

Ana-Maria MOLDOVAN

Adriana HĂDĂREAN

ELECTROTEHNICĂ I

Îndrumător pentru laborator și seminar

- aplicații, probleme și simulări -



U.T.PRESS

Cluj-Napoca, 2025

ISBN 978-606-737-769-9

Ana-Maria MOLDOVAN

Adriana HĂDĂREAN

ELECTROTEHNICĂ I

**Îndrumător pentru laborator și seminar
- aplicații, probleme și simulări -**



U.T.PRESS

Cluj - Napoca, 2025

ISBN 978-606-737-769-9



Editura U.T.PRESS
Str. Observatorului nr. 34
400775 Cluj-Napoca
Tel.: 0264-401.999
e-mail: utpress@biblio.utcluj.ro
www.utcluj.ro/editura

Recenzia: Prof.dr.ing.Dorin Beu
Conf.dr.ing. Călin Nicolae Ciugudeanu

Pregătire format electronic on-line: Gabriela Groza

Copyright © 2025 Editura U.T.PRESS

Reproducerea integrală sau parțială a textului sau ilustrațiilor din această carte este posibilă numai cu acordul prealabil scris al editurii U.T.PRESS.

ISBN 978-606-737-769-9

CUPRINS

INTRODUCERE	5
LABORATOR.....	7
1. Reguli de protecția muncii în laboratorul de electrotehnică	9
2. Notății și simboluri.....	13
3. Starea de încărcare electrică (distribuții de sarcină).....	17
4. Starea electrocinetică a corpurilor	25
4.1. Tensiunea electromotoare. Câmpuri imprimate de suprafață.....	25
4.2. Curentul electric de conducție.....	26
5. Starea de magnetizare a corpurilor	31
SEMINAR.....	35
6. Transformarea schemelor circuitelor electrice liniare de curent continuu: conexiunile rezistoarelor	37
6.1. Gruparea serie a rezistoarelor.....	37
6.2. Gruparea paralel a rezistoarelor	38
7. Transformarea schemelor circuitelor electrice de curent continuu: transfigurarea reversibilă stea - triunghi	49
8. Legea lui Ohm pentru circuite electrice de curent continuu...	59
9. Teoremele lui Kirchhoff pentru circuite electrice de curent continuu (partea I).....	65
10. Teoremele lui Kirchhoff pentru circuite electrice de curent continuu (partea II)	73
11. Legea lui Ohm și teoremele lui Kirchhoff pentru circuite magnetice.....	83
12. Teoremele capacităților echivalente: gruparea serie, paralel și mixtă a condensatoarelor	91
BIBLIOGRAFIE	101

INTRODUCERE

Acest îndrumător este destinat studenților Facultății de Inginerie a Instalațiilor din cadrul Universității Tehnice din Cluj-Napoca, având ca scop principal facilitarea aprofundării cunoștințelor predate în cadrul cursului de Electrotehnică I.

Lucrările de laborator includ o serie de aplicații practice și modelări ale unor circuite, menite să completeze informațiile prezentate în timpul cursurilor. Acestea sunt concepute pentru a sprijini studenții în formarea lor ca viitori ingineri. Echipamentele necesare realizării experimentelor sunt disponibile în laborator, iar pentru utilizarea modelelor Simulink, studenții vor folosi licența Matlab și Simulink pusă la dispoziție de Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca.

Pentru fiecare ședință de laborator, studenții trebuie să se prezinte cu lucrarea pregătită. În cazul în care, în urma verificării de către cadrul didactic, se constată că studentul nu cunoaște conținutul lucrării, acesta nu va putea participa la activitate.

Studenții care nu dețin acest îndrumător sunt obligați să utilizeze un caiet personal de laborator, care trebuie să conțină un rezumat al lucrării ce urmează a fi realizată, datele experimentale obținute și calculele aferente.

Desfășurarea fiecărei lucrări va urma pașii indicați în material, iar verificarea acesteia va fi realizată de cadrul didactic. Rezultatele măsurărilor vor fi consemnate în tabelele specifice fiecărei lucrări.

Accesul în laborator este permis doar studenților din grupa programată. Persoanele străine sau studenții care nu fac parte din grupa respectivă nu pot participa la activitate fără aprobarea cadrului didactic.

LABORATOR

1. Reguli de protecția muncii în laboratorul de electrotehnică

În prima ședință de lucrări de laborator cu studenții, cadrul didactic coordonator va face instructajul de protecția muncii.

Instructajul se va consemna într-un proces verbal semnat de către cadrul didactic și de către toți studenții care efectuează lucrări practice de laborator.

La lucrările de laborator au permisiunea de a participa doar studenții instruiți pe linie de protecția muncii și care au semnat procesul verbal de protecția muncii.

La lucrări participă toți studenții semigrupului sub îndrumarea cadrului didactic. Accesul în sala de laborator se face doar în prezența cadrului didactic.

În timpul desfășurării lucrărilor se va păstra ordinea și disciplina în laborator.

Laboratorul trebuie menținut în stare de curățenie și ordine, fără obstacole pe pardoseli și pe căile de acces. Pardoselile trebuie să fie verificate cu regularitate pentru depistarea deteriorărilor.

Utilizarea echipamentelor și a elementelor din dotarea laboratorului se va face doar cu acordul cadrului didactic sau al persoanei desemnate de acesta.

Este interzisă efectuarea lucrărilor de laborator cu aparate, instrumente sau accesorii defecte, cu izolație deteriorată sau improvizată. Pentru a preveni astfel de probleme, orice defecțiune trebuie semnalată imediat cadrului didactic, astfel încât să poată fi remediată fără întârziere.

În cazul în care se constată o funcționare anormală (aparitia oricărui zgomot suspect sau a fumului), care indică prezența unei defecțiuni, se va întrerupe imediat sursa de alimentare și se va anunța prezența acesteia cadrul didactic. Punerea în funcțiune se va face numai după identificarea și înlăturarea defecțiunii.

Echipamentele se conectează la rețeaua de alimentare electrică numai prin intermediul prizelor, tablourilor și fișelor electrice indicate de către cadrul didactic.

Tot pe linie de protecție a muncii se interzice ca în timpul efectuării lucrărilor de laborator să se mănânce sau să se bea diferite lichide. Îmbrăcămintea studentului trebuie să fie adecvată muncii în laborator: îmbrăcămintea trebuie să fie uscată, părul strâns și hainele să nu fie cu mâneci largi.

La începutul și la sfârșitul orelor de laborator se va aerisi bine laboratorul, iar în timpul lor se va păstra curățenia la locul de muncă pentru a asigura și păstra condițiile de igienă la locul de muncă.

La sfârșitul primei ore de laborator, după însușirea și prelucrarea Regulilor și Normelor de Protecția Muncii, studenții vor completa și semna procesul-verbal de protecția muncii, conform modelului din Anexa 1, prezentată mai jos.

Anexa 1

PROCES VERBAL DE PROTECȚIA MUNCII

Încheiat astăzi,/...../....., cu ocazia prelucrării Instructajului de Protecția Muncii și a Normelor de Prevenirea și Stingerea Incendiilor, specific activității din cadrul Laboratorului de Electrotehnică.

Prelucrarea Normelor de Protecția Muncii a fost efectuată de către în calitate de responsabil cu activitatea de laborator, în cadrul primei ședințe de laborator cu grupa de studenți

Cadru didactic,

.....

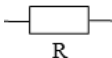
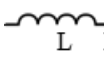
Am luat la cunoștință,

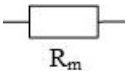
Nr. Crt.	Nume și prenume	Semnătura

2. Notății și simboluri

În schemele electrice și electronice se utilizează diverse simboluri pentru același element de circuit, însă pentru a nu exista confuzii, în cadrul acestui îndrumător se vor folosi simbolurile centralizate în tabelul 2.1.

Tabel 2.1 Elemente de circuit

Nr.crt.	Simbol	Bloc Simulink	Denumire
1			Rezistor
2			Condensator
3			Bobină
4			Sursă ideală de tensiune electromotoare
			
			
5			Sursă ideală de curent
			
6			Ampermetru
7			Voltmetru
8			Sursă de tensiune magnetomotoare

9			Reluctanța
10			Fluxmetru

Principalele mărimi electrice utilizate, precum și unitățile lor de măsură în Sistemul Internațional (SI), sunt prezentate în tabelul 2.2. De asemenea, cei mai des întâlniți multipli și submultipli ai unităților de măsură se regăsesc în tabelul 2.3.

Tabel 2.2 Principalele mărimi electrice utilizate

Nr. crt.	Mărimea	Simbolul mărimii	Unitatea de măsură	Simbolul unității de măsură
1	Intensitatea curentului electric	I	Amper	A
2	Sarcina electrică	q	Coulomb	C
3	Electron (sarcina electrică elementară)	e	Coulomb	C
4	Potențialul electric	V	Volt	V
5	Tensiunea electrică	U	Volt	V
6	Tensiunea electromotoare	E	Volt	V
7	Rezistența	R	Ohm	Ω
8	Conductanța	G	Siemens	S
9	Fluxul magnetic	ϕ	Weber	Wb
10	Inductivitatea	L	Henry	H
11	Capacitatea	C	Farad	F
12	Puterea	P	Watt	W
13	Energia	W	Joule	J (1kWh= $3,6 \cdot 10^6$ J)
14	Inducția magnetică	B	Tesla	T
15	Intensitatea câmpului magnetic	H	Amper/metru	A/m

Tabel 2.3 Multiplii și submultiplii ai unităților de măsură

Nr. crt.	Prefix	Simbol	Puterea lui zece
1	Terra	T	10^{12}
2	Giga	G	10^9
3	Mega	M	10^6
4	kilo	k	10^3
5	hecto	h	10^2
6	deca	da	10^1
7	-	-	10^0
8	deci	d	10^{-1}
9	centi	c	10^{-2}
10	mili	m	10^{-3}
11	micro	μ	10^{-6}
12	nano	n	10^{-9}
13	pico	p	10^{-12}

3. Starea de încărcare electrică (distribuții de sarcină)

I. Considerații teoretice

Apariția electricității are la bază fenomenul de electrizare a corpurilor. Cele două situații în care corpurile ajung în stare de electrizare sunt: încărcarea cu sarcini electrice și încărcarea prin polarizare electrică.

Se poate afirma că fenomenul prin care un corp neutru se încarcă cu sarcini electrice poartă denumirea de electrizare.

Procedeele tehnice cele mai cunoscute prin care corpurile pot fi aduse în starea de încărcare cu sarcini electrice sunt:

- prin frecare,
- prin inducție electrostatică, adică prin influența (de la distanță),
- prin încălzire,
- prin contact,
- prin acțiuni electrochimice etc.

De menționat că sarcinile electrice sunt mărimi fizice prin care se poate caracteriza starea de încărcare electrică a corpurilor.

Starea de polarizare electrică poate fi atinsă doar de corpurile sau mediile dielectrice sub influența unui câmp electric exterior.

Prezenta lucrare are ca scop determinarea sarcinilor electrice a unor corpuri încărcate cu sarcini electrice prin frecare și inducție.

Cea mai mică sarcină existentă în natură este sarcina electrică elementară (electron) notată cu e și este egală cu modulul sarcinii unui electron (respectiv proton):

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (3.1)$$

Sarcina electrică a unui corp, q nu poate lua orice valoare, mai exact ea este un multiplu întreg (n) al sarcinii electrice elementare:

$$q = n \cdot e \quad (3.2)$$

Prin convenția stabilită de Franklin, o baghetă de sticlă se încarcă cu electricitate pozitivă iar o baghetă de ebonită cu electricitate negativă.

Electrizarea corpurilor prin frecare implică un transfer de electroni de la un corp la altul, după cum urmează:

- corpul care **cedează** electroni, se va încărca cu sarcini electrice pozitive (explicația constă în faptul că acest corp prin cedare va avea un surplus de protoni în nucleeele atomilor);
- corpul care **primește** electroni, se va încărca cu sarcini electrice negative (explicația constă în faptul că acest corp prin primire va avea un surplus de electroni în învelișurile electronice ale atomilor).

Primul experiment din acest domeniu a fost făcut în sec. VI î.e.n de către Thales din Milet care a folosit un baston de chihlimbar galben, care în limba greacă se numește ELECTRON. El a demonstrat că prin frecare bastonul s-a electrizat, adică devine purtător de sarcină electrică și astfel a atras corpuri ușoare.

II. Aplicații

Aplicația 3.1

Materiale folosite:

Pentru realizarea experimentului se vor folosi:

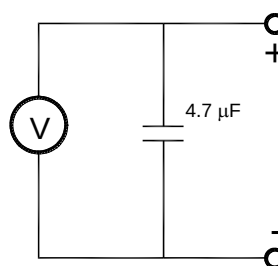
- 1 coulombmetru digital (Fig. 3.1);
- 1 baghetă de ebonită/sticlă/plastic/rășină;
- 1 butelie de Leyda (care permite acumularea sarcinii electrice) (Fig. 3.2);
- 1 sferă conducătoare (Fig. 3.3);
- 1 buc. de material.

Coulombmetrul este un instrument prin care se poate măsura sarcina electrostatică a unui material. În general pentru măsurarea sarcinii unui material, coulombmetrul se folosește în combinație cu cupa Faraday sau un corp de probă metalic.

Coulombmetrul utilizat conține un voltmetru de mare impedanță cu un display cu cristale lichide care măsoară diferența de potențial a unui condensator de capacitate cunoscută ($4,7 \mu\text{F}$) așa cum se poate vedea în Fig. 3.1. Intervalul de măsurare a coulombmetrului digital este $\pm 199 \text{nC}$, cu precizie de $\pm 10 \text{nC}$.



a.



b.

Fig. 3.1 Coulombmetru: a. imagine, b. schema electrică



Fig. 3.2 Butelia de Leyda



Fig. 3.3 Sfera conducătoare

Butelia de Leyda reprezintă primul dispozitiv de stocare a sarcinii electrice și stă la baza condensatorului electric din zilele noastre. Stocarea sarcinii electrice dintr-o sursă externă se face între conducătorii electrice din interiorul (bara metalică = armătura interioară) și exteriorul (peretele exterior = armătura exterioară) borcanului.

Sfera metalică conductoare (goală în interior și cu un orificiu de 30 mm) fixată pe un suport izolator este utilizată pentru demonstrarea existenței sarcinilor electrice pe interiorul/exteriorul sferei.

1. Încărcare prin frecare

• *Etapetele de realizare a experimentului:*

A. Cu plăcuța metalică

- Inserați plăcuța metalică în portul roșu (pozitiv) al coulombmetrului și conectați un cablu conductor în portul negru (negativ).
- Scurtcircuitați coulombmetrul apăsând pe butonul central până când afișajul indică valoarea 0.
- Încărcați negativ o baghetă prin frecare cu un material textil.
- Mențineți apoi bagheta la o distanță de aproximativ 50 mm față de plăcuța metalică.
- Dacă bagheta este foarte bine încărcată prin apropierea de plăcuța metalică se pot observa (chiar auzi) una sau doua mici scântei și sarcina va fi transferată către plăcuța metalică. În acest caz pe afișaj va rămâne o valoare negativă fixă chiar după îndepărtarea baghetei.

Notă: Dacă bagheta nu este suficient de încărcată afișajul coulombmetrului va indica inițial o valoare negativă (sarcina negativă) iar după îndepărtarea baghetei aceasta va scădea până la zero.

- Experimentul se repetă folosind un alt tip de baghetă. Dacă se folosește o baghetă din acetat atunci sarcina transmisă către coulombmetru va fi pozitivă.

• *Explicația experimentului:*

Când bagheta de polietilenă încărcată negativ este menținută lângă plăcuța metalică (de încărcare) are loc o separare a sarcinilor așa cum

este indicat în Fig. 3.4. Electronii de pe plăcuța metalică se vor deplasa pe firul conductor până la una din cele două armături ale condensatorului iar sarcinile electrice pozitive vor rămâne pe plăcuța metalică. Acești electroni determină, la rândul lor, un transfer egal de electroni pe cealaltă armătură. Prin intermediul firului conductor conectat la portul negru, electronii se vor descărca spre pământ. Astfel, pe armăturile condensatorului vom avea sarcini $-q$ și sarcini $+q$. Coulombmetrul va indica o valoare negativă ($-q$) deoarece armătura condensatorului care este conectată la portul roșu s-a încărcat negativ.

Când bagheta de polietilenă este îndepărtată deplasarea electronilor se va face în sens invers până când toate elementele circuitului ating starea neutră (elementele nu mai sunt încărcate cu sarcină).

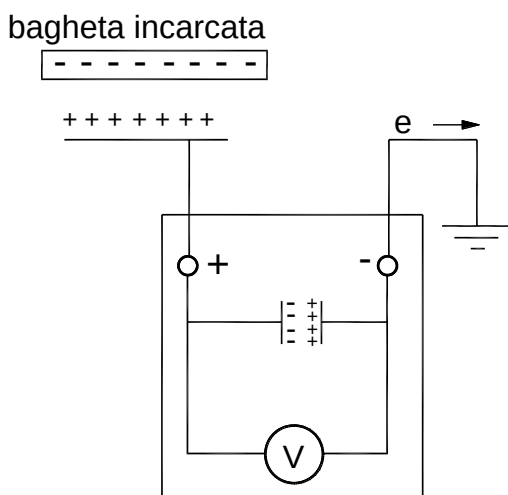


Fig. 3.4 Încărcare prin frecare

B. Cu butelia Leyda

Etaplele descrise la punctul A se reiau cu următoarea observație: descărcarea baghetei se va face folosind o butelie Leyda.

Încărcarea buteliei se face prin cuplarea armăturii interioare la un generator electrostatic, în acest caz la baghetă.

Notă: Legând printr-un conductor cei doi poli ai buteliei, are loc descărcarea acesteia.

C. Cu sfera conductoare

Experimentul se reface, dar se va folosi sfera conducătoare în locul plăcuței metalice. Încărcarea și descărcarea sferei se face în același mod ca și în cazul buteliei Leyda.

2. Încărcare prin inducție

Mențineți bagheta încărcată lângă plăcuța metalică așa cum este indicat în Fig. 3.5. Aceasta va induce o separare a sarcinilor pe armăturile condensatorului intern al coulombmetrului în același mod ca în cazul experimentului bazat pe frecare.

