deci  $m \in [-4, 4]$ .

**861** Pentru  $a, b \geq 1$ ,  $x \geq 0$ , avem

$$\begin{aligned} \int \frac{x^{b-1} - x^{a-1}}{(x^a + 1)(x^b + 1)} \, dx &= \int \frac{x^{b-1} + x^{a+b-1} - x^{a+b-1} - x^{a-1}}{(x^a + 1)(x^b + 1)} \, dx \\ &= \int \left( \frac{x^{b-1}}{x^b + 1} - \frac{x^{a-1}}{x^a + 1} \right) \, dx = \ln \frac{(x^b + 1)^{1/b}}{(x^a + 1)^{1/a}} + C. \end{aligned}$$

**862** Pentru  $a \in \mathbb{R}$  și  $b \in (0, \infty)$ , avem  $\int_{\frac{1}{b}}^b \frac{1}{(x^2 + 1)(x^a + 1)} \, dx \stackrel{x=1/y}{=} \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{b}}^b \frac{1}{x^2 + 1} \, dx$ .