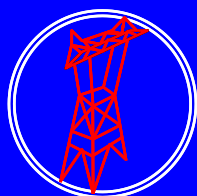


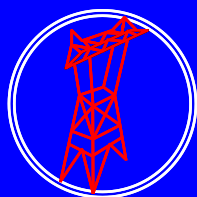
Radu Adrian TÎRNOVAN

Maria CRISTEA



MODELAREA ȘI SIMULAREA SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

CURS



U.T.PRESS
Cluj-Napoca, 2025
ISBN 978-606-737-821-4

Radu-Adrian TÎRNOVAN

Maria CRISTEA

MODELAREA ȘI SIMULAREA SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

Curs



U.T.PRESS

Cluj - Napoca, 2025

ISBN 978-606-737-821-4



Editura U.T.PRESS
Str. Observatorului nr. 34
400775 Cluj-Napoca
Tel.: 0264-401.999
e-mail: utpress@biblio.utcluj.ro
www.utcluj.ro/editura

Recenzia: Prof.dr.ing. Sorin Pavel
Conf.dr.ing. Andrei Cziker

Pregătire format electronic on-line: Gabriela Groza

Copyright © 2025 Editura U.T.PRESS
Reproducerea integrală sau parțială a textului sau ilustrațiilor din această carte
este posibilă numai cu acordul prealabil scris al editurii U.T.PRESS.

ISBN 978-606-737-821-4

Prefață

Lucrarea de față se adresează tuturor studenților de la profilul Electric din cadrul Universității Tehnice din Cluj-Napoca, în special celor de la specializarea de Energetică, disciplina Modelarea și Simularea Sistemelor Electroenergetice (MSSE) predându-se studenților de la masterat specializarea Managementul Sistemelor Electroenergetice Moderne.

Disciplina are rolul de a familiariza pe viitorii ingineri din domeniul Ingineriei energetice cu noțiunile și tehnicile privind modelarea elementelor unui sistem electroenergetic, realizarea modelelor electrice echivalente ale unei rețele electrice, respectiv elaborarea modelului matematic de regim staționar (permanent) și soluționarea acestuia.

Deoarece cursul acoperă un domeniu foarte larg, lucrarea de față și-a propus realizarea unei sinteze care să puncteze aspecte principale în ceea ce privește analiza rețelelor electrice în regim permanent de funcționare.

Cursul este structurat în douăsprezece capitole (care corespund cu douăsprezece cursuri prezentate în ordine cronologică) plus o anexă. La finalul fiecărui capitol este prezentată o bibliografie care să permită studentului să aprofundeze problemele abordate în această lucrare.

În Anexă se prezintă, ca aplicație, un program de analiză a regimului permanent de funcționare a rețelelor electrice. Programul realizat în Matlab apelează la zece metode de soluționare a sistemelor de ecuații algebrice care alcătuiesc modelul matematic al rețelelor în regim permanent.

CUPRINS

1. GENERALITĂȚI PRIVIND MODELAREA ȘI SIMULAREA SEE	1-1
1.1. CONCEPTUL DE SIMULARE	1-1
1.2. MODELARE MATEMATICĂ. CONCEPTUL DE MODEL MATEMATIC	1-1
1.2.1. Generalități	
1.2.2. Modele matematice	
1.3. PROIECTARE ASISTATĂ DE CALCULATOR (CAD) ÎN ELECTROENERGETICĂ	1-3
1.3.1. Definierea CAD	1-3
1.3.2. Scurt istoric al dezvoltării CAD	1-4
1.3.3. Pachete de programe dedicate pentru proiectarea, analiza și exploatarea rețelelor și sistemelor electrice	1-5
1.4. STRUCTURA SISTEMELOR ELECTROENERGETICE	1-6
1.4.1. Subsistemul de producere a energiei electrice	1-7
1.4.2. Subsistemul de transport și distribuție	1-8
BIBLIOGRAFIE	1-10
2. MODELELE ELEMENTELOR UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC ÎN ANALIZA DE SISTEM. GENERATOR SINCRON. CONSUMATOR. LINII ELECTRICE	2-1
2.1. GENERALITĂȚI	2-1
2.2. MODELUL GENERATORULUI SINCRON ÎN ANALIZA DE SISTEM	2-2
2.2.1. Scheme echivalente pentru generatorul sincron	2-2
2.2.2. Capacitatea reactivă a unui generator	2-2
2.3. MODELAREA CONSUMATORILOR ÎN ANALIZA DE SISTEM	2-4
2.3.1. Generalități	2-4
2.3.2. Reprezentarea sarcinilor simple	2-4
2.3.3. Reprezentarea sarcinilor complexe	2-5
2.3.4. Modele simplificate de sarcină	2-8
2.4. MODELAREA LINIILOR ELECTRICE ÎN ANALIZA DE SISTEM	2-8
BIBLIOGRAFIE	2-11
3. MODELELE ELEMENTELOR UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC ÎN ANALIZA DE SISTEM. TRANSFORMATOR DE PUTERE. MODELUL UNIFICAT AL LATURILOR	3-1
3.1. MODELAREA TRANSFORMATOARELOR DE PUTERE ÎN ANALIZA DE SISTEM	3-1
3.1.1. Scheme echivalente utilizate pentru reprezentarea transformatoarelor de putere	3-1
3.1.2. Transformatorul ideal fără curenți de mers în gol	3-4
3.1.3. Modelul transformatorului cu curent de mers în gol	3-8
3.2. MODELUL UNIFICAT AL LATURILOR	3-12
BIBLIOGRAFIE	3-14