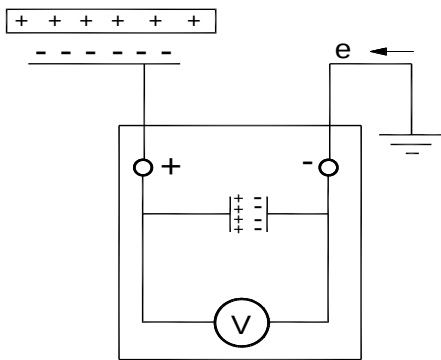


Fig. 3.5 Încărcare prin inducție

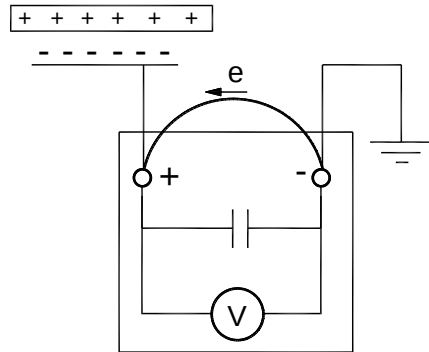


Fig. 3.6 Scurtcircuitarea coulombmetrului

Notă: În Fig. 3.5 s-a folosit o baghetă încărcată pozitiv.

Obs. Legând printr-un conductor cei doi poli ai coulombmetrului, are loc descărcarea acestuia (vezi Fig. 3.6).

Măsurători și calcule

Valorile măsurate în baza experimentului descris anterior se vor trece în tabelul 3.1.

Tabel 3.1 Valori măsurate și calculate

Nr. crt.	Valorile sarcinilor măsurate cu Coulombmetrul (sarcini primite)	Calculul numărului de electroni transferați coulombmetrului
Încărcare prin frecare		
	A. Plăcuța metalică	
1	-5nC	$= \frac{5 \text{ nC}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 3 \cdot 10^{10} \text{ C}$
2		
	B. Butelia Leyda	
1		
2		
	C. Sfera conducătoare	
1		
2		
Încărcare prin inducție		
1	-5nC	$= \frac{5 \text{ nC}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 3 \cdot 10^{10} \text{ C}$
2		

4. Starea electrocinetică a corpurilor

I. Considerații teoretice

Starea electrocinetică este starea corpurilor conductoare parcurse de curenți electrici de conducție, adică aceste corpuri suferă acțiuni din partea câmpului electromagnetic.

Starea electrocinetică poate fi pusă în evidență prin următoarele efecte: electric, caloric, mecanic, magnetic, luminos și chimic.

Un sistem de conductoare se află în regim electrocinetic dacă acestea sunt parcurse de curent electric de conducție, adică sarcinile se deplasează ordonat în raport cu un reper.

4.1. Tensiunea electromotoare. Câmpuri imprimate de suprafață

Se poate afirma că tensiunea electromotoare reprezintă o mărime fizică care produce curent electric într-un circuit.

Câmpul electric imprimat conform definiției este raportul dintre o forță neelectrică și sarcina asupra căreia acționează.

Câmpurile imprimate se clasifică în două categorii: câmpuri imprimate de volum și câmpuri imprimate de suprafață (de contact).

Câmpurile imprimate de suprafață sunt localizate în stratul de neomogenitate (foarte subțire) care separă două conductoare diferite puse în contact. Aceste câmpuri sunt mai intense decât cele de volum.

Câmpurile imprimate de suprafață se clasifică în:

- câmpuri imprimate voltaice,
- câmpuri imprimate termoelectrice de contact (efectul Seebeck),
- câmpuri imprimate galvanice,
- câmpuri imprimate fotovoltaice.

Scopul prezentei lucrări este de a pune în evidență câmpurile imprimare termoelectric de contact și implicit producerea tensiunii electromotoare (efectul Seeback).

Câmpurile imprimare termoelectric de contact apar la formarea unui circuit conductor închis, sudând la capete două conductoare din materiale diferite și supunând cele două suduri la temperaturi diferite.

4.2. Curentul electric de conducție

Apariția curentului electric se datorează unei forțe neelectrice care acționează asupra sarcinilor electrice

Conform legii lui Ohm, intensitatea curentului electric printr-un circuit electric este direct proporțională cu tensiunea electromotoare a sursei și invers proporțională cu rezistența totală a circuitului.

Legea lui Ohm este valabilă în general pentru surse chimice deoarece au rezistența internă mică, dar poate fi particularizată și pentru alte surse.

II. Aplicații

Aplicația 4.1

Materiale folosite:

Pentru realizarea experimentului se vor folosi:

- 1 milivoltmetru (mV)
- 1 fir conductor de cupru
- 1 fir conductor de fier
- sursa rece (Ar): pahar cu gheață (sau apă foarte rece)
- sursa caldă (Ac): apă foarte fierbinte, lampă pe gaz, sau lumânare.

Experimente de realizat:

Se va crea un circuit unind cele 2 capete ale firelor conductoare (se vor crea astfel două joncțiuni). Circuitul astfel format (vezi Fig. 4.1) se numește termocuplu și se utilizează în practică pentru determinarea

diferenței de temperatură între cele două joncțiuni, prin măsurarea tensiunii electromotoare cu un milivoltmetru.

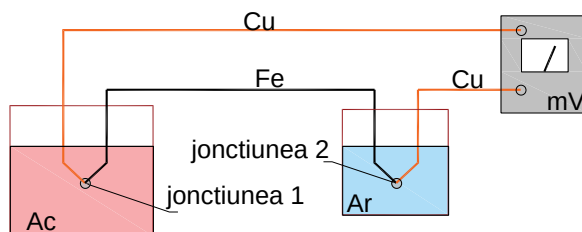


Fig. 4.1 Instalația experimentală

Se va tăia firul de cupru și se va insera milivoltmetru (vezi Fig. 4.1). O joncțiune se va supune căldurii emanate de sursa caldă, iar a doua joncțiune se va pune în paharul cu apă rece (sau cuburi de gheață). Cu ajutorul milivoltmetrului se va citi valoarea tensiunii dezvoltate în circuitul închis. Experimentul se reia prin inversarea poziției celor două joncțiuni raportat la sursa caldă și sursa rece.

Se va crea un alt circuit folosind aceleași fire conductoare și urmând aceiași pași descriși mai sus, modificând doar poziția milivoltmetrului. Acesta se va insera în mijlocul firului conductor de fier.

Valorile măsurate se vor centraliza în tabelul 4.1.

Tabel 4.1

Nr. crt.	Poziție milivoltmetru	Circuit	$E_{măsurat}$ [V]
1	Fir conductor cupru	Sursa caldă-sursa rece	
		Sursa rece-sursa caldă	
2	Fir conductor fier	Sursa caldă-sursa rece	
		Sursa rece-sursa caldă	

Observații:

Pe baza experimentelor efectuate de Seebeck cu privire la cuplarea diferitelor metale cu proprietăți termoelectrice au rezultat așa numitele serii termoelectrice (vezi Fig. 4.2)

83 Bi	83 Ni	46 Pd	78 Pt	29 Cu	25 Mn	80 Hg	82 Pb	50 Sn	79 Au	47 Ag	30 Zn	48 Cd	26 Fe	51 Sb
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Fig. 4.2 Serii termoelectrice

Poziția acestor metale în serie depinde atât de temperatură cât și de proprietățile termoelectrice ale metalelor. Cu cât distanța dintre 2 metale este mai mare cu atât se obține o tensiune electromotoare (t.e.m.) mai mare (vezi Fig. 4.3).

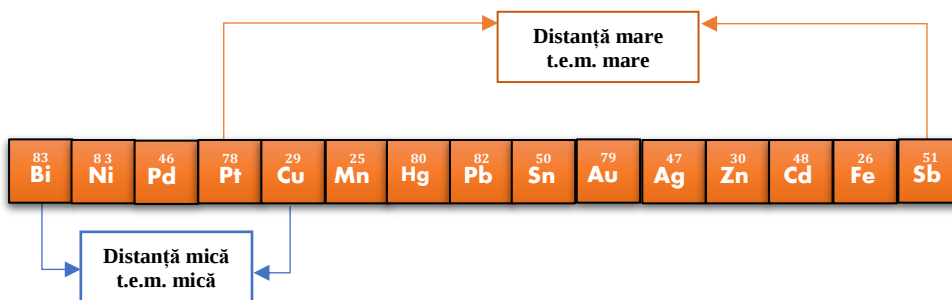


Fig. 4.3 Cuplaje materiale termoelectrice

Aplicația 4.2

Materiale folosite:

Pentru realizarea experimentului se vor folosi:

- sursa de tensiune variabilă;
- rezistori cu valori diferite ale rezistenței;
- rezistența internă;
- fire de legătură;
- ampermetru;
- voltmetru.

Experimente de realizat:

Se va realiza circuitul din Fig. 4.4 pentru diferite valori ale elementelor de circuit conform datelor prezentate în tabelul 4.2:

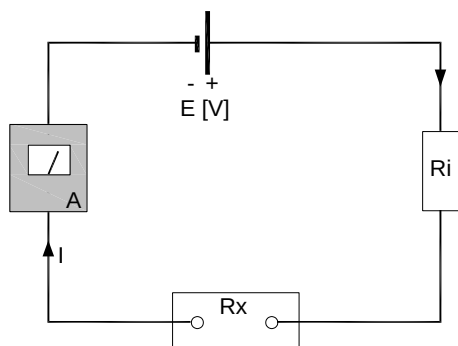


Fig. 4.4 Circuit electric

Pentru fiecare circuit realizat se vor:

1. măsura: intensitatea curentului electric care trece prin rezistor ($I_{\text{măsurat}}$)
2. calcula: rezistența totală a circuitului (R_T) și intensitatea curentului electric (I_C). Valorile obținute se vor trece în tabelul 4.2.

Pentru calcule se vor folosi următoarele formulele:

$$R_T = R + R_i \quad (4.1)$$

$$I_C = \frac{E}{R + R_i} \quad (4.2)$$

Toate valorile măsurate și calculate se vor centraliza în tabelul 4.2.

Tabel 4.2

Nr. crt.	Circuit	E [V]	R [Ω]	R_i [Ω]	$I_{\text{măsurat}}$ [A]	R_T [Ω]	I_C [A]
1	C1	1.5	50	21			
2	C2	4.5	50	6.6			
3	C3						
4	C4						

5. Starea de magnetizare a corpurilor

I. Considerații teoretice

Existența câmpului magnetic se constată în vecinătatea magneților permanenți sau a circuitelor parcurse de curenți.

Câmpul magnetic este un sistem fizic care se manifestă prin forțe sau cupluri de forțe care acționează asupra corpurilor magnetizate sau asupra conductoarelor parcurse de curenți. Aceste forțe în câmp magnetic se împart în:

- forțe electrodinamice (între curenți);
- forțe electromagnetice (între curenți și corpuri magnetizate);
- forțe magnetostatice (între magneți).

Un curent liniar generează un câmp magnetic care are liniile de câmp circulare, concentrice în planul perpendicular pe direcția curentului, având sensul dat de regula burghiului drept. Câmpul magnetic generat este mai intens mai aproape de conductor și mai slab la o distanță mai mare de conductor fiind caracterizat cantitativ prin mărimea vectorială, intensitatea câmpului magnetic, H [A/m].

Intensitatea câmpului magnetic, H este direct proporțională cu intensitatea curentului electric I , care trece prin firul rectiliniu și invers proporțională cu distanța r până la curentul electric, conform relației:

$$H = k \cdot \frac{I}{r} \quad (5.1)$$

unde k este un factor de proporționalitate și are valoarea $k = \frac{1}{2\pi}$.

Dacă un conductor parcurs de curent electric este introdus într-un câmp magnetic atunci câmpul magnetic va acționa asupra conductorului parcurs de curent cu o anumită forță, forță numită forța electromagnetă. Sensul acestei forțe se stabilește cu regula mâinii stângi. Mărimea forței electromagnetice depinde și de intensitatea câmpului magnetic conform relației:

$$\vec{F} = \vec{B} \times \vec{H} \quad (5.2)$$

în care $\vec{B}$ [T] este inducția magnetică.

Scopul prezentei lucrări este de a pune în evidență forțele electromagnetice.

II. Aplicații

Aplicația 5.1

Materiale folosite:

Pentru realizarea experimentului se vor folosi:

- 1 alimentator (generator de curent continuu) de 4-10V (U);
- 1 reostat cu cursor (R);
- 1 întrerupător (K);
- 1 conductor de cupru foarte subțire;
- stativ Bunzen cu suport bară orizontală (Sb);
- rigla gradată (RG);
- 2 magneți potcoavă;
- 1 ampermetru (A).

Experimente de realizat:

Se realizează dispozitivul din Fig. 5.1.

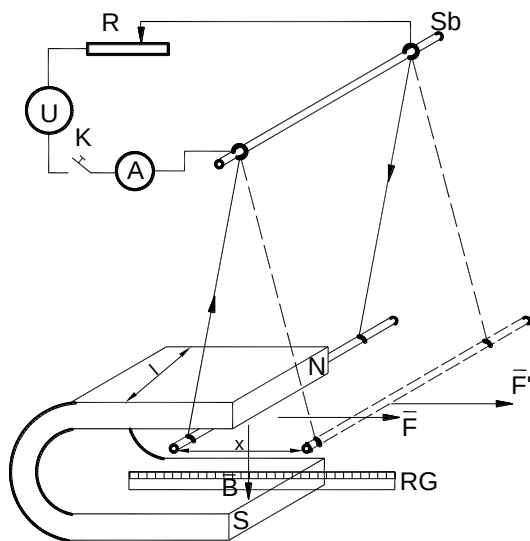


Fig. 5.1 Studiul forței electromagnetice

Se reglează intensitatea curentului la o anumită valoare cu ajutorul reostatului R. Se închide întrerupătorul K și astfel prin conductor va trece curentul I .

Datorită interacțiunii dintre câmpul magnetic produs de trecerea curentului și câmpul magnetic produs de magnet ia naștere forța electromagnetică F , care va deplasa în lateral conductorul mobil.

Inversând sensul curentului, se va inversa și sensul forței electromagnetice F . Inversând magnetul – fața S (Sud) în sus, adică inversând sensul câmpului magnetic se va inversa și sensul forței electromagnetice.

Se fixează orizontal fără a atinge conductorul în timpul mișcării o rigla gradată în milimetri RG.

Se repetă experimentul pentru valori ale curentului de 1 A, 2 A, 3 A, 4 A măsurându-se de fiecare dată deviația x (x_1 , x_2 , x_3 și x_4).

Se repetă operațiunile descrise anterior așezând al doilea magnet paralel cu primul și polii identici alăturați (lungime l – porțiunea din conductorul mobil aflată în câmp magnetic produs de magnet - va avea

valoarea dublă iar inducția B rămâne aceeași). Se va măsura deviația care corespunde unui curent, de exemplu 4 A.

Rezultatele experimentului se vor centraliza în tabelul 5.1.

Tabel 5.1

Nr. crt.	l [m]	I [A]	x [m]	$F = k \cdot x$ [N]	$H = k \cdot \frac{I}{x}$ [A/m]	$B = \frac{F}{H}$ [T]
1	1 magnet					
2						
3						
4						
5	2 magneti					

SEMINAR

6. Transformarea schemelor circuitelor electrice liniare de curent continuu: conexiunile rezistoarelor

I. Considerații teoretice

În rezolvarea circuitelor complexe de curent continuu se recurge la transformarea și înlocuirea schemelor complexe cu unele reduse, dar echivalente (astfel încât tensiunile între noduri și curenții ce intră în noduri să rămână neschimbați).

6.1. Gruparea serie a rezistoarelor

Două sau mai multe rezistoare sunt conectate în serie (Fig. 6.1) dacă:

- sunt plasate pe aceeași ramură de rețea;
- între ele nu sunt noduri de rețea;
- sunt parcurse de același curent electric.

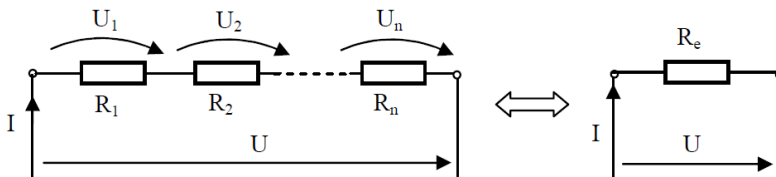


Fig. 6.1 Gruparea serie a rezistoarelor și schema echivalentă a acestora

Pentru Fig. 6.1 se poate scrie:

$$\begin{aligned}
 U &= U_1 + U_2 + \dots + U_n \\
 U_1 &= R_1 \cdot I; U_2 = R_2 \cdot I; \dots U_n = R_n \cdot I \\
 U &= R_1 I + R_2 I + \dots + R_n I = \sum_{k=1}^n R_k I
 \end{aligned}
 \quad \left| \quad U = R_e \cdot I \quad (6.1)
 \right.$$

Rezistența echivalentă R_e a conexiunii serie va fi:

$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k \quad (6.2)$$

Rezistența echivalentă a conexiunii (R_e), la gruparea în serie a rezistoarelor, va fi mai mare decât valoarea oricărui rezistor din rețea.

6.2. Gruparea paralel a rezistoarelor

Două sau mai multe rezistoare sunt conectate în paralel (Fig. 6.2) dacă:

- sunt supuse la aceeași tensiune electrică.

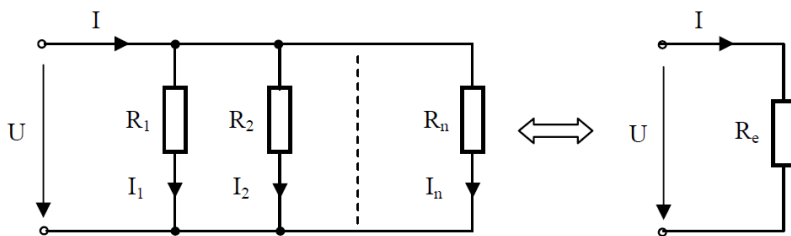


Fig. 6.2 Gruparea paralel a rezistoarelor și schema echivalentă a acestora

Pentru Fig. 6.2 se poate scrie:

$$\begin{aligned}
 I &= I_1 + I_2 + \dots + I_n \\
 I_1 &= \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad \dots \quad I_n = \frac{U}{R_n} \\
 I &= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n} \\
 I &= U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) = U \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}
 \end{aligned}
 \quad \left| \quad \begin{aligned}
 I &= \frac{U}{R_e} \quad (6.3)
 \end{aligned}
 \right.$$

Rezistența echivalentă R_e a conexiunii paralel va fi:

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (6.4)$$

Rezistența echivalentă a conexiunii (R_e), la gruparea în paralel a rezistoarelor, va fi mai mică decât valoarea oricărui rezistor din rețea.

Scopul prezentei lucrări este de a studia tipul de conexiuni al rezistoarelor.

II. Aplicații

Aplicația 6.1

Să se determine valoarea rezistenței echivalente pentru circuitul din Fig. 6.3.

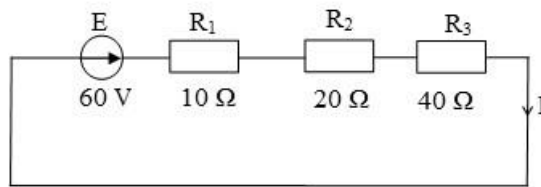


Fig. 6.3 Circuitul pentru Aplicația 6.1

Rezolvare:

Deoarece rezistoarele sunt conectate în serie, se aplică formula aferentă a acestui tip de conexiune și se obține rezistența echivalentă:

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 40 = 70 \text{ } [\Omega]$$

Aplicația 6.2

Să se determine valoarea rezistenței echivalente pentru circuitul din Fig. 6.4.

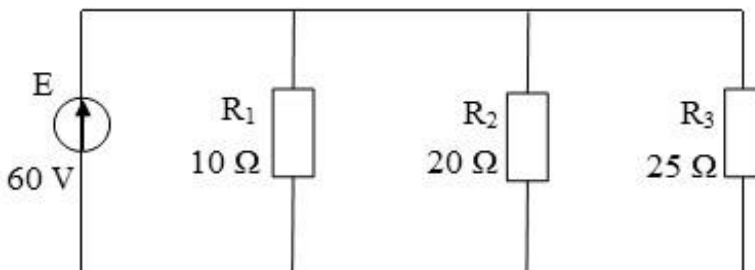


Fig. 6.4 Circuitul pentru Aplicația 6.2

Rezolvare:

Deoarece rezistoarele sunt conectate în paralel, se aplică formula aferentă a acestui tip de conexiune și se obține rezistența echivalentă:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{25}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{19}{100}$$

$$R_e = \frac{100}{19} = 5,26 \text{ } [\Omega]$$

Aplicația 6.3

Să se determine valoarea rezistenței echivalente pentru circuitul din Fig. 6.5.

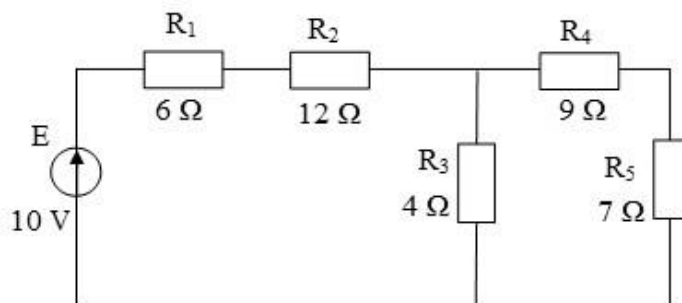


Fig. 6.5 Circuitul pentru Aplicația 6.3

Rezolvare:

Se observă conexiunea serie între rezistoarele: $R_1 - R_2$ și $R_4 - R_5$, obținându-se valorile pentru rezistențele echivalente ale acestora:

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 6 + 12 = 18 [\Omega]$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 9 + 7 = 16 [\Omega]$$

Rezultând un circuit redus:

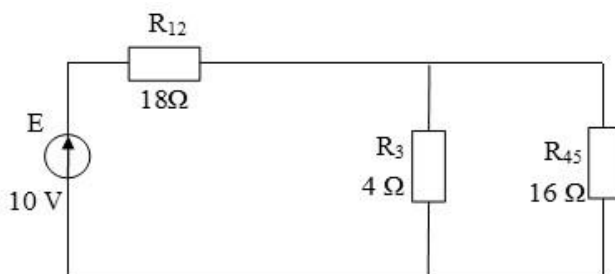


Fig. 6.6 Circuitul redus

Se observă conexiunea paralel între rezistoarele: $R_3 - R_{45}$ și se obține rezistența echivalentă:

$$\frac{1}{R_{345}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$$

$$R_{345} = \frac{16}{5} = 3,2 [\Omega]$$

În final fiind conectate în serie rezistoarele R_{12} și R_{345} , rezistența echivalentă a întregului circuit este:

$$R_e = R_{12} + R_{345} = 18 + 3,2 = 21,2 [\Omega]$$

Aplicația 6.4

Să se determine valoarea rezistenței echivalente pentru circuitul din Fig. 6.7.

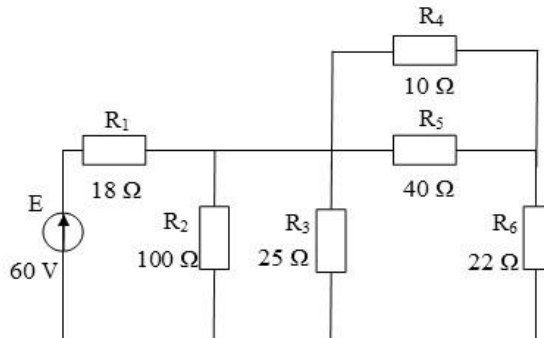


Fig. 6.7 Circuitul pentru Aplicația 6.4

Rezolvare:

Se observă conexiunea paralel între rezistoarele $R_4 - R_5$ obținându-se valoarea rezistenței echivalente a acestora:

$$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{40} = \frac{5}{40}$$

$$R_{45} = 8 [\Omega]$$

Apoi R_{45} cu R_6 sunt conectate în serie:

$$R_{456} = 8 + 22 = 30 [\Omega]$$

Apoi se observă conexiunea în paralel a rezistoarelor R_{456} , R_3 și R_2 :

$$\frac{1}{R_{23456}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{456}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} = \frac{6250}{75000}$$

$$R_{23456} = 12 [\Omega]$$

În final fiind conectate în serie rezistoarele R_1 și R_{23456} , rezistența echivalentă a întregului circuit este:

$$R_e = R_1 + R_{23456} = 18 + 12 = 30 [\Omega]$$

III. Modelarea circuitelor (Simulink)

Modelul 6.1

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 6.1 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 6.1.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

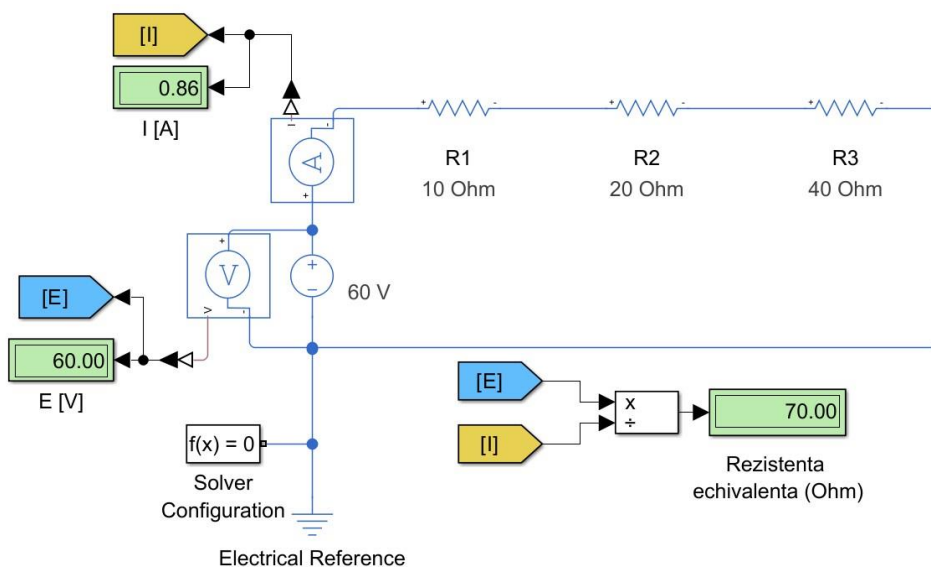


Fig. 6.8 Modelul Simulink pentru Aplicația 6.1

Tabel 6.1

Nr.crt.	E [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_e [Ω]	I [A]
1	60	10	20	40		
2	30	10	20	40		
3	60	40	10	20		
4	35	5	10	15		
5	180	30	60	90		

Modelul 6.2

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 6.2 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 6.2.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

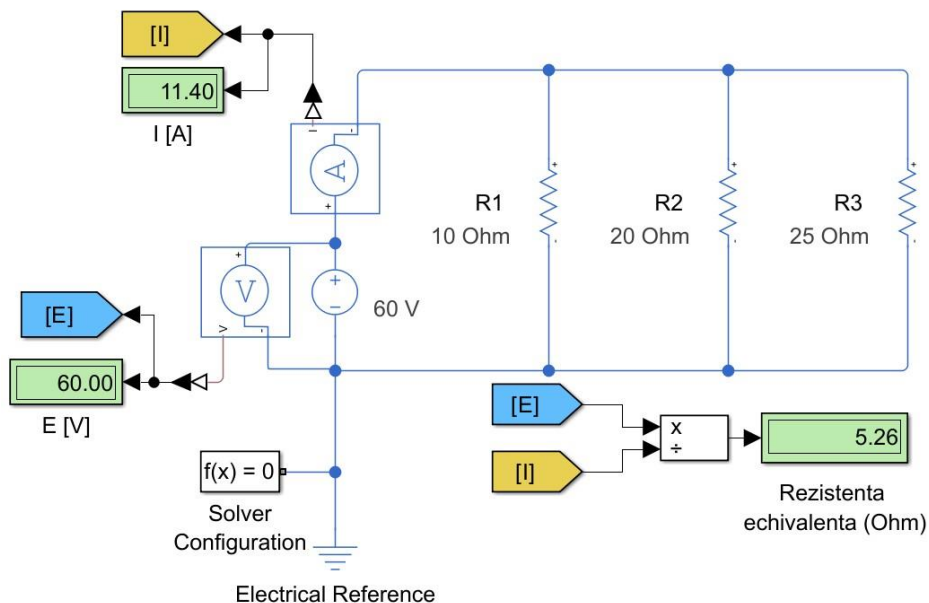


Fig. 6.9 Modelul Simulink pentru Aplicația 6.2

Tabel 6.2

Nr.crt.	E [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_e [Ω]	I [A]
1	60	10	20	25		
2	30	50	30	20		
3	60	22	11	3		
4	35	5	10	15		
5	180	25	35	45		

Modelul 6.3

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 6.3 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 6.3.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

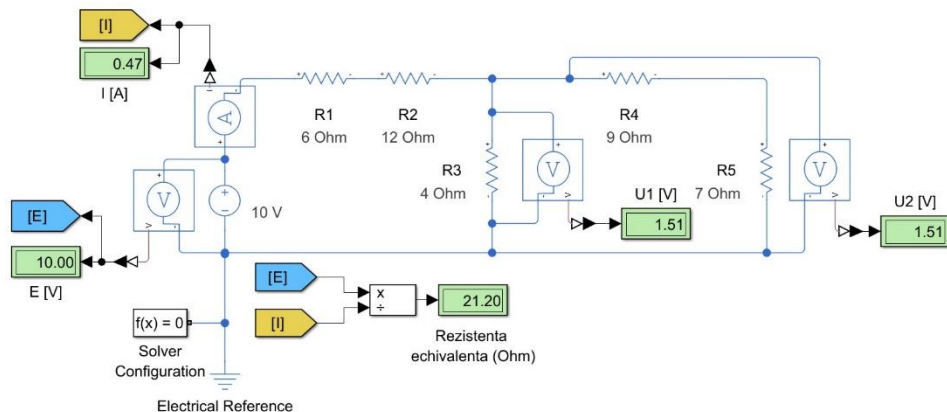


Fig. 6.10 Modelul Simulink pentru Aplicația 6.3

Tabel 6.3

Nr. crt.	E [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_e [Ω]	I [A]
1	10	6	12	4	9	7		
2	10	7	4	12	6	9		
3	10	9	7	4	6	12		
4	25	6	12	4	9	7		
5	50	10	20	30	40	50		

Modelul 6.4

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 6.4 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 6.4.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

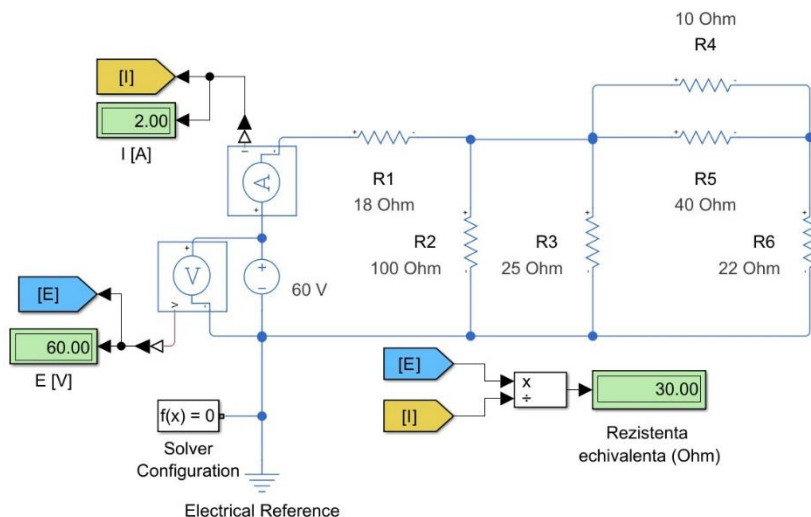


Fig. 6.11 Modelul Simulink pentru Aplicația 6.4

Tabel 6.4

Nr. crt.	E [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_e [Ω]	I [A]
1	60	18	100	25	10	40	22		
2	60	40	22	100	18	22	25		
3	60	10	18	40	22	25	100		
4	30	18	100	25	10	40	22		
5	50	10	20	30	40	50	60		

7. Transformarea schemelor circuitelor electrice de curent continuu: transfigurarea reversibilă stea - triunghi

I. Considerații teoretice

Transfigurarea unei porțiuni de rețea electrică constă în înlocuirea acelei porțiuni cu o altă porțiune de rețea, echivalentă cu prima, astfel încât schimbarea să nu producă nici o modificare în repartiția curenților din restul rețelei. Transfigurarea stea-triunghi (Fig. 7.1) presupune înlocuirea unui grup de rezistențe conectate în stea printr-un grup echivalent de rezistențe conectate în triunghi sau invers.

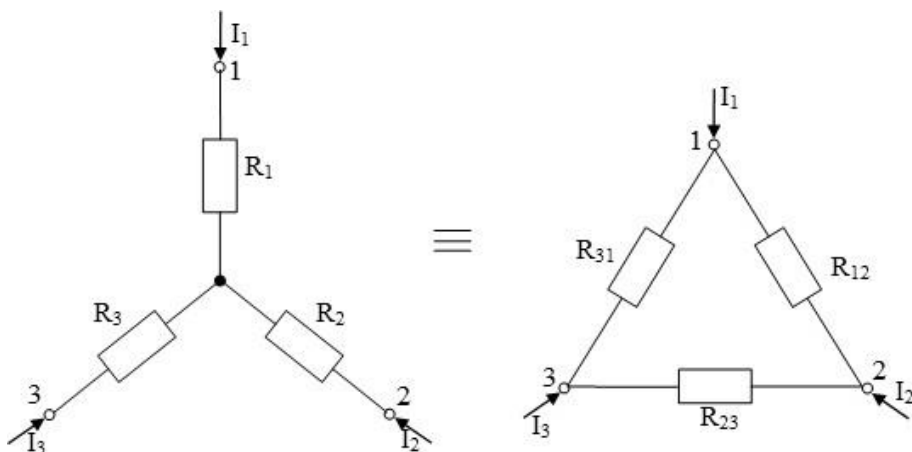


Fig. 7.1 Schema transfigurării stea-triunghi

Cele două grupări (Fig. 7.1) sunt echivalente (curenții în noduri și tensiunile între noduri nu își modifică valorile), dacă rezistențele echivalente între perechile de noduri omoloage ale celor două conexiuni sunt egale.

Stea (Y)	Triunghi (Δ)
$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	$R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3}$
$R_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	$R_{23} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} \quad (7.1)$
$R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	$R_{31} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2}$

Scopul prezentei lucrări este de a studia transfigurarea stea-triunghi.

II. Aplicații

Aplicația 7.1

Utilizând transformarea stea-triunghi (Y-Δ) să se calculeze valorile intensităților curenților I_1 și I_2 pentru circuitul Fig. 7.2.