4. METODA MĂRIMILOR RAPORTATE (UNITĂȚI RELATIVE)	4-1
4.1. MĂRIMI ÎN UNITĂȚI RELATIVE	4-1
4.1.1. Mărimi de bază și mărimi raportate	4-1
4.1.2. Schimbarea bazei	4-2
4.2. IMPEDANȚELE ÎN UNITĂȚI RELATIVE ALE PRINCIPALELOR ELEMENTE DE SISTEM	4-3
4.2.1. Impedanța generatorului în unități relative	4-3
4.2.2. Modelarea transformatorului în mărimi raportate	4-3
4.2.3. Modelul unificat al laturilor în mărimi raportate	4-5
4.3. APLICAȚII	4-6
BIBLIOGRAFIE	4-14
5. CIRCULAȚIA PUTERILOR ACTIVE ȘI REACTIVE	5-1
5.1. TRANZITUL DE PUTERE PE O LATURĂ FĂRĂ TRANSFORMATORE (LINIE ELECTRICĂ)	5-1
5.2. TRANZITUL DE PUTERE PE O LATURĂ CU TRANSFORMATOR	5-3
5.3. RELAȚII UNIFICATE PENTRU CALCUL TRANZITULUI DE PUTERE PE O LATURĂ	5-6
BIBLIOGRAFIE	5-12
6. MODELUL NODAL AL REȚELELOR ELECTRICE ÎN REGIM STAȚIONAR	6-1
6.1. REGIMURILE DE FUNCȚIONARE ALE REȚELELOR ELECTRICE	6-1
6.2. GENERALITĂȚI PRIVIND CALCULUL REGIMULUI PERMANENT	6-2
6.2.1. Preambul	6-2
6.2.2. Clasificarea variabilelor de sistem	6-4
6.3. FORMULAREA ECUAȚIILOR NODALE DE REGIM PERMANENT	6-4
6.3.1. Modelul nodal de bază pentru laturi fără transformatoare	6-4
6.3.2. Ecuatiile nodale de bază ale rețelelor electrice pentru modelul generalizat al laturilor	6-6
6.3.3. Reguli generale de scriere a matricei [$\underline{Y}_{nn}$]	6-7
BIBLIOGRAFIE	6-8
7. ECUAȚIILE TOPOLOGICE ALE REȚELELOR ELECTRICE ÎN REGIM STAȚIONAR DE FUNCȚIONARE	7-1
7.1. ELEMENTE GENERALE	7-1
7.2. TOPOLOGIA REȚELELOR ELECTRICE	7-1
7.2.1. Elemente privind teoria grafurilor	7-1
7.2.2. Matrice de incidență	7-3
7.3. ECUAȚIILE REȚELELOR ELECTRICE	7-4
7.3.1. Ecuatiile de material	7-5
7.3.2. Ecuatiile topologice ale rețelelor electrice	7-6
7.3.3. Sistemul de referință nodal. Metoda potențialelor la noduri	7-7
7.3.4. Sistemul de referință al ochiurilor independente. Metoda curenților ciclici	7-13
7.3.5. Verificarea metodei potențialelor la noduri în cazul sarcinilor electrice reprezentate prin injecții de curent	7-17
BIBLIOGRAFIE	7-19
8. FORMULAREA PROBLEMEI DE CALCUL DE REGIM PERMANENT DE FUNCȚIONARE A SISTEMELOR ELECTROENERGETICE	8-1
8.1. PREAMBUL	8-1

8.2. TIPURI DE MODELE UTILIZATE ÎN ANALIZA SISTEMELOR ELECTROENERGETICE	8-2
8.2.1. Modelul ecuațiilor nodale liniare cu injecții de curent	8-2
8.2.2. Modele neliniare	8-3
8.2.3. Restricții impuse în soluționarea regimului permanent al SEE	8-6
8.2.4. Solvabilitatea problemei de regim permanent	8-7
8.3. METODE DE SOLUȚIONARE A PROBLEMEI DE REGIM PERMANENT	8-8
BIBLIOGRAFIE	8-8
9. REGIMUL PERMANENT AL REȚELELOR RADIALE	9-1
9.1. PARTICULARITĂȚI ALE REȚELELOR RADIALE	9-1
9.2. METODA DE CALCULUL A REȚELELOR RADIALE PRIN BALEIERE ASCENDENT/DESCENDENTĂ	9-1
BIBLIOGRAFIE	9-11
10. METODE DIRECTE DE SOLUȚIONARE A REGIMULUI PERMANENT. METODA DE ELIMINARE GAUSS. METODA DE ELIMINARE COMPLETĂ GAUSS-JORDAN	10-1
10.1. INTRODUCERE	10-1
10.2. PRINCIPIUL METODEI DE ELIMINARE A LUI GAUSS	10-1
10.3. METODA ELIMINĂRII COMPLETE (GAUSS - JORDAN)	10-7
10.4. APLICAREA METODELOR DIRECTE PENTRU SOLUȚIONAREA REGIMULUI PERMANENT AL SEE	10-9
10.4.1. Introducere	10-9
10.4.2. Aplicarea algoritmului de calcul	10-9
BIBLIOGRAFIE	10-11
11. METODE ITERATIVE DE SOLUȚIONARE A REGIMULUI PERMANENT AL SEE. METODA GAUSS-JACOBI. METODA GAUSS-SEIDEL	11-1
11.1. SOLUȚIONAREA PROBLEMEI DE REGIM PERMANENT UTILIZÂND METODA GAUSS-JACOBI	11-1
11.2. METODA GAUSS-SEIDEL	11-2
11.2.1. Principiul metodei iterative Gauss-Seidel	11-2
11.2.2. Metoda Gauss-Seidel pentru calculul regimului permanent	11-4
11.3. APLICAREA ALGORITMILOR ITERATIVI DE CALCUL PENTRU SOLUȚIONAREA REGIMULUI PERMANENT	11-4
BIBLIOGRAFIE	11-6
12. METODE VARIATIONALE PENTRU SOLUȚIONAREA PROBLEMEI DE REGIM PERMANENT AL SISTEMELOR ELECTROENERGETICE	12-1
12.1. GENERALITĂȚI	12-1
12.2. METODA NEWTON-RAPHSON	12-1
12.2.1. Introducere	12-1
12.2.2. Principiul metodei	12-2
12.3. METODA NEWTON-RAPHSON APLICATĂ PENTRU CALCULUL REGIMULUI PERMANENT AL SEE	12-4
12.3.1. Abordarea Van Ness	12-4
12.3.2. Abordarea Tinney ș.a.	12-9
12.4. VARIANTE ALE METODEI NEWTON-RAPHSON APLICATE PENTRU CALCULUL REGIMULUI PERMANENT AL SEE	12-12

12.4.1. Varianta decuplată	12-12
12.4.2. Varianta decuplată rapidă	12-13
12.4.3. Metoda în curent continuu	12-14
12.5. ALGORITMUL DE IMPLEMENTARE A METODELOR VARIAȚIONALE	
BIBLIOGRAFIE	12-17

**ANEXĂ. PROGRAM ÎN MATLAB PENTRU ANALIZA REGIMULUI PERMANENT
DE FUNCȚIONARE A REȚELELOR ELECTRICE** **A-1**

1. GENERALITĂȚI PRIVIND MODELAREA ȘI SIMULAREA SEE

1.1. CONCEPTUL DE SIMULARE

Termenul de „simulare” (în latină „simulatio”) înseamnă capacitatea de a reproduce, de a imita, de a reprezenta ceva, fiind introdus în informatică de John von Neumann la începutul anilor '40, odată cu apariția primelor calculatoare electronice [1].