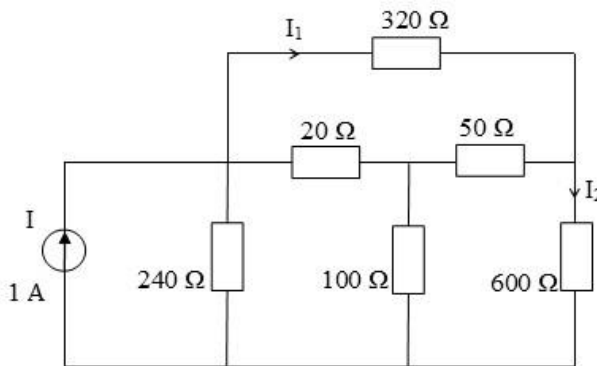


Fig. 7.2 Circuitul pentru Aplicația 7.1

Rezolvare:

După ce steaua formată din rezistențele de 20-100-50 Ω este înlocuită prin triunghiul echivalent, circuitul se reduce la Fig. 7.3:

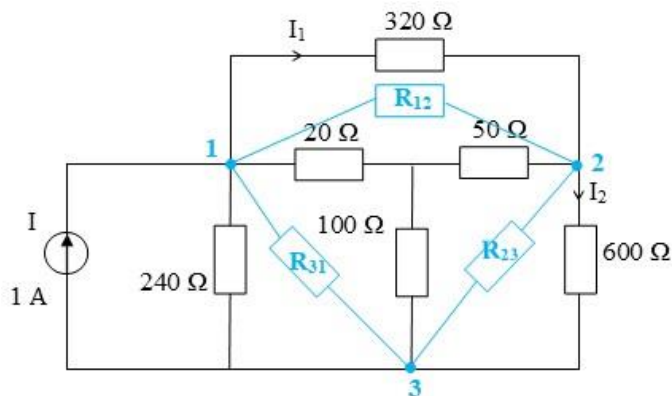


Fig. 7.3 Circuitul după transfigurarea stea-triunghi

Aplicând formulele aferente triunghiului, rezistențele echivalente devin:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} = \frac{20 \cdot 50 + 50 \cdot 100 + 100 \cdot 20}{100} = \frac{8000}{100} = 80 \, \Omega$$

$$R_{23} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} = \frac{8000}{20} = 400 \, \Omega$$

$$R_{31} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} = \frac{8000}{50} = 160 \, \Omega$$

Apoi, se poate observa conexiunea în paralel a următoarelor perechi de rezistoare:

$$320 \, \Omega \parallel 80 \, \Omega$$

$$400 \, \Omega \parallel 600 \, \Omega$$

$$240 \, \Omega \parallel 160 \, \Omega$$

Calculând rezistența echivalentă a fiecărei perechi de rezistoare se obțin următoarele valori:

$$320 \, \Omega \parallel 80 \, \Omega \Rightarrow 64 \, \Omega$$

$$400 \, \Omega \parallel 600 \, \Omega \Rightarrow 240 \, \Omega$$

$$240 \, \Omega \parallel 160 \, \Omega \Rightarrow 96 \, \Omega$$

Ulterior, circuitul poate fi redus la (Fig. 7.4):

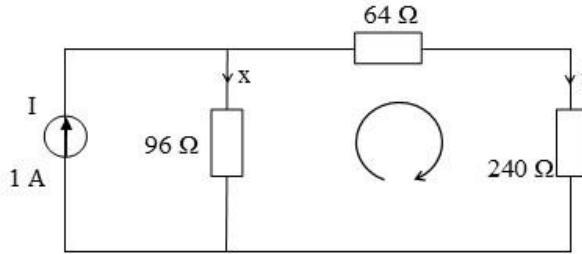


Fig. 7.4 Circuitul redus

Pentru ochiul evidențiat pe circuit (conform Teoremelor lui Kirchhoff) se pot scrie relațiile:

$$x + i = 1 \Rightarrow x = 1 - i$$

$$64i + 204i - 96x = 0 \Rightarrow 304i = 96x \Rightarrow i = \frac{96x}{304} = \frac{96(1 - i)}{304}$$

$$304i = 96 - 96i$$

$$i = \frac{96}{400} = 0,24 \text{ A} = 240 \text{ mA}$$

Curentul $i=0,24 \text{ A}$ trece prin rezistențele echivalente de 240Ω și 64Ω , revenind în circuitul din Fig. 7.5, putem obține valorile intensităților curenților I_1 și I_2 :

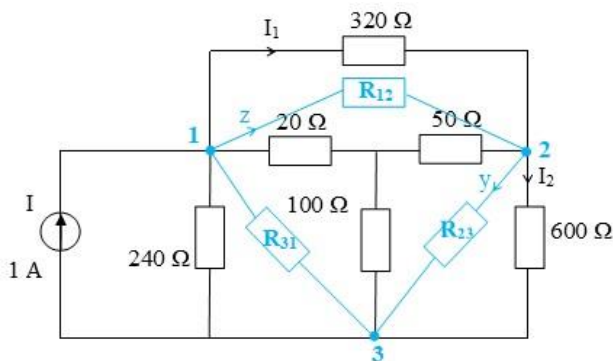


Fig. 7.5 Circuitul utilizat pentru calcul curenților I_1 și I_2

$$I_1 + z = 0,24 \Rightarrow z = 0,24 - I_1$$

$$320I_1 - 80z = 0$$

$$320I_1 - 80(0,24 - I_1) = 0$$

$$I_1 = \frac{80 \cdot 0,24}{400} = 0,048 \text{ A} = 48 \text{ mA}$$

$$I_2 + y = 0,24 \Rightarrow y = 0,24 - I_2$$

$$600I_2 - 400y = 0$$

$$600I_2 - 400(0,24 - I_2) = 0$$

$$I_2 = \frac{400 \cdot 0,24}{1000} = 0,096 \text{ A} = 96 \text{ mA}$$

Aplicația 7.2

Să se calculeze intensitatea curentului electric și puterea furnizate de sursa ideală de tensiune electromotoare de 40 V, pentru circuitul din Fig. 7.6.

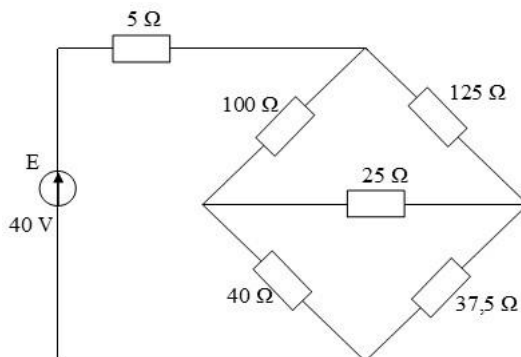


Fig. 7.6 Circuitul pentru Aplicația 7.2

Rezolvare:

Transfigurând triunghiul superior în stea rezultă Fig. 7.7:

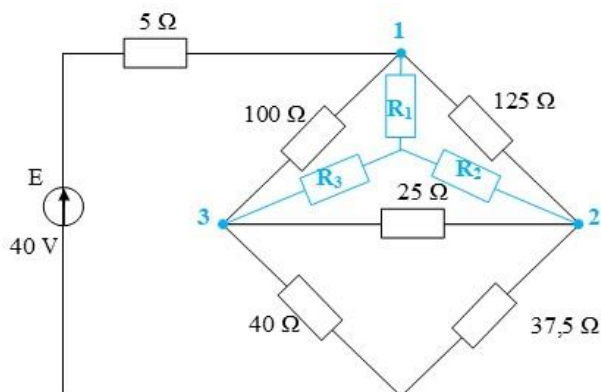


Fig. 7.7 Circuitul după transfigurarea triunghi-stea

Aplicând formulele aferente stelei, rezistențele echivalente devin:

$$R_1 = \frac{100 \cdot 125}{100 + 25 + 125} = 50 \, \Omega$$

$$R_2 = \frac{125 \cdot 25}{100 + 25 + 125} = 12,5 \, \Omega$$

$$R_3 = \frac{100 \cdot 25}{100 + 25 + 125} = 10 \, \Omega$$

În urma transfigurării se observă conexiune serie dintre rezistențele R_2 (12,5 Ω) și cea de 37,5 Ω , precum și dintre R_3 (10 Ω) și cea de 40 Ω . Conducând la un circuit redus (Fig. 7.8):

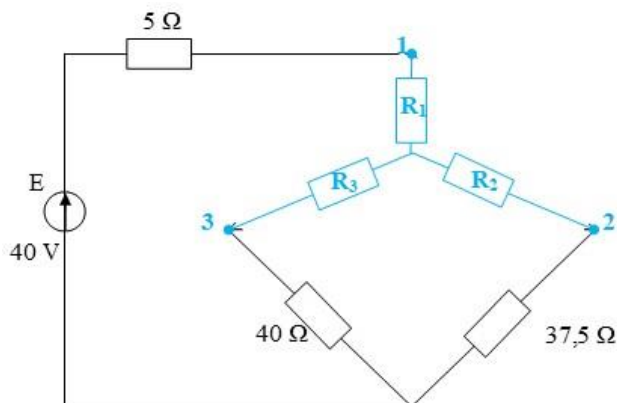


Fig. 7.8 Circuitul redus

Vom avea două rezistențe de $50\ \Omega$ conectate în paralel, iar rezistența lor echivalentă ($25\ \Omega$) va fi conectată în serie cu rezistențele R_1 și cu rezistența de $5\ \Omega$.

În final rezistența echivalentă R_e a întregului circuit fiind:

$$R_e = 5 + 50 + 25 = 80\ \Omega$$

Aplicând legea lui Ohm, putem calcula valoarea intensității curentului I :

$$I = \frac{U}{R} = \frac{40}{80} = 0,5\ A$$

Iar puterea furnizată de sursa ideală de tensiune electromotoare P :

$$P = U \cdot I = 40 \cdot 0,5 = 20\ W$$

III. Modelarea circuitelor (Simulink)

Modelul 7.1

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 7.1 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 7.1.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

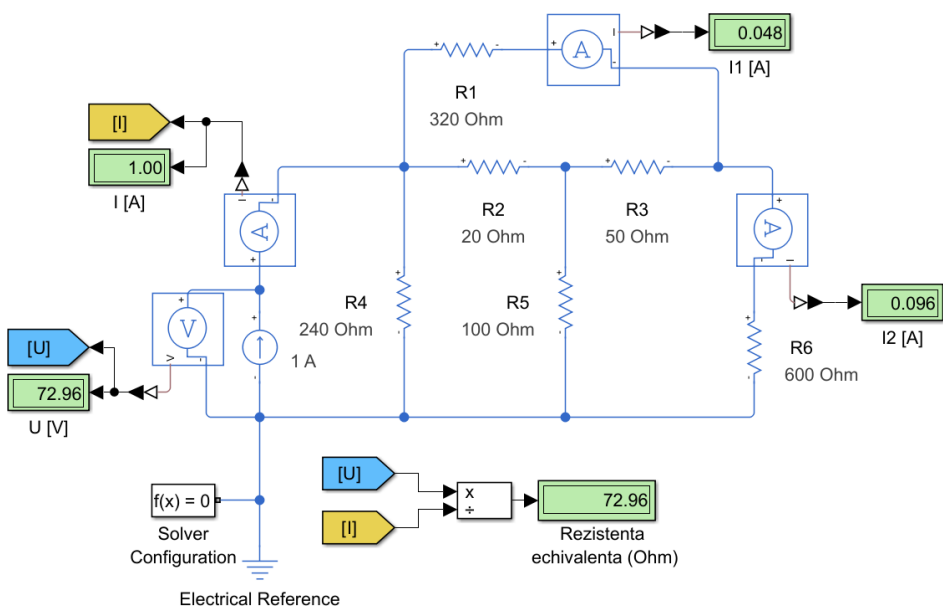


Fig. 7.9 Modelul Simulink pentru Aplicația 7.1

Tabel 7.1

Nr. crt.	I [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	I_1 [A]	I_2 [A]
1	1	320	20	50	240	100	600		
2	1	20	50	240	100	600	320		
3	5	320	20	50	240	100	600		
4	5	20	50	240	100	600	320		
5	1	25	30	60	55	80	10		

Modelul 7.2

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 7.2 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 7.2.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

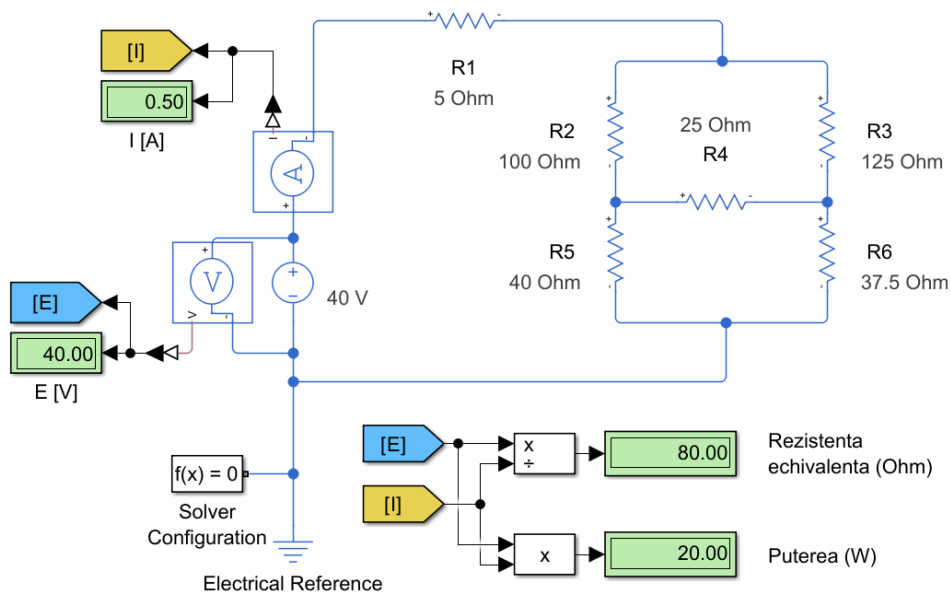


Fig. 7.10 Modelul Simulink pentru Aplicația 7.2

Tabel 7.2

Nr. crt.	E [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	I [A]	P [W]
1	40	5	100	125	25	40	37,5		
2	40	100	125	25	40	37,5	5		
3	80	5	100	125	25	40	37,5		
4	80	30	60	70	20	40	10		
5	60	20	40	60	80	100	120		

8. Legea lui Ohm pentru circuite electrice de curent continuu

I. Considerații teoretice

- Legea lui Ohm pentru porțiunea de circuit 1-2 (Fig. 8.1):

Conform acestei legi, pentru o porțiune deschisă de circuit intensitatea curentului (I_{12}) este direct proporțională cu tensiunea aplicată la borne (U_{12}) și tensiunea electromotoare (E_{12}) și invers proporțională cu rezistența acelei porțiuni de circuit (R_{12}).

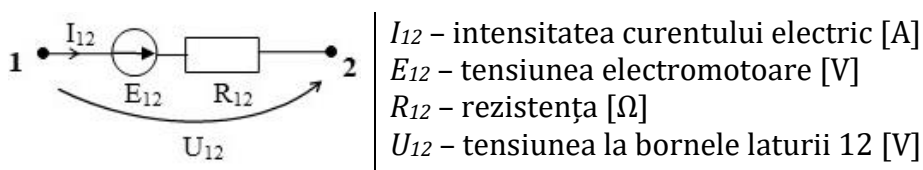


Fig. 8.1 Porțiunea de circuit 1-2

$$U_{12} + E_{12} = R_{12} \cdot I_{12} \quad (8.1)$$

În cazul conductoarelor omogene, $\bar{E}_k = 0$, se obține:

$$U = R \cdot I \text{ [V]} \quad (8.2)$$

Puterea transferată la bornele laturii este:

$$P_k = U_k \cdot I_k \text{ [W]} \quad (8.3)$$

Puterea este pozitivă (primită) atunci când U_k și I_k au același sens (ambele intră sau ies în borna N_k) și negativă (cedată) în caz contrar.

- Legea lui Ohm pentru un circuit închis (Fig. 8.2):

Conform acestei legi, pentru un circuit închis, intensitatea curentului electric (I) crește odată cu creșterea tensiunii electromotoare a sursei (E) și cu scăderea rezistenței totale a circuitului ($R + R_i$).

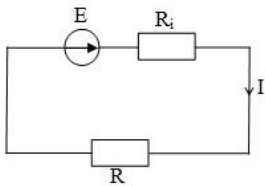


Fig. 8.2 Circuit închis

I – intensitatea curentului electric [A]
 E – tensiunea electromotoare [V]
 R_i – rezistența internă [Ω]
 R – rezistența [Ω]

$$I = \frac{E}{R + R_i} \text{ [A]} \quad (8.4)$$

Scopul prezentei lucrări este de a pune în evidență legea lui Ohm.

II. Aplicații

Aplicația 8.1

Să se determine valoarea intensității curentului electric ce trece prin rezistorul R , puterea generată de către sursa ideală de tensiune și puterea consumată de rezistor, având o rezistență de 4Ω și considerând sursa ideală de tensiune electromotoare E de 12 V (Fig. 8.3).

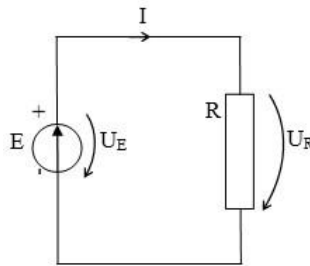


Fig. 8.3 Circuitul pentru Aplicația 8.1

Rezolvare:

Aplicând legea lui Ohm se obține:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12}{4} = 3 \text{ [A]}$$

Puterea generată de sursa ideală de tensiune electromotoare:

$$P_E = U_E \cdot I = 12 \cdot 3 = 36 \text{ [W]}$$

U_E – tensiunea la bornele sursei ideale de tensiune electromotoare [V]

$U_E = E$, în cazul sursei ideale de tensiune electromotoare

Puterea consumată de către rezistor:

$$P_R = U_R \cdot I$$

$$U_R = R \cdot I = 4 \cdot 3 = 12 \text{ [V]}$$

$$P_R = U_R \cdot I = 12 \cdot 3 = 36 \text{ [W]}$$

U_R – tensiunea la bornele rezistorului R [V]

Se poate afirma că puterea generată de către sursa ideală de tensiune este transferată integral către rezistor. Aceasta, transformă puterea electrică în putere calorică.

Aplicația 8.2

Să se determine valoarea intensității curentului electric ce trece prin rezistorul R , tensiunea la bornele rezistorului R și tensiunea la bornele sursei reale de tensiune electromotoare, cunoscând valoarea rezistenței R de 4Ω , rezistența internă R_i de 2Ω și tensiunea electromotoare E de 12 V (Fig. 8.4).

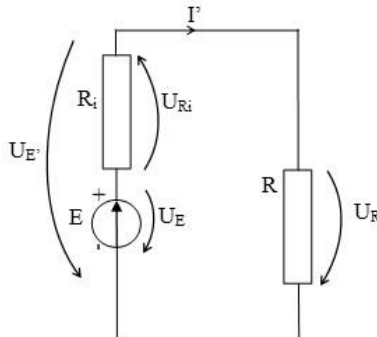


Fig. 8.4 Circuitul pentru Aplicația 8.2

Rezolvare:

Aplicând legea lui Ohm se obține:

$$I' = \frac{E}{R + R_i} = \frac{12}{4 + 2} = 2 \text{ [A]}$$

Tensiunea la bornele rezistorului R :

$$U_R = R \cdot I' = 4 \cdot 2 = 8 \text{ [V]}$$

Tensiunea la bornele sursei reale de tensiune electromotoare:

$$U_{E'} = -U_{Ri} + U_E$$

$$U_E = E = 12 \text{ [V]}$$

$$U_{Ri} = R_i \cdot I' = 2 \cdot 2 = 4 \text{ [V]}$$

$$U_{E'} = -U_{Ri} + U_E = -4 + 12 = 8 \text{ [V]}$$

$U_{E'}$ – tensiunea la bornele sursei reale de tensiune electromotoare [V]

U_{Ri} – tensiunea la bornele rezistorului R_i [V].

III. Modelarea circuitelor (Simulink)

Modelul 8.1

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 8.1 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 8.1.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

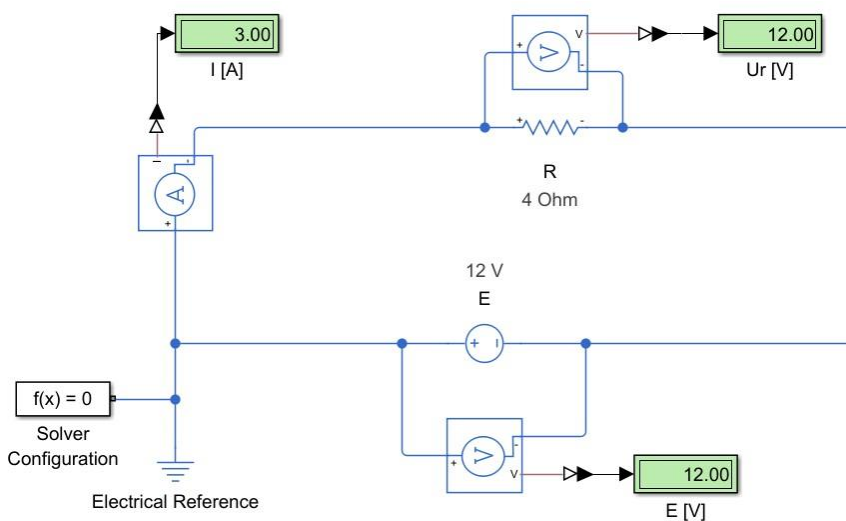


Fig. 8.5 Modelul Simulink pentru Aplicația 8.1

Tabel 8.1

Nr.crt.	E [V]	R [Ω]	I [A]
1	12	4	
2	20	4	
3	5	4	
4	12	8	
5	12	2	

Modelul 8.2

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 8.2 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 8.2.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

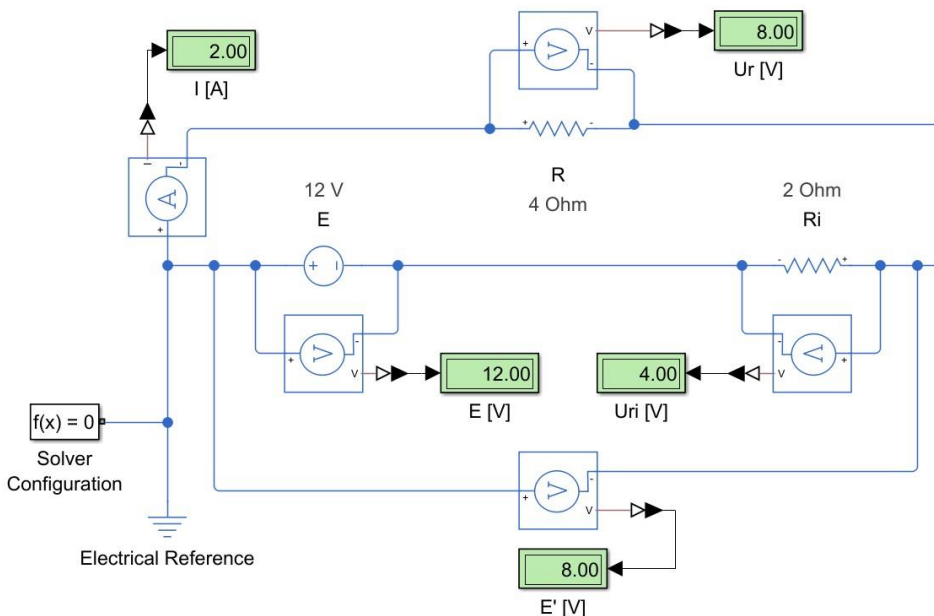


Fig. 8.6 Modelul Simulink pentru Aplicația 8.2

Tabel 8.2

Nr.crt.	E [V]	R [Ω]	R_i [Ω]	I [A]
1	12	4	2	
2	20	4	2	
3	5	4	4	
4	12	8	6	
5	12	2	8	

9. Teoremele lui Kirchhoff pentru circuite electrice de curent continuu (partea I)

I. Considerații teoretice

Structura circuitelor (Fig. 9.1) se caracterizează prin laturi, noduri și ochiuri (bucle):

- se numește latură (ramură) a unui circuit o porțiune neramificată a sa (numărul de laturi dintr-un circuit se notează cu l);

- se numește nod al unui circuit, punctul de intersecție a cel puțin trei laturi (numărul de noduri ale unui circuit se notează cu n);

- se numește ochi (bucă) al unui circuit un traseu conductor închis (numărul de ochiuri se notează cu o (b)).

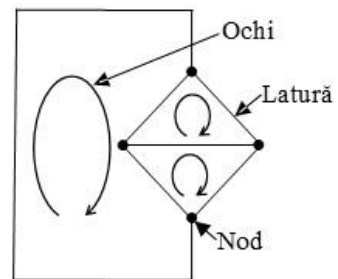


Fig. 9.1 Structura unui circuit

Teoremele lui Kirchhoff sunt relații algebrice liniare între curenții laturilor și tensiuni, relații independente de caracteristicile elementelor de circuit și care depind în exclusivitate de modul de interconectare a laturilor.

• Teorema întâi a lui Kirchhoff

Suma algebrică a curenților care concură într-un nod de circuit (Fig. 9.2) este nulă.

Se referă la nodurile unui circuit:

$$\sum_{k \in n_f} I_k = 0 \quad (9.1)$$

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0 \quad (9.2)$$

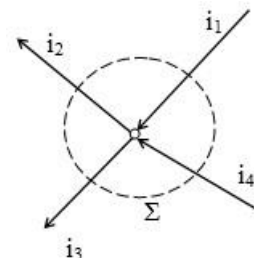


Fig. 9.2 Nod de circuit

- **Teorema a doua a lui Kirchhoff**

Suma algebrică a căderilor de tensiune pe un ochi de circuit este egală cu suma algebrică a tensiunilor electromotoare din acel ochi de circuit.

Se referă la ochiurile unui circuit:

$$\sum_{k \in o_f} R_k I_k = \sum_{k \in o_f} E_k \quad (9.3)$$

- **Indicații privind utilizarea corectă a teoremelor lui Kirchhoff pentru un circuit electric**

- se analizează morfologia circuitului și se stabilesc numărul de: laturi (l), noduri (n), noduri fundamentale ($n_f = n - 1$), ochiuri/bucle fundamentale ($o_f = l - n_f$);

- se atribuie curenților din laturi sensuri arbitrare;

- se aleg ochiurile independente și sensurile de referință pe ele;

- se scriu ecuațiile de noduri (Teorema I a lui Kirchhoff) și de ochiuri (Teorema a II a lui Kirchhoff) și se rezolvă sistemul obținut (în cazul în care căderile de tensiune sau tensiunile electromotoare au sensul identic cu cel de parcurs se adoptă semnul "+", iar în caz contrar semnul "-");

- după rezolvare, se recomandă pentru verificare să se facă un bilanț al puterilor:

$$\sum E_k \cdot I_k = \sum R_k \cdot I_k^2 \quad (9.4)$$

adică suma algebrică a puterilor debitate de sursele din circuit este egală cu suma algebrică a puterilor consumate pe rezistențele laturilor.

Scopul prezentei lucrări este de a aplica teoremele lui Kirchhoff pentru circuite electrice de curent continuu.

II. Aplicații

Aplicația 9.1

Să se determine valorile intensităților curenților pentru circuitul electric din Fig. 9.3 cunoscându-se:

$E_1=65\text{ V}$; $E_2=50\text{ V}$; $E_3=20\text{ V}$; $R_{i1}=0,5\ \Omega$; $R_{i2}=0,3\ \Omega$; $R_{i3}=0,3\ \Omega$; $R_1=14,5\ \Omega$; $R_2=4,7\ \Omega$; $R_3=2,7\ \Omega$.

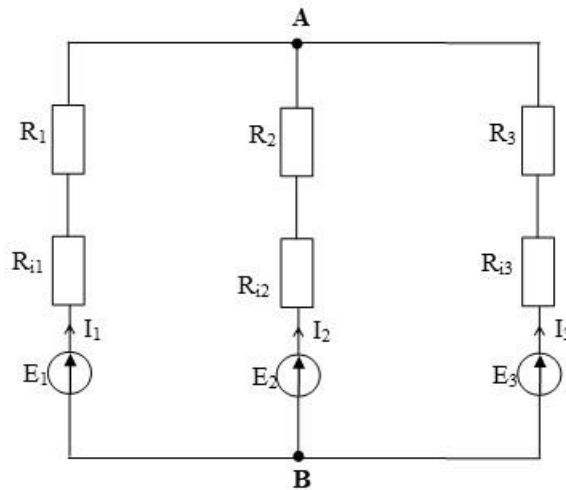


Fig. 9.3 Circuitul pentru Aplicația 9.1

Rezolvare:

Pentru rezolvarea circuitului se vor aplica teoremele lui Kirchhoff, urmând pașii din indicațiile de aplicare ale acestora.

Mai întâi se va analiza circuitul:

$$n = 2 \text{ (noduri: A și B)}$$

$$n_f = n - 1 = 2 - 1 = 1 \text{ (noduri fundamentale)}$$

$$l = 3 \text{ (laturi)}$$

$$o_f = l - n_f = 3 - 1 = 2 \text{ (ochiuri fundamentale)}$$

Apoi se atribuie curenților din laturi sensuri arbitrare și se aleg ochiurile fundamentale și sensurile de referință ale acestora:

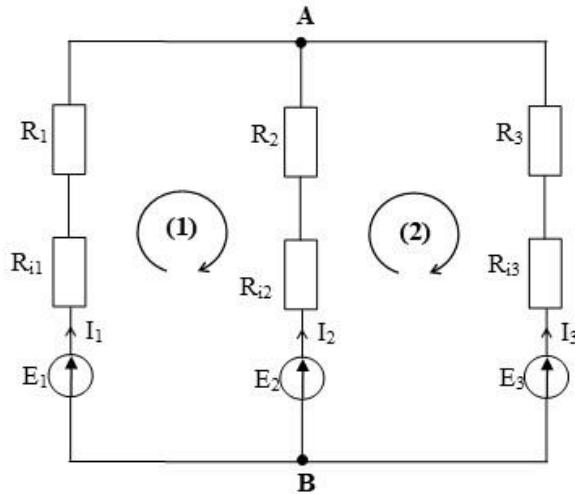


Fig. 9.4 Circuitul pentru Aplicația 9.1

Se scriu ecuațiile pentru nodurile fundamentale și pentru ochiurile fundamentale, formându-se un sistem de ecuații.

$$\text{T.I.K.} \quad (A) \quad I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\text{T.II.K.} \quad (1) \quad (R_1 + R_{i1})I_1 - (R_2 + R_{i2})I_2 = E_1 - E_2$$

$$(2) \quad (R_2 + R_{i2})I_2 - (R_3 + R_{i3})I_3 = E_2 - E_3$$

După înlocuirea cu valori a mărimilor din sistemul de ecuații de mai sus și rezolvarea sistemului se obțin următoarele rezultate pentru intensitățile curenților:

$$I_1 = 2 \text{ A} ; I_2 = 3 \text{ A} ; I_3 = -5 \text{ A}$$

Obținerea unui rezultat negativ, nu indică o greșeală în rezolvarea circuitului, ci faptul ca sensul curentului respectiv este opus celui stabilit în mod arbitrar.

Aplicația 9.2

Să se determine valorile intensităților curenților pentru circuitul electric din Fig. 9.5 cunoscându-se:

$E_1=17\text{ V}$; $E_4=10\text{ V}$; $R_1=1\ \Omega$; $R_2=3\ \Omega$; $R_3=2\ \Omega$; $R_4=4\ \Omega$; $R_5=4\ \Omega$.

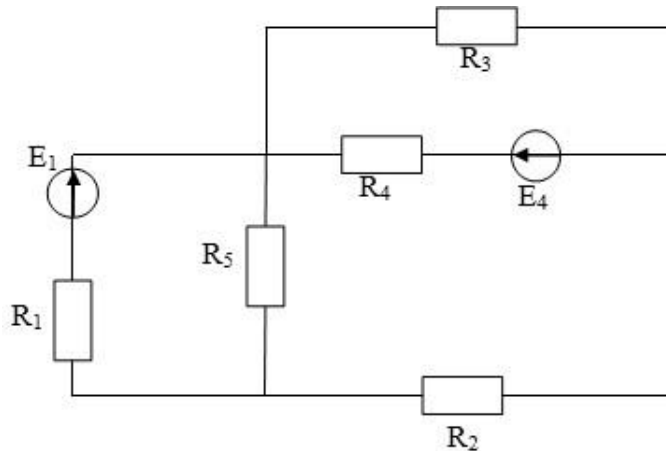


Fig. 9.5 Circuitul pentru Aplicația 9.2

Rezolvare:

Pentru rezolvarea circuitului se vor aplica teoremele lui Kirchhoff, urmând pașii din indicațiile de aplicare ale acestora.

Mai întâi se va analiza circuitul:

$$n = 3 \text{ (noduri: } A, B \text{ și } C)$$

$$n_f = n - 1 = 3 - 1 = 2 \text{ (noduri fundamentale)}$$

$$l = 5 \text{ (laturi)}$$

$$o_f = l - n_f = 5 - 2 = 3 \text{ (ochiuri fundamentale)}$$

Apoi se atribuie curenților din laturi sensuri arbitrare și se aleg ochiurile fundamentale și sensurile de referință ale acestora:

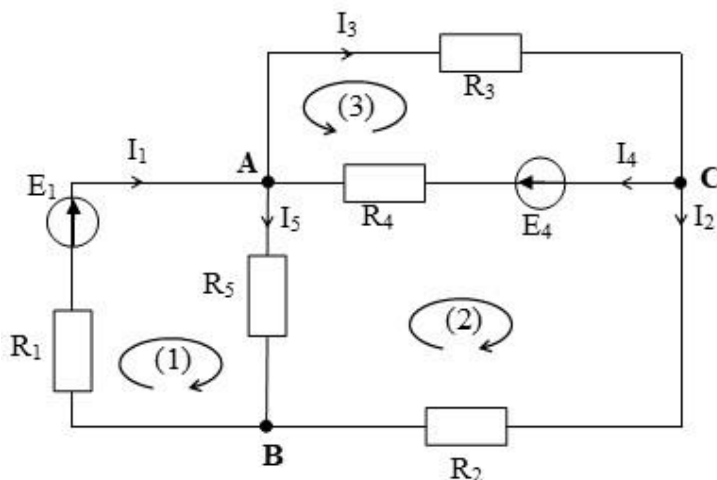


Fig. 9.6 Circuitul pentru Aplicația 9.2

Se scriu ecuațiile pentru nodurile fundamentale și pentru ochiurile fundamentale, formându-se un sistem de ecuații.

$$\begin{array}{l} \text{T.I.K.} \left\{ \begin{array}{l} \text{(A)} -I_1 + I_3 - I_4 + I_5 = 0 \\ \text{(B)} I_1 - I_2 - I_5 = 0 \end{array} \right. \\ \text{T.II.K.} \left\{ \begin{array}{l} \text{(1)} R_1 I_1 + R_5 I_5 = E_1 \\ \text{(2)} R_2 I_2 - R_5 I_5 - R_4 I_4 = -E_4 \\ \text{(3)} -R_3 I_3 - R_4 I_4 = -E_4 \end{array} \right. \end{array}$$

După înlocuirea cu valori a mărimilor din sistemul de ecuații de mai sus și rezolvarea sistemului se obțin următoarele rezultate pentru intensitățile curenților:

$$I_1 = 5 \text{ A} ; I_2 = 2 \text{ A} ; I_3 = 3 \text{ A} ; I_4 = 1 \text{ A} ; I_5 = 3 \text{ A}$$

III. Modelarea circuitelor (Simulink)

Modelul 9.1

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 9.1 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 9.1.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

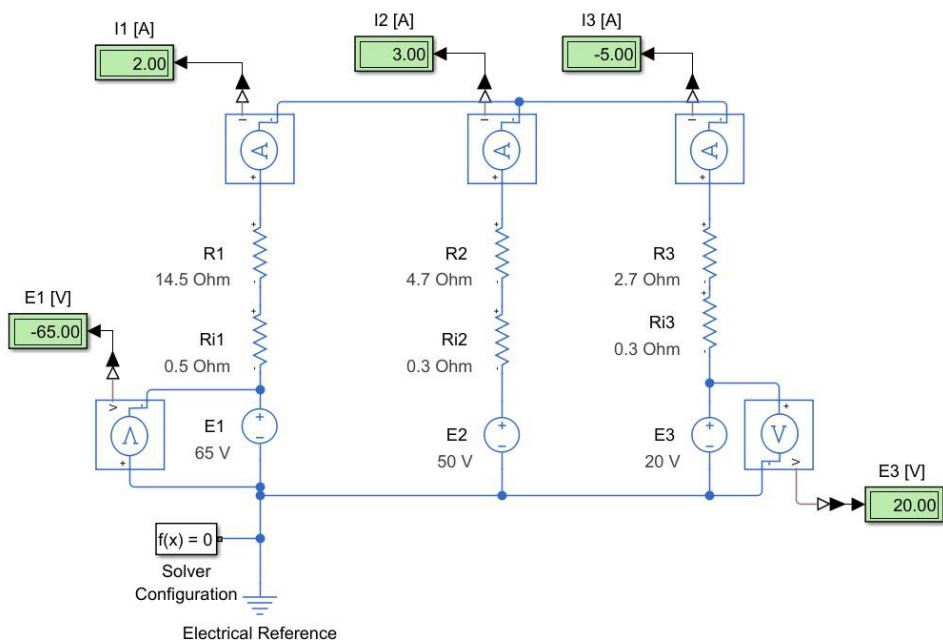


Fig. 9.7 Modelul Simulink pentru Aplicația 9.1

Tabel 9.1

Nr. crt.	E_1 [V]	E_2 [V]	E_3 [V]	R_1 [Ω]	R_{i1} [Ω]	R_2 [Ω]	R_{i2} [Ω]	R_3 [Ω]	R_{i3} [Ω]	I_1 [A]	I_2 [A]	I_3 [A]
1	65	50	20	14.5	0.5	4.7	0.3	2.7	0.3			
2	65	50	20	2.7	0.3	14.5	0.5	4.7	0.3			
3	20	65	50	14.5	0.5	4.7	0.3	2.7	0.3			
4	20	65	50	10	1	20	2	30	3			
5	12	40	60	15	3	17	3	19	3			