J. von Neumann împreună cu grupul de savanți de la Școala Los Alamos au dezvoltat primele aplicații ale calculatoarelor, introducând totodată denumirea de Cercetări operaționale (pentru a desemna aplicațiile legate de dirijarea operațiilor militare pe arii geografice mari ale globului pământesc!) precum și metoda Monte-Carlo (pentru a desemna aplicații ale calculatoarelor bazate pe utilizarea numerelor aleatoare) [1].

În accepțiunea actuală a informaticii, simularea cuprinde o serie de aplicații care realizează imitarea comportamentului unor părți ale lumii reale luând în considerare și comportamentul aleator al acestora [1].

Simularea poate fi definită ca fiind o tehnică de realizare a experimentelor cu ajutorul calculatorului și care implică utilizarea unor modele matematice și logice care descriu comportarea unui sistem real, sau a unor componente ale sale, de-a lungul unor perioade mari de timp [1].

Deci, simularea se realizează pe baza unui model de simulare (MS) cu ajutorul căruia se realizează experimentele prin intermediul calculatorului. Modelul de simulare se construiește pe scheletul unui model matematic și se finalizează într-un algoritm.

Modelul de simulare presupune utilizarea calculatorului și se construiește pe baza unui model matematic. El completează modelul matematic descriind unele relații prin algoritmi, deci în final MS este un algoritm. Algoritmul trebuie să descrie corect evoluția sistemului și să permită efectuarea de experiențe (prin rulări pe calculator), care să înlocuiască experimentele ce ar trebui realizate asupra sistemului real.

1.2. MODELARE MATEMATICĂ. CONCEPTUL DE MODEL MATEMATIC

1.2.1. Generalități

Noțiunea de model reiese din existența unei asemănări (similitudini) între două obiecte - unul fiind considerat originalul, celălalt modelul său. Noțiunea de model este o noțiune metodologică generală și se referă la un mod de cunoaștere a realității care constă în reprezentarea fenomenului studiat cu ajutorul unui sistem construit artificial.

Proprietatea cea mai generală a unui model constă în capacitatea de a reflecta, de a reproduce lucruri și fenomene ale lumii reale, ordinea lor necesară, structura lor.

Termenul ca atare se pare că a fost folosit pentru prima dată de matematicianul Beltrami în 1868 (modelul Euclidian pentru geometria neeuclidiană) și provine de la rădăcina latină „modus”, care înseamnă, printre altele și „mijloc”.

Modelul este un obiect sau un dispozitiv creat artificial de om care seamănă într-o anumită măsură cu altul (acesta din urmă fiind un obiect de cercetare sau de interes practic).

Există numeroase definiții și clasificări ale modelelor:

➤ Definiția cea mai generală consideră modelul ca o reprezentare simplificată (materială sau simbolică) a realității obiective (uneori a unei teorii abstracte) care se subordonează scopului

cercetării (o construcție reală sau imaginată a oricărui obiect, fenomen, proces care reflectă trăsăturile esențiale ale obiectului cercetat);

➤ Definiția cea mai evoluată, din punct de vedere al formalizării, include în categoria de model numai reprezentările prin relații matematice.

Clasificarea modelelor poate reflecta ramura de știință în care acestea acționează, astfel se pot evidenția:

- modele economice,
- modele sociologice,
- modele biologice,
- modele organizaționale etc,
- fie instrumentul utilizat în descrierea acestuia, respective: model grafic,
- model matematic,
- model fizic,
- model de referință etc.

1.2.2. Modele matematice

Soluționarea unei probleme reale poate fi redusă la soluționarea unei probleme matematice.

Simbolistica matematică este unul din cele mai comode mijloace pentru descrierea proprietăților lumii înconjurătoare, în primul rând ale celor cantitative.

Modelarea matematică este o activitate creativă, din care motiv este foarte complicat de a o descrie într-un cadru formalizat.

Modelele matematice au un rol deosebit în cercetările științifice moderne. Materialul de construcție a acestor modele îl constituie noțiunile și simbolurile matematice. Practic, fiecare noțiune matematică, fiecare obiect matematic, pornind de la noțiunea de număr, este un model matematic.

La constituirea modelului matematic se scot în evidență acele caracteristici ale obiectului modelării care, pe de o parte, sunt informative, iar pe de altă parte, admit formalizarea matematică.

Formalizarea presupune posibilitatea de a pune în corespondență caracteristicile originalului cu noțiuni matematice adecvate. În această ipoteză, legăturile depistate și cele ipotetice dintre componentele obiectului în studiu pot fi descrise cu ajutorul relațiilor matematice: ecuații, inecuații, formule etc. În urma formalizării matematice se obține un model matematic.

Modelul matematic reprezintă un sistem de relații matematice, care descriu proprietățile esențiale ale originalului. Modelul matematic (Fig.1.1) conține următoarele elemente principale [1], [2]:

- Parametri de intrare, care reprezintă parametrii ale căror valori sunt cunoscute (sunt date sau estimate);
- Mărimi (variabile) de stare;
- Parametri de ieșire, care reprezintă parametrii ce rezultă din prelucrare.

Relațiile funcționale exprimă legăturile (dependentele, relațiile) dintre parametrii de intrare și cei de ieșire, putând fi exprimate prin ecuații (inecuații) algebrice, ecuații diferențiale, ecuații integrale, etc.

Modelele matematice pot fi clasificate în:

- Modele liniare – liniare operează cu relații matematice la care variabilele au exponenții egali cu unitatea;
- Modele neliniare - operează cu relații matematice în care intervin variabilele cu exponenți supraunitari;
- Modele deterministe și probabiliste se construiesc atât pentru procese certe cât și pentru procese cu un înalt grad de incertitudine în desfășurarea evenimentelor. Modelele deterministe

se pot deduce din cele probabilistice când probabilitatea de desfășurare a evenimentelor din cadrul sistemului analizat sunt egale cu unitatea;

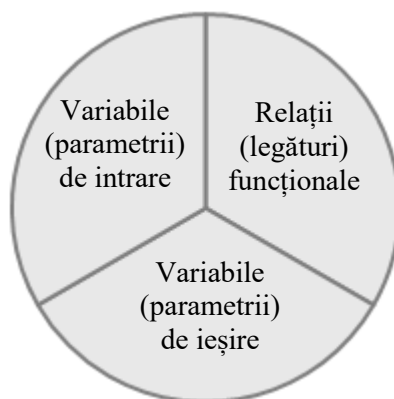


Fig.1.1. Elementele principale ale unui model matematic.