Modelul 9.2

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 9.2 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 9.2.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

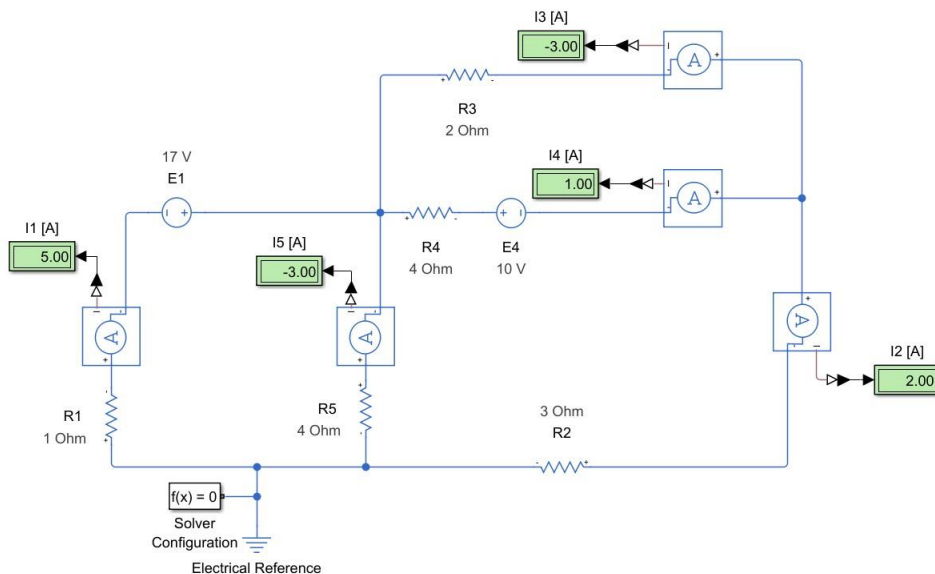


Fig. 9.8 Modelul Simulink pentru Aplicația 9.2

Tabel 9.2

Nr. crt.	E_1 [V]	E_4 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	I_1 [A]	I_2 [A]	I_3 [A]	I_4 [A]	I_5 [A]
1	17	10	1	3	2	4	4					
2	17	10	4	2	4	1	3					
3	10	17	1	3	2	4	4					
4	12	20	2	4	6	8	10					
5	20	12	10	8	6	4	2					

10. Teoremele lui Kirchhoff pentru circuite electrice de curent continuu (partea II)

I. Considerații teoretice

Aplicațiile din această lucrare se bazează pe considerațiile teoretice de la lucrarea precedentă, având drept scop aprofundarea și însușirea temeinică a teoremelor lui Kirchhoff.

II. Aplicații

Aplicația 10.1

Să se determine valorile intensităților curenților pentru circuitul electric din Fig. 10.1 cunoscându-se:

$E=10\text{ V}$; $E_1=5\text{ V}$; $E_2=10\text{ V}$; $E_3=10\text{ V}$; $E_4=5\text{ V}$; $R=1\ \Omega$; $R_1=4\ \Omega$; $R_2=1\ \Omega$; $R_3=2\ \Omega$; $R_4=3\ \Omega$; $R_5=2\ \Omega$.

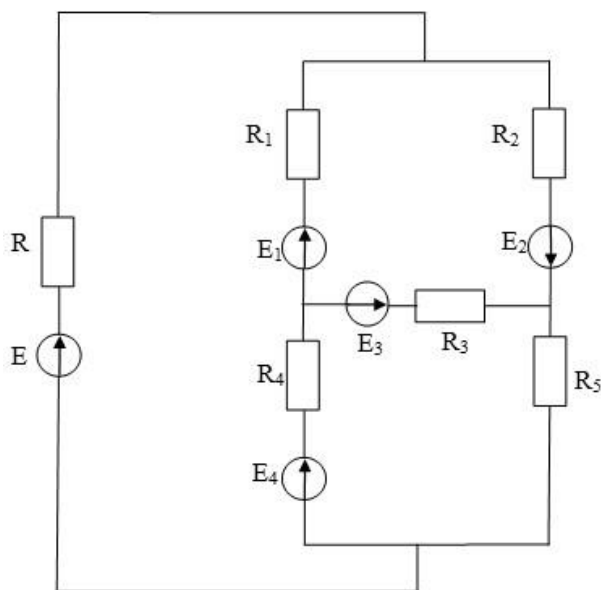


Fig. 10.1 Circuitul pentru Aplicația 10.1

Rezolvare:

Pentru rezolvarea circuitului se vor aplica teoremele lui Kirchhoff, urmând pașii din indicațiile de aplicare ale acestora.

Mai întâi se va analiza circuitul:

$n = 4$ (noduri: A, B, C și D)

$n_f = n - 1 = 4 - 1 = 3$ (noduri fundamentale)

$l = 6$ (laturi)

$o_f = l - n_f = 6 - 3 = 3$ (ochiuri fundamentale)

Apoi se atribuie curenților din laturi sensuri arbitrare și se aleg ochiurile fundamentale și sensurile de referință ale acestora:

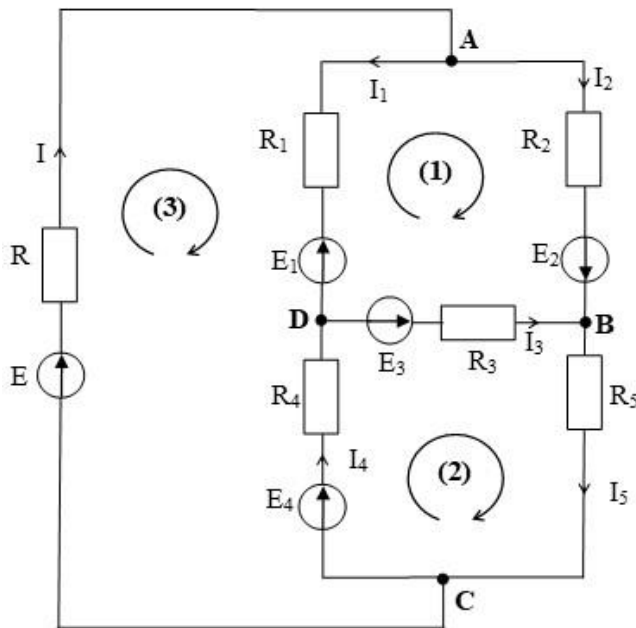


Fig. 10.2 Circuitul pentru Aplicația 10.1

Se scriu ecuațiile pentru nodurile fundamentale și pentru ochiurile fundamentale, formându-se un sistem de ecuații.

$$\begin{array}{l}
 \text{T.I.K.} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{(A)} -I + I_1 + I_2 = 0 \\
 \text{(B)} -I_2 - I_3 + I_5 = 0 \\
 \text{(C)} I + I_4 - I_5 = 0
 \end{array} \right. \\
 \text{T.II.K.} \left\{ \begin{array}{l}
 \text{(1)} -R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 = E_1 + E_2 - E_3 \\
 \text{(2)} R_3 I_3 + R_5 I_5 + R_4 I_4 = E_3 + E_4 \\
 \text{(3)} R I + R_1 I_1 - R_4 I_4 = E - E_1 - E_4
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

După înlocuirea cu valori a mărimilor din sistemul de ecuații de mai sus și rezolvarea sistemului se obțin următoarele rezultate pentru intensitățile curenților:

$$I = 4,42 \text{ A} ; I_1 = -0,36 \text{ A} ; I_2 = 4,78 \text{ A} ; I_3 = 0,62 \text{ A} ; I_4 = 0,99 ;$$

$$I_5 = 5,40 \text{ A}$$

Aplicația 10.2

Să se determine valorile intensităților curenților pentru circuitul electric din Fig. 10.3 cunoscându-se:

$$E_1=65 \text{ V} ; E_2=50 \text{ V} ; E_3=20 \text{ V} ; R_{i1}=0,5 \Omega ; R_{i2}=0,3 \Omega ; R_{i3}=0,3 \Omega ; R_1=14,5 \Omega ; R_2=4,7 \Omega ; R_3=2,7 \Omega ; L_1=0,9 \mu\text{H}.$$

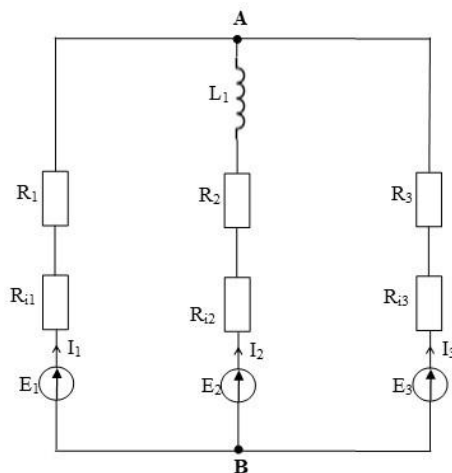


Fig. 10.3 Circuitul pentru Aplicația 10.2

Rezolvare:

Pentru rezolvarea circuitului se vor aplica teoremele lui Kirchhoff, urmând pașii din indicațiile de aplicare ale acestora. Circuitul fiind un circuit de curent continuu, bobina cu inductivitatea L_1 nu introduce modificări în circuit, drept urmare nu va influența rezolvarea circuitului.

Mai întâi se va analiza circuitul:

$n = 2$ (noduri: A și B)

$n_f = n - 1 = 2 - 1 = 1$ (noduri fundamentale)

$l = 3$ (laturi)

$o_f = l - n_f = 3 - 1 = 2$ (ochiuri fundamentale)

Apoi se atribuie curenților din laturi sensuri arbitrare și se aleg ochiurile fundamentale și sensurile de referință ale acestora:

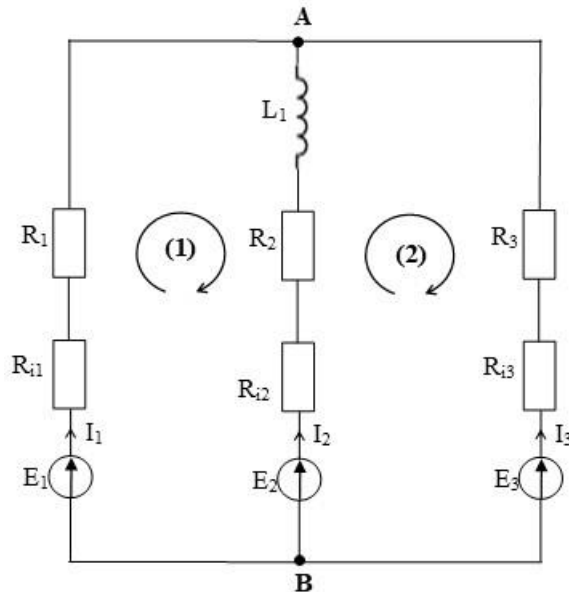


Fig. 10.4 Circuitul pentru Aplicația 10.2

Se scriu ecuațiile pentru nodurile fundamentale și pentru ochiurile fundamentale, formându-se un sistem de ecuații.

$$\begin{aligned} \text{T.I.K.} & \quad (A) \quad I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ \text{T.II.K.} & \quad \begin{cases} (1) \quad (R_1 + R_{i1})I_1 - (R_2 + R_{i2})I_2 = E_1 - E_2 \\ (2) \quad (R_2 + R_{i2})I_2 - (R_3 + R_{i3})I_3 = E_2 - E_3 \end{cases} \end{aligned}$$

După înlocuirea cu valori a mărimilor din sistemul de ecuații de mai sus și rezolvarea sistemului se obțin următoarele rezultate pentru intensitățile curenților:

$$I_1 = 2 \text{ A} ; I_2 = 3 \text{ A} ; I_3 = -5 \text{ A}$$

Obținerea unui rezultat negativ, nu indică o greșeală în rezolvarea circuitului, ci faptul ca sensul curențului respectiv este opus celui stabilit în mod arbitrar.

Aplicația 10.3

Să se determine valorile intensităților curenților pentru circuitul electric din Fig. 10.5 cunoscându-se:

$E_1=65 \text{ V} ; E_2=50 \text{ V} ; E_3=20 \text{ V} ; R_{i1}=0,5 \Omega ; R_{i2}=0,3 \Omega ; R_{i3}=0,3 \Omega ; R_1=14,5 \Omega ; R_2=4,7 \Omega ; R_3=2,7 \Omega ; L_2=0,9 \mu\text{H} , C_1=1 \mu\text{F}.$

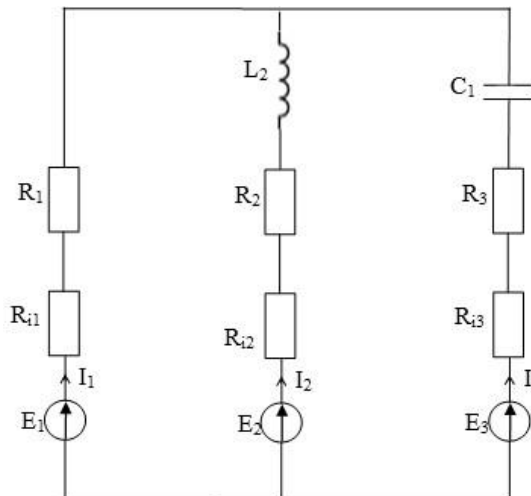


Fig. 10.5 Circuitul pentru Aplicația 10.3

Rezolvare:

Analizând circuitul de curent continuu se observă existența bobinei L_2 și a condensatorului C_1 . După cum s-a stabilit anterior, bobina nu va influența circuitul, însă condensatorul va determina o întrerupere a laturii pe care se situează, în consecință circuitul poate fi redus la:

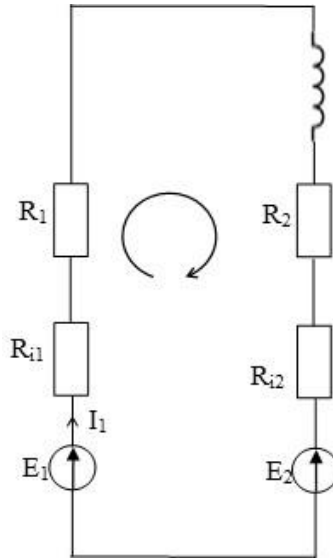


Fig. 10.6 Circuitul redus

Astfel, aplicând legea lui Ohm pentru un circuit închis putem determina valoarea intensității curentului:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_2}{R_{i1} + R_1 + R_2 + R_{i2}} = \frac{65 - 50}{0,5 + 14,5 + 4,7 + 0,3} = 0,75 \text{ A}$$

III. Modelarea circuitelor (Simulink)

Modelul 10.1

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 10.1 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 10.1.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

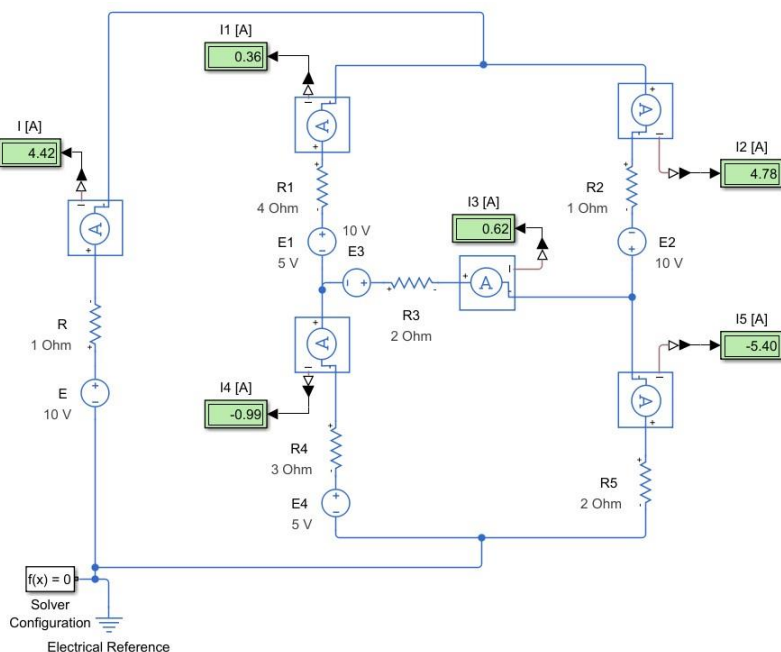


Fig. 10.7 Modelul Simulink pentru Aplicația 10.1

Tabel 10.1

Nr. crt.	E [V]	E_1 [V]	E_2 [V]	E_3 [V]	E_4 [V]	R [Ω]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	I [A]	I_1 [A]	I_2 [A]	I_3 [A]	I_4 [A]	I_5 [A]
1	10	5	10	10	5	1	4	1	2	3	2						
2	10	5	10	10	5	2	3	2	1	4	1						
3	15	10	15	20	5	1	4	1	2	3	2						
4	20	50	12	10	2	4	8	10	12	5	3						
5	45	20	12	20	20	30	40	60	20	10	30						

Modelul 10.2

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 10.2 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 10.2.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

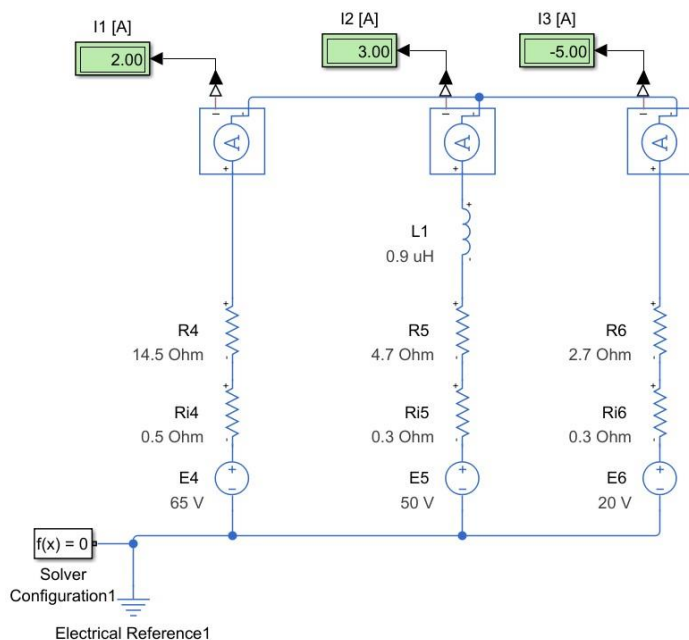


Fig. 10.8 Modelul Simulink pentru Aplicația 10.2

Tabel 10.2

Nr. crt.	E_4 [V]	E_5 [V]	E_6 [V]	R_4 [Ω]	R_{i4} [Ω]	R_5 [Ω]	R_{i5} [Ω]	R_6 [Ω]	R_{i6} [Ω]	L_1 [μ H]	I_1 [A]	I_2 [A]	I_3 [A]
1	65	50	20	14.5	0.5	4.7	0.3	2.7	0.3	0,9			
2	65	50	20	2.7	0.3	14.5	0.5	4.7	0.3	0,6			
3	20	65	50	14.5	0.5	4.7	0.3	2.7	0.3	1			
4	20	65	50	10	1	20	2	30	3	1,1			
5	12	40	60	15	3	17	3	19	3	0,3			

Modelul 10.3

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 10.3 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 10.3.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

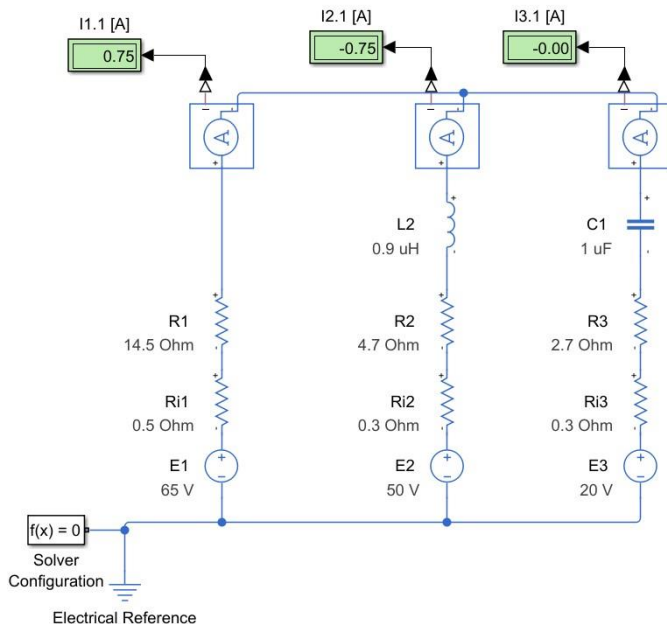


Fig. 10.9 Modelul Simulink pentru Aplicația 10.3

Tabel 10.3

Nr. crt.	E_1 [V]	E_2 [V]	E_3 [V]	R_1 [Ω]	R_{i1} [Ω]	R_2 [Ω]	R_{i2} [Ω]	R_3 [Ω]	R_{i3} [Ω]	L_2 [μ H]	C_1 [μ F]	I_1 [A]	I_2 [A]	I_3 [A]
1	65	50	20	14.5	0.5	4.7	0.3	2.7	0.3	0,9	1			
2	65	50	20	2.7	0.3	14.5	0.5	4.7	0.3	0,6	0,22			
3	20	65	50	14.5	0.5	4.7	0.3	2.7	0.3	1	0,47			
4	20	65	50	10	1	20	2	30	3	1,1	33			
5	12	40	60	15	3	17	3	19	3	0,3	10			

11. Legea lui Ohm și teoremele lui Kirchhoff pentru circuite magnetice

I. Considerații teoretice

Se numește circuit magnetic, un ansamblu alcătuit din corpuri de mare permeabilitate (corpuri feromagnetice), în contact direct sau prin intermediul unor interstiții (ex. întrefier) și din surse de excitație (bobine parcurse de curenți dispuse pe corpurile feromagnetice sau magneți permanenți).

Circuitele magnetice sunt componente esențiale în funcționarea diferitelor echipamente electrice, cum ar fi motoarele electrice, generatoarele și transformatoarele.

- **Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit magnetic**

Conform acestei legi fluxul magnetic (ϕ) dezvoltat pe o porțiune de circuit este direct proporțional cu tensiunea magnetica ($U_{m_{12}}$).

$$U_{m_{12}} = R_{m_{12}} \cdot \phi \quad (11.1)$$

Unde:

- $U_{m_{12}}$ – tensiunea magnetică [A]
- ϕ – fluxul magnetic [Wb]
- $R_{m_{12}}$ – reluctanța porțiunii de circuit [A/Wb]

- **Legea lui Ohm pentru un circuit magnetic închis**

În cazul circuitelor magnetice închise, legea lui Ohm afirmă că fluxul magnetic (ϕ) dezvoltat în circuit este direct proporțional cu tensiunea magnetomotoare (U_{mm}).

$$U_{mm} = R_m \cdot \phi \quad (11.2)$$

Unde:

- U_{mm} – tensiunea magnetomotoare a circuitului magnetic [A]

- **Teorema întâi a lui Kirchhoff pentru circuitele magnetice**

Suma algebrică a fluxurilor magnetice (ϕ_k) care trec prin laturile unui circuit magnetic, care concură într-un nod al acestui circuit (n_f) este nulă.

Se referă la nodurile unui circuit magnetic:

$$\sum_{k \in n_f} \phi_k = 0 \quad (11.3)$$

- **Teorema a doua a lui Kirchhoff pentru circuite magnetice**

În regim staționar sau cvasistaționar, suma algebrică a solenațiilor (θ_k) care înălănțuie laturile fără dispersie magnetică este egală cu suma algebrică a produselor reluctanțelor magnetice ale laturilor și fluxurile magnetice ($R_m \phi_k$) care trec prin ele (adică cu suma căderilor de tensiune magnetică).

Se referă la ochiurile unui circuit:

$$\sum_{k \in o_f} R_m \phi_k = \sum_{k \in o_f} \theta_k \quad (11.4)$$

- **Indicații privind utilizarea corectă a teoremelor lui Kirchhoff pentru un circuit magnetic**

- se presupune fluxul din exteriorul laturilor de circuit neglijabil;
- se analizează morfologia circuitului și se stabilesc numărul de: laturi (l), noduri (n), noduri fundamentale ($n_f = n - 1$), ochiuri/bucle fundamentale ($o_f = l - n_f$);
- se aleg sensuri arbitrare pentru fluxuri și pentru parcurgerea celor o_f ochiuri ale unui sistem complet de contururi independente;
- se scriu ecuațiile de noduri (Teorema I a lui Kirchhoff) și de ochiuri (Teorema a II a lui Kirchhoff);
- se rezolvă sistemul de ecuații și se determină fluxurile magnetice.

II. Aplicații

Aplicația 11.1

Pentru circuitul magnetic din Fig. 11.1 se cunosc $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \left[\frac{H}{m}\right]$ (permeabilitatea vidului); $S=9 \text{ cm}^2$; $l_m = 30 \text{ cm}$; $g=0,05 \text{ cm}$; $\mu_r = 70000$ (permeabilitate magnetică a materialului); $N=500$ (numărul de spire).

- să se calculeze reluctanțele miezului magnetic și a întrefierului;
- să se calculeze fluxul magnetic știind că inducția magnetică este $B=1 \text{ T}$;
- să se calculeze intensitatea curentul electric ce trece prin bobină.

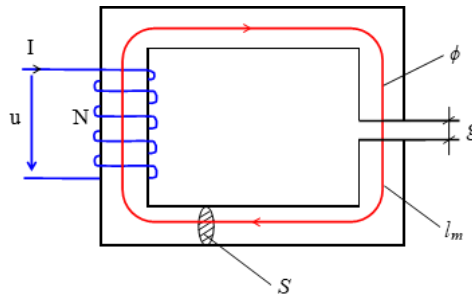


Fig. 11.1 Circuitul pentru Aplicația 11.1

Rezolvare:

Pentru simplificarea circuitului magnetic se poate realiza următoarea schemă echivalentă a acestuia:

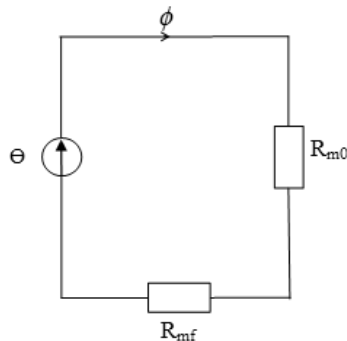


Fig. 11.2 Schema echivalentă a circuitului

Unde R_{mf} este reluctanța miezului magnetic, iar R_{m0} reluctanța întrefierului.

a.

Reluctanța miezului magnetic:

$$R_{mf} = \frac{l_m - g}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S} = 3791,3 \text{ Asp/Wb}$$

Reluctanța întrefierului:

$$R_{m0} = \frac{g}{\mu_0 \cdot S} = 442321,3 \text{ Asp/Wb}$$

b.

Dacă inducția magnetică B este:

$$B = \frac{\phi}{A}$$

Atunci fluxul magnetic devine:

$$\phi = B \cdot A = 9 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

c.

Știind că solenația este:

$$\theta = N \cdot I$$

Se va putea obține intensitatea curentului electric ce trece prin bobină.

Fluxul magnetic fiind:

$$\phi = \frac{\theta}{R_m} = \frac{\theta}{R_{mf} + R_{m0}}$$

Atunci solenația:

$$\theta = \phi \cdot (R_{mf} + R_{m0}) = 401,5 \text{ A}$$

În final, intensitatea curentului electric ce trece prin bobină:

$$I = \frac{\theta}{N} = \frac{401,5}{500} = 0,8 \text{ A}$$

Aplicația 11.2

Pentru circuitul magnetic din Fig. 11.3 să se determina fluxurile magnetice cunoscând următoarele valori : $\theta_1 = \theta_3 = 300 \text{ A}$; $\theta_2 = 600 \text{ A}$; $S = 24 \text{ cm}^2$; $l_1 = 24 \text{ cm}$; $l_2 = 12 \text{ cm}$; $\mu = 400 \text{ H/m}$.

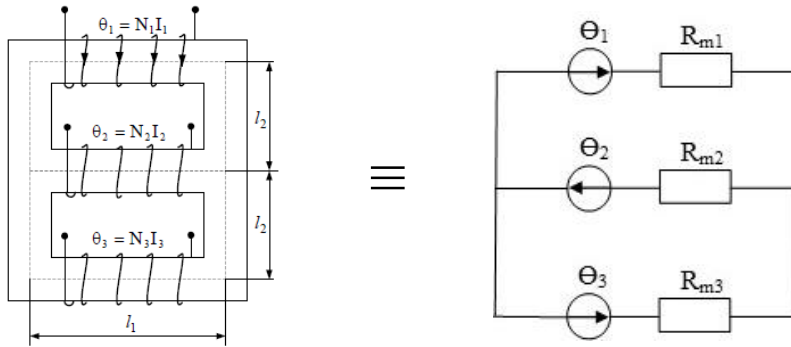


Fig. 11.3 Circuitul pentru Aplicația 11.2

Rezolvare:

Pentru rezolvarea circuitului se vor aplica teoremele lui Kirchhoff pentru circuitele magnetice, urmând pașii din indicațiile de aplicare ale acestora.

Mai întâi se va analiza circuitul:

$$n = 2 \text{ (noduri: A și B)}$$

$$n_f = n - 1 = 2 - 1 = 1 \text{ (noduri fundamentale)}$$

$$l = 3 \text{ (laturi)}$$

$$o_f = l - n_f = 3 - 1 = 2 \text{ (ochiuri fundamentale)}$$

Apoi se atribuie fluxurilor magnetice sensuri arbitrare și se aleg ochiurile fundamentale și sensurile de referință ale acestora:

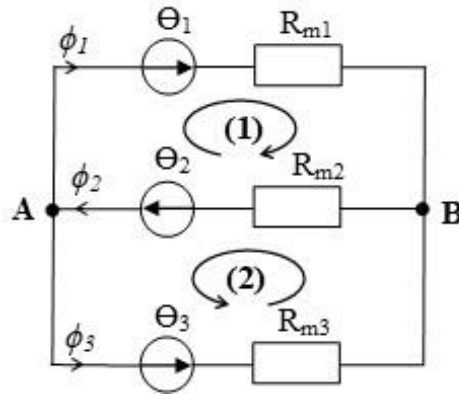


Fig. 11.4 Circuitul pentru Aplicația 11.2

Se scriu ecuațiile pentru nodurile fundamentale și pentru ochiurile fundamentale, formându-se un sistem de ecuații.

$$\begin{aligned} \text{T.I.K.} & \quad (A) \quad \Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 = 0 \\ \text{T.II.K.} & \quad \begin{cases} (1) \quad R_{m1}\Phi_1 + R_{m2}\Phi_2 = \theta_1 + \theta_2 \\ (2) \quad R_{m2}\Phi_2 + R_{m3}\Phi_3 = \theta_2 + \theta_3 \end{cases} \end{aligned}$$

Pentru a se putea rezolva sistemul de ecuații e necesar să se calculeze valorile pentru reluctanțe.

$$R_{m1} = R_{m3} = \frac{l_1 + 2l_2}{\mu \cdot S} = \frac{0,24 + 2 \cdot 0,12}{400 \cdot 24 \cdot 10^{-4}} = 0,5 \text{ A/Wb}$$

$$R_{m2} = \frac{l_1}{\mu \cdot S} = \frac{0,24}{400 \cdot 24 \cdot 10^{-4}} = 0,25 \text{ A/Wb}$$

După înlocuirea cu valori a mărimilor din sistemul de ecuații de mai sus și rezolvarea sistemului se obțin următoarele rezultate pentru fluxurile magnetice:

$$\Phi_1 = 900 \text{ Wb}; \Phi_2 = 1800 \text{ Wb}; \Phi_3 = 900 \text{ Wb}.$$

III. Modelarea circuitelor (Simulink)

Modelul 11.1

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 11.1 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 11.1.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

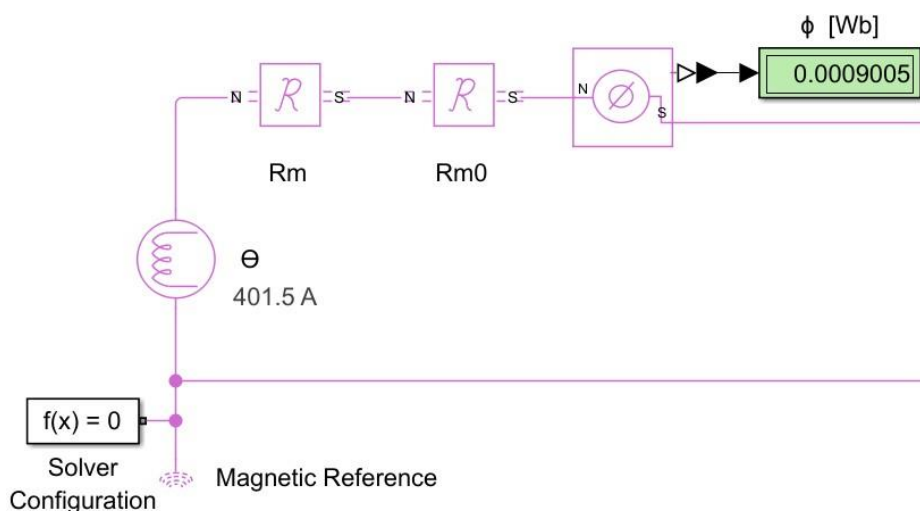


Fig. 11.5 Modelul Simulink pentru Aplicația 11.1

Tabel 11.1

Nr.crt.	Θ [A]	R_m [A/Wb]		R_{m0} [A/Wb]		ϕ [Wb]
		l_m [cm]	S [cm ²]	g [cm]	S [cm ²]	
1	401,5	30	9	0,05	9	
2	401,5	30	4	0,05	4	
3	401,5	25	4	0,01	4	
4	200	20	7	0,08	7	
5	500	30	9	0.05	9	

Modelul 11.2

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 11.2 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 11.2.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

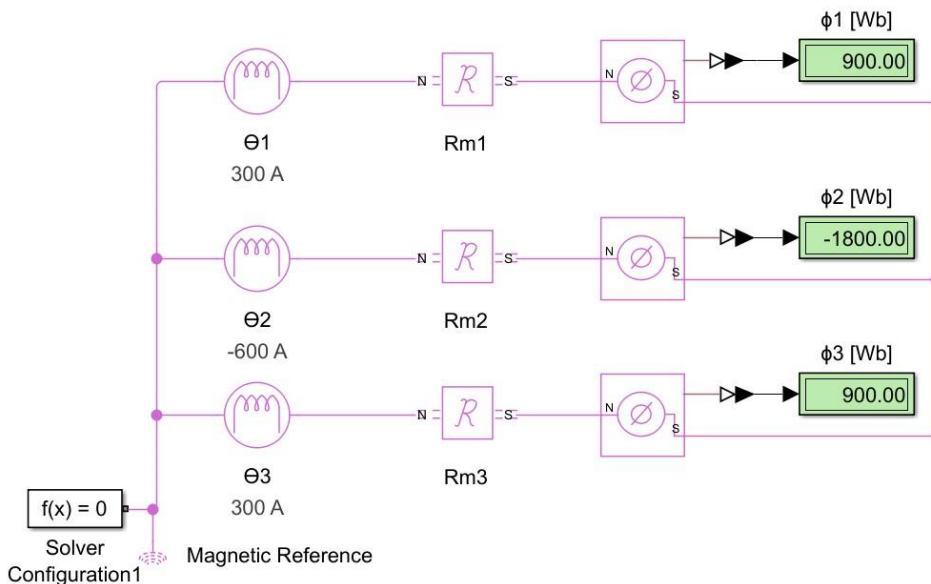


Fig. 11.6 Modelul Simulink pentru Aplicația 11.2

Tabel 11.2

Nr. crt.	Θ_1 [A]	Θ_2 [A]	Θ_3 [A]	R_{m1} [A/Wb]		R_{m2} [A/Wb]		R_{m3} [A/Wb]		ϕ_1 [Wb]	ϕ_2 [Wb]	ϕ_3 [Wb]
				l_m [cm]	S [cm ²]	l_m [cm]	S [cm ²]	l_m [cm]	S [cm ²]			
1	300	-600	300	48	24	24	24	48	24			
2	300	-600	300	24	24	12	24	24	12			
3	300	-600	300	48	10	24	10	48	10			
4	300	300	300	48	24	24	24	48	24			
5	200	300	400	24	24	12	24	24	12			

Obs. Semnul minus pentru valoarea solenației se folosește pentru a indica sensul acesteia.