- Modele discrete și continue - se aplică la finalizarea matematică a problemelor în care fenomenele au o distribuție discretă sau o distribuție continuă;
- Modele algoritmice;
- Modele inteligente;
- Modele staționare și dinamice - modelele statice cuprind evenimente descrise de variabile care nu depind de timp;
- Modele axiomatiche, care cuprind:
 - axiomele sistemului, reprezentând propoziții exprimate în formă matematică,;
 - reguli de inferență, reprezentând prescripții riguroase, singurele admise în sistem, prin care se trece de la axiome la teoreme, sau de la teoreme deja demonstrate, la altele noi;
 - teoreme, adică propoziții mai mult sau mai puțin particulare, exprimate matematic, deduse prin reguli de inferență din aproape în aproape din axiome și care exprimă proprietăți ale fenomenului modelat.

În consecință simularea presupune:

- Formularea (identificarea) problemei – este o etapă foarte importantă [1];
- Formularea matematică a problemei (elaborarea modelului);
- Rezolvarea problemei matematice – este cea mai importantă etapă a procesului de simulare, alegerea corectă a metodei de rezolvare [1];
- Validarea rezultatelor simulării – cel mai simplu pe un caz particular pentru care se cunoaște soluția;
- Analiza rezultatelor modelării.

1.3. PROIECTARE ASISTATĂ DE CALCULATOR (CAD) ÎN ELECTROENERGETICĂ

1.3.1. Definirea CAD

Proiectarea asistată de calculator (în limba engleză, “Computer-aided design” – CAD), poate fi definită ca o activitate de utilizare a unui sistem de calcul în proiectarea, modificarea, analiza și optimizarea proiectării. Sistemul de calcul este format din echipamente și programe care asigură funcțiile necesare în proiectare. Programele de CAD sunt aplicații destinate implementării graficii în cadrul unui sistem de calcul, la care se adaugă programele dedicate funcțiilor ingineresti.

În procesul CAD se disting:

- 1) Faza de proiectare (conceptual);

- 2) Faza de simulare și analiză (generarea de scenarii);
- 3) Proiectarea în detaliu.

1.3.2. Scurt istoric al dezvoltării CAD

Simplu spus, CAD este un tip de software care permite inginerilor și proiectanților să creeze produse, desene tehnice și modele pe un computer.

Primele aplicații comerciale ale CAD au fost în companii mari din industria auto și aerospațială, precum și în electronică. Acest lucru se explică prin faptul că numai marile corporații își puteau permite calculatoare capabile să efectueze calculele necesare.

Istoria proiectării asistate de calculator (CAD) datează din anii 1960, când inginerii l-au folosit ca instrument de desen. Pe atunci, sistemele CAD erau stații independente de viteză redusă, care nu erau ușor de utilizat și erau folosite doar pentru aplicații foarte specifice [2].

➤ În 1959, cercetătorul MIT Douglas T. Ross a inventat termenul de proiectare asistată de computer (CAD).

➤ În 1963, Ivan Sutherland și-a prezentat lucrarea de doctorat, Sketchpad: A Man-Machine Graphical Communication System. Dezvoltarea sistemului Sketchpad la MIT de către Ivan Sutherland a fost un punct de cotitură. Caracteristica distinctivă a Sketchpad a fost că permitea unui operator uman să interacționeze grafic cu un computer prin desenarea pe un ecran (monitor) de computer cu tub catodic (CRT) cu un stilou luminos. De fapt, această caracteristică a Sketchpad a fost un prototip pentru o interfață grafică cu utilizatorul, o caracteristică indispensabilă a CAD-ului modern.

➤ Invenția CAD/CAM 3D este adesea atribuită inginerului francez Pierre Bézier (Arts et Métiers ParisTech, Renault). Între 1966 și 1968 a dezvoltat UNISURF pentru a ușura proiectarea pieselor și sculelor pentru industria auto. UNISURF a devenit apoi baza de lucru pentru următoarele generații de software CAD.

➤ Este posibil ca CAD să fi fost folosit mai devreme la Boeing, fiind utilizat pentru a ajuta la proiectarea suprafeței exterioare a avionului Boeing 727 (lansat în 1962). Pe baza desenelor sale din cabina de pilotaj cu factori umani, William Fetter de la Boeing a inventat termenul de „grafică pe computer” în 1960.

➤ Unul dintre cele mai influente evenimente în dezvoltarea CAD a fost înființarea Manufacturing and Consulting Services Inc. (MCS) în 1971 de către Patrick J. Hanratty, care a scris sistemul Automated Drafting And Machining (ADAM), dar, mai important, a furnizat cod unor companii precum McDonnell Douglas (Unigraphics), Computervision (CADDs), Caltrol, Control și Gerber Data.

➤ Alte evenimente notabile includ înființarea sistemelor CAD United Computing, Intergraph, IBM și Intergraph IGDS în 1974 (care a dus la Bentley Systems MicroStation în 1984), precum și Applicon în 1969 și sistemele CAD comerciale de la producătorii japonezi Seiko și Zuken în anii 1970.

➤ În 1981, produsele cheie au fost pachetele de modelare solidă - Romulus (ShapeData) și Uni-Solid (Unigraphics) bazate pe PADL-2 - și modelatorul de suprafețe CATIA (Dassault Systèmes).

➤ În 1982 a fost fondată de John Walker Autodesk, ceea ce a condus la sistemul bidimensional AutoCAD.

➤ în 1987 a fost lansat Pro/ENGINEER, care a anunțat o utilizare mai mare a metodelor de modelare bazate pe caracteristici și a legăturii parametrice a parametrilor caracteristicilor; aceasta a marcat introducerea modelării parametrice.

➤ De asemenea, importantă pentru dezvoltarea CAD a fost și dezvoltarea la sfârșitul anilor 1980 și începutul anilor 1990 a nucleelor de modelare solidă B-rep (motoare pentru manipularea obiectelor 3D consistente geometric și topologic), Parasolid (ShapeData) și ACIS (Spatial Technology Inc.). Aceste dezvoltări au fost inspirate de munca lui Ian Braid. Acest

lucru a dus ulterior la lansarea pachetelor de gamă medie, cum ar fi SolidWorks și TriSpective (cunoscute mai târziu sub numele de IRONCAD) în 1995, Solid Edge (apoi Intergraph) în 1996 și Autodesk Inventor în 1999, etc

1.3.3. Pachete de programe dedicate pentru proiectarea, analiza și exploatarea rețelelor și sistemelor electrice

Pachetele de programe dedicate pentru proiectarea, analiza și exploatarea rețelelor și sistemelor electrice (Electrical Power Systems Design and Analysis Software) pot oferi o serie de facilități cum ar fi:

- Calculul regimului permanent cu referire la: regimul permanent al rețelelor de curent alternativ, curent continuu, precum și a rețelelor de curent alternativ/curent continuu, sisteme trifazate și/sau monofazate cu unul sau mai multe noduri de echilibrare, sisteme simetrice și/sau nesimetrice, alegerea automată a transformatoarelor de putere, reglajul automat al tensiunii prin modificarea ploturilor la transformatoare și/sau modificarea automată a încărcării reactive a generatoarelor și/sau bateriilor de condensatoare;
- Calculul curenților de scurtcircuit (bazat pe metoda IEC Europa sau ANSI/IEEE – SUA, cu considerarea tuturor formelor de scurtcircuit: trifazat, monofazat, bifazat, bifazat cu pământare, cu sau fără rezistență de defect);
- Alegerea și coordonarea dispozitivelor de protecție prin relee;
- Proiectarea sistemelor de pământare;
- Dimensionarea automată a generatoarelor;
- Repartiția economică a puterilor active în sistem;
- Repartiția economică a puterilor reactive în sistem;
- Analiza stabilității tranzitorii;
- Dimensionarea cablurilor din paturi de cabluri;
- Calculul mecanic al LEA;
- Analiza regimului de pornire a motoarelor electrice;
- Dimensionarea conductoarelor electrice;
- Dimensionarea sistemelor de bare;
- Determinarea încărcării electrice a cablurilor și regimul lor termic;
- Dimensionarea automată a transformatoarelor de putere;
- Analiza armonică și alegerea automata a filtrelor de compensare;
- Calculul regimurilor electromagnetice tranzitorii (EMTAP);
- Dimensionarea bateriilor din stații și/sau posturi de transformare;
- Compensarea factorului de putere;
- Interfețe standard CAD;
- Calculul poluării electromagnetice /compatibilitate electromagnetică;
- Analiza fiabilității schemelor de conexiuni ale stațiilor electrice;
- Analiza fiabilității sistemelor de distribuție;
- Estimarea sarcinii electrice;
- Calculul constantelor liniilor electrice scurte;
- Calculul constantelor liniilor electrice lungi.

Ele pot fi operate prin intermediul unor interfețe grafice și utilizarea unor baze de date proprii, care pot fi extinse.

În tabelul 1.1 sunt prezentate câteva oferte de pachete soft pentru proiectarea și analiza sistemelor electroenergetice cu câteva dintre facilitățile lor principale.

Tabelul 1.1

Sistem	Dezvoltator	Lansare
IPSA	TNEI Services Ltd.	1974
NEPLAN	NEPLAN AG	1988
ETAP	Operation Technology, Inc.	1986
EA-PSM	Energy Advice	2013
CYME	CYME International	1986
SKM	SKM Systems Analysis, Inc	1992
PowerFactory	DIgSILENT GmbH	1985
ERACS	RINA Consulting Ltd	1990
PSCAD / EMTDC	Manitoba HVDC Research Centre	1974
EMTP	EDF & RTE & Hydro-Québec	1982
MSEMT	Industrial chair of EDF & RTE & Hydro-Québec	2021
PSSE	Siemens	1976
PSS SINCAL	Siemens	1980s
NAP	Innovation Energie Développement	1990
DSATools	Powertech Labs Inc.	1990s
EasyPower	Bentley Systems, Inc.	1984

Dintre pachetele de programe non-comerciale cu aplicații în electroenergetică pot fi amintite: AMES, DCOPFJ, ATP-EMTP, Dome a Python-based project by Frederico Milano (creator al PSAT), Elplek, GRIDLAB-D, InterPSS, MatDyn, MATPOWER, Minpower, OpenDSS, PSAT, PYPOWER, PYPOWER-Dynamics, RPowerLABS, TEFTS, UWPFLOW.

1.4. STRUCTURA SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

Dintre formele sub care se consumă energia, un loc deosebit îl ocupă energia electrică, fapt dovedit și de creșterea continuă a ponderii energiei primare transformată în energie electrică (peste 40%, în prezent).

Energia electrică prezintă următoarele avantaje:

- Poate fi obținută, cu randamente bune, din oricare altă formă de energie;
- Poate fi transmisă rapid și economic la distanțe mari;
- Se poate distribui la un număr mare de consumatori de puteri diverse;
- Se poate transforma în alte forme de energie, în condiții avantajoase;
- Este "curată", adică odată produsă nu este poluantă;
- Se pretează bine la automatizări;
- Se poate măsura cu precizie etc.

Deoarece energia electrică solicitată de consumatori nu poate fi stocată, ea trebuie utilizată chiar în momentul producerii sale. Această condiție este îndeplinită întrucât producerea, transportul, distribuția și utilizarea energiei electrice sunt legate una de alta și decurg în cadrul unui ansamblu de instalații ce alcătuiesc sistemul electroenergetic (SEE), prezentat schematic în figura 1.2.

Sistemul electroenergetic (SEE) reprezintă acea parte a sistemului energetic care cuprinde activitățile din domeniul producerii, transportului și distribuției energiei electrice și are două subsisteme principale:

- 1) Subsistemul de producere a energiei electrice (centralele electrice) acolo unde se produce energia electrică;
- 2) Subsistemul de transport și distribuție (rețelele electrice) care se ocupă cu transportul și distribuția ei la consumatori.

Deci, SEE reprezintă „partea electrică” a SE, începând cu generatoarele electrice până la receptoarele electrice inclusiv. Astfel, producerea, transportul, distribuția și utilizarea energiei

electrice sunt legate una de alta într-un ansamblu de instalații ce alcătuiesc sistemul electroenergetic (Fig.1.2) [3, 4].