12. Teoremele capacităților echivalente: gruparea serie, paralel și mixtă a condensatoarelor

I. Considerații teoretice

Capacitatea echivalentă a unui sistem de condensatoare este capacitatea unui condensator, care la o tensiune aplicată se încarcă din exterior cu aceeași sarcină ca și sistemul dat.

• Gruparea în serie a condensatoarelor

Două sau mai multe condensatoare sunt conectate în serie (Fig. 12.1) dacă:

- sunt plasate pe aceeași ramură de rețea (A, B);
- între ele nu sunt noduri de rețea;
- sunt parcurse de același curent electric și au aceeași sarcină electrică (q) datorită fenomenului de influență electrostatică.

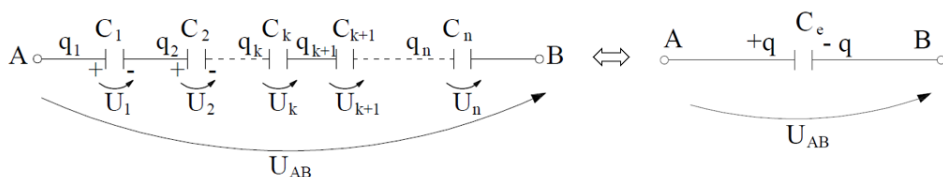


Fig. 12.1 Gruparea în serie a condensatoarelor și schema echivalentă a acestora

Deoarece s-au presupus inițial condensatoarele neîncărcate, după încărcare vor avea aceeași sarcină:

$$q_1 = q_2 = \dots = q_k = \dots = q_n = q \quad (12.1)$$

Tensiunea la bornele AB este:

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + \dots + U_k + \dots + U_n = q \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} \quad (12.2)$$

Rezultă capacitatea echivalentă:

$$C_e = \frac{q}{U_{AB}} = \frac{q}{q \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}} \quad (12.3)$$

respectiv:

$$\frac{1}{C_e} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} \quad (12.4)$$

Gruparea condensatoarelor în serie se utilizează pentru a obține baterii de condensatoare capabile să funcționeze la tensiuni ridicate.

- **Gruparea în paralel a condensatoarelor**

Două sau mai multe condensatoare sunt conectate în paralel (Fig. 12.2) dacă:

- sunt supuse la aceeași tensiune electrică (U_{AB}) și se încarcă cu sarcini electrice diferite, în funcție de capacitatea condensatorului.

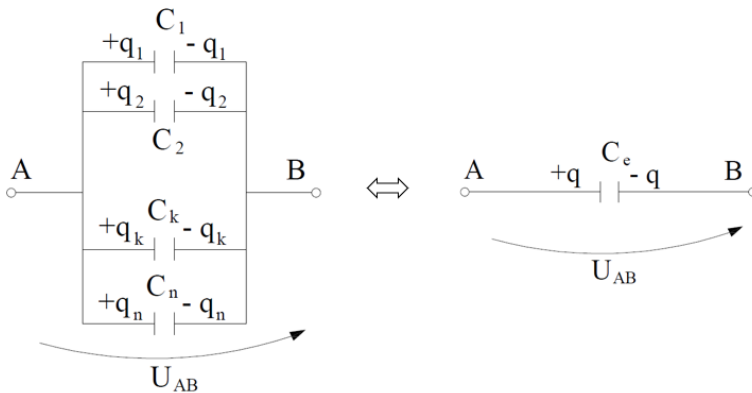


Fig. 12.2 Gruparea în paralel a condensatoarelor și schema echivalentă a acestora

Tensiunea la bornele condensatoarelor fiind constantă, ele se vor încărca cu sarcinile:

$$q_1 = C_1 \cdot U_{AB} ; q_2 = C_2 \cdot U_{AB} ; q_n = C_n \cdot U_{AB} \quad (12.5)$$

Sarcina totală a sistemului q :

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \sum_{k=1}^n q_k \quad (12.6)$$

Rezultă capacitatea echivalentă C_e :

$$C_e = \frac{q}{U_{AB}} = \frac{\sum_{k=1}^n C_k \cdot U_{AB}}{U_{AB}} = \sum_{k=1}^n C_k \quad (12.7)$$

Gruparea condensatoarelor în paralel se utilizează pentru a obține o capacitate totală mai mare.

- **Gruparea mixtă a condensatoarelor**

Dacă se asociază q condensatoare în serie și p asemenea serii se leagă în paralel, se obține o grupare mixtă, care prezintă avantajul grupării în paralele (capacitate mare) și avantajul grupării în serie (divizarea tensiunii) în același timp.

Scopul prezentei lucrări este de a studia tipurile de grupări ale condensatoarelor și calculul capacităților echivalente.

II. Aplicații

Aplicația 12.1

Să se determine valoarea sarcinilor cu care se încarcă condensatoarele din sistemul de condensatoare din Fig. 12.3 și capacitatea lor echivalentă, știind că sursa de tensiune e de 10 V, iar capacitățile C_1 , C_2 și C_3 sunt egale și au valoarea de 47 μF .

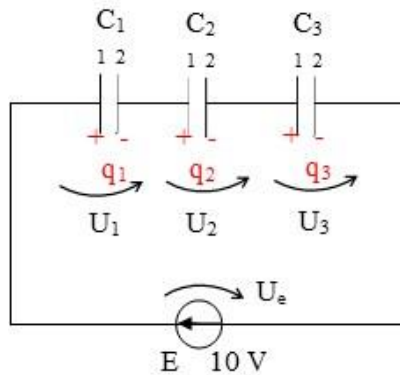


Fig. 12.3 Circuitul pentru Aplicația 12.1

Rezolvare:

Se observă că cele 3 condensatoare sunt conectate în serie, prin urmare capacitatea lor echivalentă C_e este:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{47} + \frac{1}{47} + \frac{1}{47} = \frac{3}{47}$$

$$C_e = \frac{47}{3} = 15,66 \mu F$$

Capacitatea unui condensator k este:

$$C_k = \frac{q_k}{U_k}$$

Atunci:

$$U_k = \frac{q_k}{C_k}$$

Știind că:

$$q_1 = q_2 = q_3$$

$$C_1 = C_2 = C_3$$

$$U_e = U_1 + U_2 + U_3$$

Putem afirma că:

$$U_1 = U_2 = U_3 = \frac{U_e}{3} = \frac{10}{3} = 3,33 V$$

Atunci sarcina cu care se încarcă fiecare condensator este:

$$q_1 = q_2 = q_3 = C_1 \cdot U_1 = 47 \cdot 10^{-6} \cdot 3,33$$

$$q_1 = q_2 = q_3 = 156,51 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 156,51 \mu\text{C}$$

Aplicația 12.2

Să se determine valoarea sarcinilor cu care se încarcă condensatoarele din sistemul de condensatoare din Fig. 12.4 și capacitatea lor echivalentă, știind că sursa de tensiune este de 10 V, iar capacitățile C_1 , C_2 și C_3 sunt egale și au valoarea de $47 \mu\text{F}$.

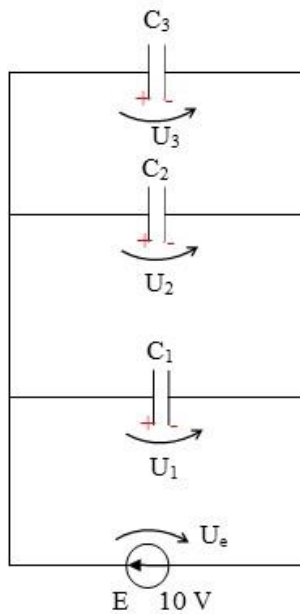


Fig. 12.4 Circuitul pentru Aplicația 12.2

Rezolvare:

Se observă că cele 3 condensatoare sunt conectate în paralel, prin urmare capacitatea lor echivalentă C_e este:

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3 = 47 + 47 + 47 = 141 \mu\text{F}$$

Știind că:

$$U_e = U_1 = U_2 = U_3 = 10 \text{ V}$$

Putem calcula sarcinile cu care se încarcă fiecare condensator:

$$q_1 = C_1 \cdot U_1 = 47 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 470 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 470 \text{ } \mu\text{C}$$

$$q_2 = C_2 \cdot U_2 = 47 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 470 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 470 \text{ } \mu\text{C}$$

$$q_3 = C_3 \cdot U_3 = 47 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 470 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 470 \text{ } \mu\text{C}$$

Aplicația 12.3

Să se determine tensiunea la bornele extreme ale sistemului de condensatoare reprezentat în Fig. 12.5, neîncărcat inițial cu sarcinii electrice, necesară pentru a încărca cu o sarcină de $24 \text{ } \mu\text{C}$ (q_3) condensatorul C_3 , cunoscând valorile: $C_1=8 \text{ } \mu\text{F}$, $C_2=C_4=4 \text{ } \mu\text{F}$, $C_3=6 \text{ } \mu\text{F}$, $C_5=2 \text{ } \mu\text{F}$.

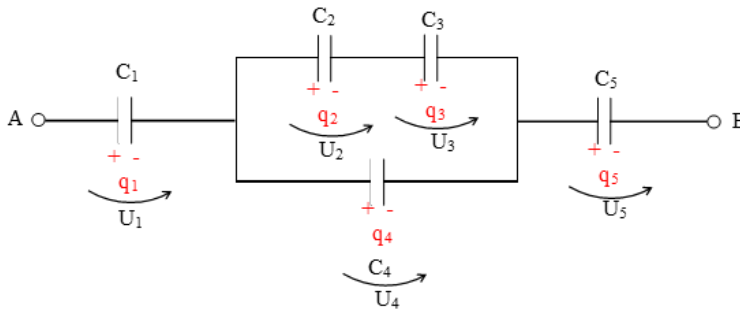


Fig. 12.5 Circuitul pentru

Rezolvare:

Analizând sistemul de condensatoare se observă conexiunea serie dintre condensatoarele C_2 și C_3 , după echivalarea lor cu un condensator echivalent C_{23} , acesta va fi conectat în paralel cu condensatorul C_4 , în urma echivalării acestei conexiuni cu un condensator echivalent C_{234} , acesta va fi conectat în serie cu condensatoarele C_1 și C_5 .

Pentru condensatorul echivalent C_{23} :

$$q_{23} = q_2 = q_3 = 24 \text{ } \mu\text{F}$$

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_2 + C_3}{C_2 C_3} \Rightarrow C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{24}{10} = 2,4 \mu F$$

$$C_{23} = \frac{q_{23}}{U_{23}} \Rightarrow U_{23} = \frac{q_{23}}{C_{23}} = \frac{24}{2,4} = 10 V$$

Pentru condensatorul C_4 :

$$U_4 = U_{23} = U_{234} = 10 V$$

$$C_4 = \frac{q_4}{U_4} \Rightarrow q_4 = C_4 U_4 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 40 \mu C$$

Pentru condensatorul echivalent C_{234} :

$$q_{234} = q_{23} + q_4 = 24 + 40 = 64 \mu C$$

Deoarece C_1 , C_{234} și C_5 sunt conectate în serie:

$$q_1 = q_{234} = q_5 = 64 \mu C$$

$$C_1 = \frac{q_1}{U_1} \Rightarrow U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{64}{8} = 8 V$$

$$C_5 = \frac{q_5}{U_5} \Rightarrow U_5 = \frac{q_5}{C_5} = \frac{64}{2} = 32 V$$

În final se poate calcula tensiunea U_{AB} :

$$U_{AB} = U_1 + U_{234} + U_5 = 8 + 10 + 32 = 50 V$$

III. Modelarea circuitelor (Simulink)

Modelul 12.1

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 12.1 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 12.1.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

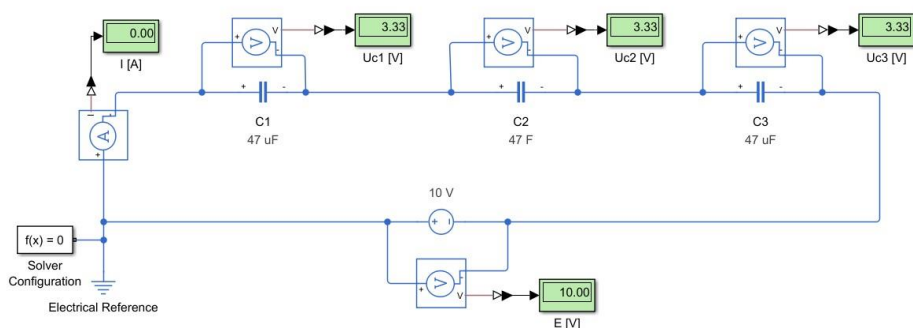


Fig. 12.6 Modelul Simulink pentru Aplicația 12.1

Tabel 12.1

Nr. crt.	E [V]	C_1 [μF]	C_2 [μF]	C_3 [μF]	U_{c1} [V]	U_{c2} [V]	U_{c3} [V]	I [A]
1	10	47	47	47				
2	10	470	220	47				
3	16	22	33	470				
4	50	0,22	0,47	47				
5	25	100	220	10				

Modelul 12.2

Realizați modelul Simulink pentru circuitul din Aplicația 12.2 și apoi realizați simulări pentru valorile menționate în tabelul 12.2.

După realizarea simulărilor, notați valorile obținute în tabelul și observați și analizați influența fiecărui element de circuit asupra întregului circuit.

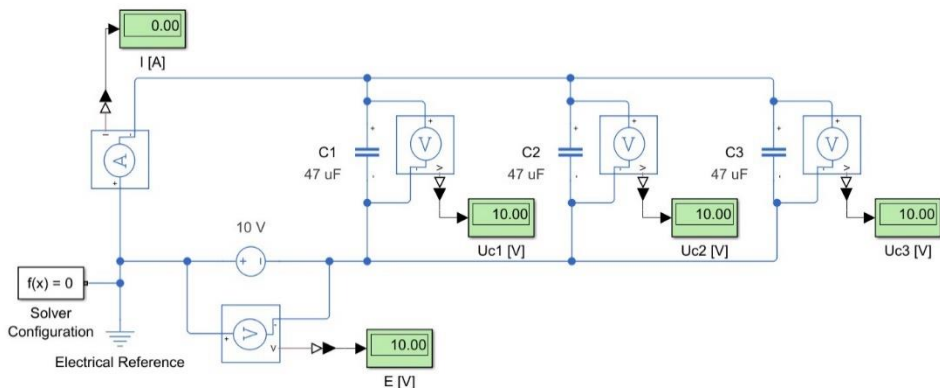


Fig. 12.7 Modelul Simulink pentru Aplicația 12.2

Tabel 12.2

Nr. crt.	E [V]	C_1 [μF]	C_2 [μF]	C_3 [μF]	U_{c1} [V]	U_{c2} [V]	U_{c3} [V]	I [A]
1	10	47	47	47				
2	10	470	220	47				
3	16	22	33	470				
4	50	0,22	0,47	47				
5	25	100	220	10				

BIBLIOGRAFIE

1. Man E., Man L., *Teoria circuitelor electrice Ediția a 2-a*, Cluj-Napoca, U.T. Press, 2008
2. Man E., Man L., *Teoria circuitelor electrice Probleme*, Cluj-Napoca, U.T. Press, 2009
3. Simion E., Ciupa R.V., Neamtu V., Man E., Rosca P., Popa V.M, *Teoria circuitelor electrice, Vol. 1*, Cluj-Napoca, UTCN, 1995
4. Ciupa R.V., *Bazele electrotehnicii-teorie și aplicații, Vol.I*, Cluj-Napoca, Casa Cărții de știință, 2006
5. Simion E., Maghiar T., *Electrotehnică*, București, EDP, 1981
6. Mândru Gh., *Bazele electrotehnicii*, Cluj-Napoca, U.T. Press, 2005
7. Hangea N., Stănescu N., Vieroșanu Gh., Negulescu A., *Electricitate și noțiuni de electronică*, București, EDP, 1974
8. Răduleț R., *Bazele electrotehnicii, Probleme Vol 1*, București, EDP, 1981
9. Micu D.D., Creț L., Duma D., *Teoria circuitelor electrice. Culegere de probleme*, Cluj-Napoca, U.T. Press, 2005
10. Șora C., *Bazele electrotehnicii*, București, EDP, 1982
11. Morar R., Man E., Neamțu V., Dăscălescu L., Iuga A., *Electrotehnică și mașini electrice. Probleme*, Cluj-Napoca, I.P.C-N, 1987
12. Neamțu V., *Bazele electrotehnicii. Probleme*, Cluj-Napoca, U.T. Press, 2003
13. Petrescu L., *Bazele electrotehnicii – Elemente de teorie a câmpului electromagnetic*, București, Editura Politehnica Press, 2015
14. Gîrbu A., Moca M., *Electrotehnică și mașini electrice*, Cluj-Napoca, UTCN, 1982

15. Moșini D., *Electrotehnică și mașini electrice*, Cluj-Napoca, Editura Risoprint, 2007
16. Documentație Simulink, <https://www.mathworks.com/>
17. Documentație coulombmetru, <https://www.ipcel.co.uk/>
18. Documentație echipamente, <https://www.ipcirwin.com/>
19. Efectul termoelectric, <https://users.utcluj.ro/~mbirlea/x/04x.htm>
20. Documentație experimente, <https://www.fizichim.ro/>