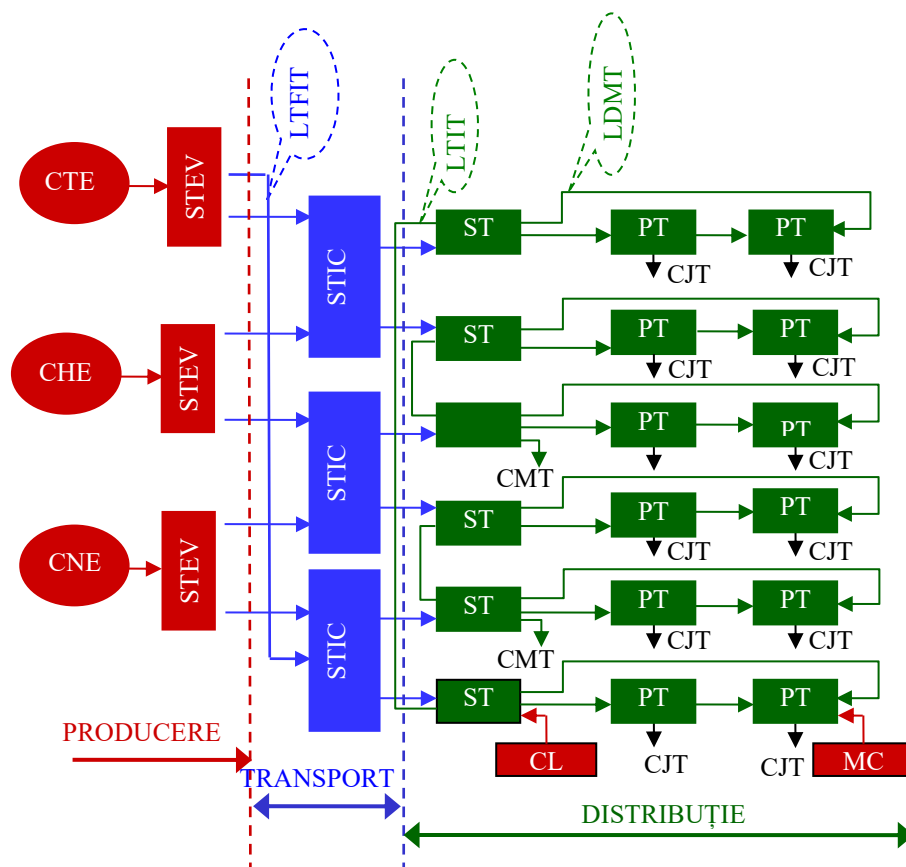


Fig.1.2. Structura unui sistem electroenergetic [4]: CTE - centrale termoelectrice de mare putere; CHE - centrale hidroelectrice de mare putere; CNE - centrale nucleare-electrice; CL - centrale electrice de importanță locală; MC - microcentrale (hidraulice, eoliene, fotovoltaice); STEV - stații de transformare de evacuare; LTFIT - linii de transport de foarte înaltă tensiune; STIC - stații de transformare și interconexiuni; LTIT - linii de transport de înaltă tensiune; ST - stații de transformare; LDMT - linii de distribuție de medie tensiune; PT - posturi de transformare; CMT - consumatori de medie tensiune; CJT - consumatori de joasă tensiune.

1.4.1. Subsistemul de producere a energiei electrice

În marile centrale electrice (CTE, CHE, CNE, etc.) energia electrică necesară alimentării consumatorilor din sistemele electroenergetice este produsă de generatoarele din centralele electrice, la nivel de medie tensiune (6÷24) kV. În marea majoritate a centralelor electrice generatoarele sincrone transformă energia mecanică a motoarelor primare care le antrenează (turbine cu abur, turbine hidraulice, turbine cu gaz, motoare Diesel etc.) în energie electrică. Pentru a obține energia mecanică necesară antrenării generatoarelor electrice se consumă o altă formă de energie (termică, hidraulică, nucleară, eoliană etc.). În concluzie, în centralele electrice, diverse forme de energie din resursele primare se transformă succesiv, cu ajutorul unor instalații, în energie mecanică și ulterior în energie electrică.

Se poate vorbi și despre o generare distribuită a energiei electrice în centralele locale (CL) care se racordează la sistemul electroenergetic prin stații de transformare (ST) sau prin microcentrale (MC) racordate prin posturi de transformare (PT).

Criteriul cel mai cunoscut pentru clasificarea centralelor electrice este cel care se referă la tipul energiei primare utilizate. Clasificarea centralelor electrice după tipul energiei primare utilizate este prezentată condensat în tabelul 1.2.

Tabelul 1.2. Clasificarea centralelor electrice în funcție de energia primară utilizată [3, 4]

Nr. crt.	Tipuri de centrale electrice	Tipul de energie primară utilizată	Conversia energiei primare
I. INSTALAȚII TERMoeLECTRICE			
1	CCA - centrală convențională cu abur; CTE - centrală termoelectrică de condensare; CET - centrală electrică de cogenerare; ITG - instalații de turbine cu gaze; CCGA - ciclu combinat gaze-abur; CDE - centrală electrică cu motoare Diesel.	Combustibili fosili: cărbune, gaz, natural, păcură; Surse energetice secundare: deșeuri menajere și industriale, gaz de rafinărie, gaz de furnal, etc.; Biomasă	Ardere
2	CNE - centrală nuclearelectrică	Combustibili nucleari: naturali, îmbogățiți sau obținuți prin reproducere în reactor	Fisiune nucleară
3	CGT – centrală electrică geotermală	Energie geotermală: căldură din scoarța pământului asociată unor agenți termici naturali (apă, abur, gaze fierbinți)	Transfer de căldură
4	CES – centrală electrică solară	Energie solară – radiația solară	Transfer de căldură
5	CTM - centrală termomarină	Diferența de temperatură dintre apa de suprafață, respectiv din adâncurile oceanelor	Transfer de căldură
II. INSTALAȚII HIDROELECTRICE			
6	CHE - centrală hidroelectrică (diferențe de nivel naturale); CHEAP - centrală hidroelectrică cu acumulare și pompare (diferențe de nivel artificiale); CME - centrală mareo-electrice.	Energie hidrolică: diferențe de nivel naturale ale cursurilor de apă, diferențe de nivel artificiale, diferențe periodice de nivel ale oceanelor și mărilor exterioare datorate marilor	Conversie energie potențială în energie cinetică
7	IEV - instalații electrice utilizând en. valurilor	Energia valurilor	Transfer de lucru mecanic
III. INSTALAȚII EOLIENE			
8	CEE – centrală electrică eoliană	Energie eoliană: diferența de potențial (presiune) între diferite zone atmosferice	Conversie energie potențială în energie cinetică
IV. INSTALAȚII FOTOVOLTAICE			
9	IFV	Energie solară	Efect fotovoltaic
V. INSTALAȚII CU CELULE CU COMBUSTIBIL			
10	GPC – generatoare cu pile cu combustibil	Hidrogen ca și combustibil	Reacție de oxidare

Funcționarea SEE într-un regim stabil, cu respectarea indicatorilor impuși de Normative, impune ca întotdeauna puterea produsă să echilibreze cererea, la care se adaugă pierderile din SEE.

1.4.2. Subsistemul de transport și distribuție

Legătura dintre sursele de energie electrică (generatoare) și consumatori este asigurată de instalațiile de transport și distribuție a energiei electrice, care alcătuiesc rețeaua electrică (RE).

O rețea electrică poate fi definită ca un ansamblu fizic, format din construcții, materiale a căror calitate condiționează în mare măsură calitatea rețelei și deci calitatea energiei electrice furnizate consumatorilor. Se pot aminti ca lucrări și materiale mai importante: linii electrice aeriene și subterane (conductoare, stâlpi, accesorii), construcții (stații și posturi), cabluri, aparate și echipamente electrice de comutație și protecție, transformatoare de putere, reactoare etc. *În consecință o rețea electrică este alcătuită din instalațiile de transport și distribuție a energiei electrice care asigură legătura între sursele de energie electrică și consumatori [3, 4].*

Valorile standardizate ale tensiunilor (de linie) utilizate în țara noastră sunt: 400 V pentru JT, 6, 10, (15), 20, (35) kV pentru MT, 110, 220 kV pentru IT și 400, 750 kV pentru FIT. Valorile tensiunilor standardizate se referă la tensiunile între faze. Valorile puse în paranteză sunt standardizate conform normelor CEI, dar nu sunt preferate, rețelele care funcționează la aceste valori fiind în curs de eliminare.

Din punct de vedere al destinației lor deosebesc următoarele tipuri de rețele [1]:

1) Rețele de transport - asigură transportul unor cantități însemnate de energie electrică (zeci, sute sau mii de MVA) la distanțe mari (sute de km) din zonele de producere spre cele de consum, realizând legături între principalele noduri ale SEE. Studiile tehnico-economice (costuri cu investițiile, costuri cu întreținerea, pierderi în rețea) au impus rețelele de transport în FIT. În Europa este aproape generalizată valoarea de 400 kV (50 Hz) pentru rețelele de transport. În țara noastră transportul energiei electrice se realizează la 220 și 400 kV, liniile de 220 kV urmând a fi trecute treptat la tensiunea de 400 kV. Rețelele de transport și interconexiune fac față mai ușor fluctuațiilor de consum din sistem. Interconectarea permite transferul de putere din zonele în care cererea a scăzut spre cele în care crește consumul. Ele asigură securitatea în alimentarea cu energie electrică cu diminuarea investițiilor în centrale, permițând reducerea costurilor globale de exploatare datorită pieței deschise (prețuri de producție, costuri cu echipamentele etc.). Rețele de transport și interconexiune contribuie la dezvoltarea schimburilor transfrontaliere și extinderea zonelor de sincronism. se disting două tipuri de transport al energiei electrice:

- Transportul sistematic - legat de necesitatea acoperirii distanțelor mari dintre surse și consumatori (dintre centralele nucleare, centralele hidroelectrice și zonele de consum);
- Transportul de compensare - legat de compensarea statistică atât a variațiilor consumului cât și al producției. El poate fi anticipat (de exemplu variația golurilor și a vârfurilor de sarcină zilnică datorită diferențelor de fus orar între țări, regiuni).

2) Rețele de distribuție - au o configurație mai complexă și transferă cantități mai reduse de energie electrică, pe distanțe mai scurte, asigurând distribuirea acestora consumatorilor. Distribuția energiei la consumatori se face la înaltă tensiune (110 kV), medie tensiune (6, 10, 20 kV) și joasă tensiune (0,4 kV), reducerea nivelului de tensiune realizându-se în stațiile de distribuție (110 kV/MT) și în posturile de transformare (MT/0,4 kV).

Conform reglementărilor actuale, rețeaua de distribuție de înaltă tensiune (110 kV) se numește rețea de repartiție, ea asigurând repartiția teritorială a energiei electrice precum și alimentarea unor consumatori mari, care au puncte de delimitare cu furnizorul la această tensiune. Rețelele de IT asigură transferul unor puteri de ordinul zecilor de MVA până la (100÷200) MVA și distribuirea energiei electrice marilor aglomerări urbane și marilor consumatori industriali. Aceste rețele au și rolul de a evacua energia produsă de centralele de putere redusă (sub 250 MW). Se menționează că rețelele de repartiție nu influențează robustețea sistemelor electroenergetice, acestea fiind interconectate la nivel superior prin rețelele de transport, dar influențează calitatea energiei livrată consumatorilor (întreruperi, goluri de tensiune, supratensiuni etc.).

Tensiunile cuprinse între 6 și 15 kV (6 kV, 10 kV) sunt utilizate în rețelele urbane datorită echipamentelor sigure și mai ieftine. Zonele rurale impun o tensiune intermediară de repartiție. Tensiunile în jurul valorii de 20 kV pot fi utilizate în aglomerațiile urbane (tehnologia de realizare a cablurilor) dar și în zonele rurale prin linii aeriene. Tensiunile cuprinse între 30 și 35 kV sunt dificil de utilizat în aglomerațiile urbane din cauza distanțelor de izolație și a costurilor cablurilor. Prezintă interes pentru alimentarea habitatelor cu consum redus, dispersate, prin linii aeriene.

De remarcat că se tinde spre generalizarea valorii de 20 kV atât pentru rețelele aeriene cât și pentru cele subterane.

Rețelele de joasă tensiune se folosesc pentru alimentarea receptoarelor de mică putere din instalațiile interioare ale construcțiilor civile și industriale, cum și în distribuția comunală și industrială.

3) Rețele de utilizare - asigură alimentarea cu energie electrică a receptoarelor. Ele pot fi casnice, când alimentează un mare număr de receptoare casnice de JT și mici motoare cu puteri cuprinse între câțiva W până la câțiva kW și industriale, când alimentează direct receptoare de JT și de MT, de puteri relativ mari.

În țara noastră, rețelele care servesc la alimentarea cu energie electrică a consumatorilor industriali sunt numite rețele industriale.

În conformitate cu figura 1.2, pentru transportul în condiții economice a energiei electrice (cu pierderi cât mai mici), de la centrale până la marii consumatori, se ridică tensiunea la nivelul denumit foarte înaltă tensiune - FIT (400 și 750 kV), în stațiile de transformare de evacuare (STEV), amplasate lângă centrale. Aceste stații sunt legate între ele printr-un inel de linii de transport de foarte înaltă tensiune (LTFIT). La noi în țară mai există încă linii de transport care funcționează la 220 kV, urmând a fi trecute treptat la tensiunea de 400 kV.

Stațiile de transformare și interconexiuni (STIC) sunt amplasate în apropierea marilor concentrări de consumatori. În aceste stații, cu ajutorul transformatoarelor de 400/110 kV și a autotransformatoarelor de 400/220 kV sau 220/110 kV, se trimite energia în rețeaua de distribuție la înaltă tensiune (IT).

Prin intermediul liniilor de distribuție de înaltă tensiune (LDIT), energia electrică este livrată direct unor mari consumatori sau este adusă în apropierea unor concentrări de mici consumatori.

La liniile de distribuție de IT sunt racordate stațiile de transformare (ST) în care tensiunea este coborâtă de la înaltă tensiune la medie tensiune, iar prin linii de distribuție de medie tensiune (LDMT) sunt alimentați direct o serie de consumatori industriali de medie tensiune (CMT) și posturile de transformare (PT).

Majoritatea consumatorilor de energie electrică sunt alimentați la joasă tensiune - JT (0,4 kV), de la posturile de transformare, prin intermediul liniilor de distribuție de joasă tensiune.

Drept consumator de energie electrică se consideră ansamblul instalațiilor electrice de distribuție și utilizare aferente unei întreprinderi, instituții sau colectivități. Echipamentele care transformă energia electrică într-o altă formă de energie utilă (mecanică, termică, luminoasă etc.) se numesc receptoare. Acestea intră în componența consumatorilor de energie electrică.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Szabo L., Sisteme electromecanice II, Curs, UTCN, http://users.utcluj.ro/~szabol/Materiale_didactice/SEMII.htm
- [2]. https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_CAD_software
- [3]. Radu-Adrian Tîrnovan, Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Note de curs, Ed. UT. PRESS, Cluj-Napoca, 2017, ISBN 978-606-737-273-1
- [4]. Dan Călin Peter, Radu-Adrian Tîrnovan, Transportul și Distribuția Energiei Electrice, Ed. UT. PRESS, Cluj-Napoca 2014, ISBN 978-973-662-960-0

2. MODELELE ELEMENTELOR UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC ÎN ANALIZA DE SISTEM. GENERATOR SINCRON. CONSUMATOR. LINII ELECTRICE

2.1. GENERALITĂȚI

În analiza regimurilor de funcționare a unei rețele electrice trebuie construită schema electrică echivalentă. Aceasta rezultă din interconectarea (în concordanță cu legarea reală a elementelor fizice respective) schemelor echivalente ale elementelor de sistem. În consecință, trebuie cunoscute valorile parametrilor elementelor componente ale rețelei în condiții normale de funcționare, dar și în condiții de avarie [1, 2].

Elementele de sistem avute în vedere se referă atât la producerea, transportul și distribuția energiei electrice cât și la utilizarea acesteia.

Elementele componente ale SEE (elemente de sistem), care se iau în calcul în cazul analizelor, modelărilor, simulărilor la nivel de sistem, sunt:

- Generatoare sincrone;
- Sarcina complexă (modele statice și dinamice de sarcină);
- Linii electrice;
- Transformatoare de putere (transformatoare cu 2 și 3 înfășurări și autotransformatoare);
- Bobine de reactanță;
- Baterii de condensatoare, etc.

Calculul parametrilor elementelor rețelei presupune cunoașterea anumitor date constructive, sau rezultate din încercări experimentale, specifice fiecărui element.

Schemele echivalente ale elementelor instalațiilor de transport și distribuție conțin elemente pasive, în general neliniare, dispuse longitudinal sau transversal în schemă (Fig.2.1).

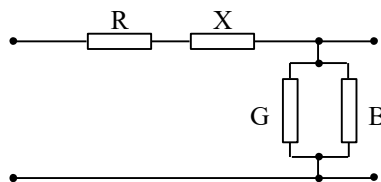


Fig.2.1. Schema echivalentă a unui element de rețea.

Elementele longitudinale de circuit (R , X), de impedanță redusă, corespund impedanței liniilor și impedanței de scurtcircuit a transformatoarelor. Elementele transversale de circuit (G , B), de impedanță în general mare, corespund impedanței transversale a liniilor și impedanței de magnetizare a transformatoarelor.

Liniile electrice se simetrizează prin transpunerea fazelor, iar generatoarele și transformatoarele se aduc la o formă cât mai simetrică prin construcția corespunzătoare a miezului. Astfel, deși condiția de construcție simetrică nu este îndeplinită în totalitate, ea este practic asigurată prin măsurile ce se adoptă și elementele trifazate de rețea se consideră de construcție simetrică. *Existența unei construcții simetrice trifazate a elementelor rețelelor electrice, permite analiza regimurilor de funcționare pe scheme monofazate, utilizând metoda componentelor simetrice.*

Trebuie menționat că deși valoarea parametrilor acestor instalații se modifică odată cu modificarea tensiunii și curentului la bornele lor, având în vedere că prin proiectare și execuție se prevede funcționarea în domeniul liniar, iar pe de altă parte, în regimurile normale, tensiunea

și curentul se modifică în limite reduse, modificarea parametrilor amintiți este neînsemnată. De aceea, de cele mai multe ori, în calcule pentru elementele de sistem se admite o reprezentare simplificată cu parametri constanți.

O altă particularitate a elementelor de rețea este faptul că impedențele din schema echivalentă se caracterizează în majoritatea cazurilor printr-un raport R/X subunitar, datorită faptului că prin proiectare se caută reducerea pierderilor de putere (micșorarea lui R), în timp ce asupra câmpurilor electrice și magnetice nu se poate acționa în mod esențial.

2.2. MODELUL GENERATORULUI SINCRON ÎN ANALIZA DE SISTEM

2.2.1. Scheme echivalente pentru generatorul sincron

Generatorul sincron este un element activ al sistemului electric care posedă tensiuni electromotoare proprii. Tensiunile electromotoare proprii sunt trifazate și simetrice, considerate de secvență directă. Tensiunile electromotoare active de succesiune inversă și homopolară lipsesc.

În calculul rețelelor electrice în regim staționar generatorul se ia în considerare prin schema echivalentă a statorului (indusului), care este conectat la rețea și alimentat de tensiunea sa electromotoare. Deoarece rezistența generatorului este cu mult mai mică decât reactanța sa, mai ales în cazul generatoarelor de putere mare, practic ea se poate neglija.

În cazul generatoarelor sincrone reactanțele precum și tensiunile electromotoare depind de regimul care se studiază: permanent (impedanța/reactanța sincronă X) sau tranzitoriu (impedanța supratranzitorie/tranzitorie – reactanța supratranzitorie X'' /tranzitorie X') [3]. Pe de altă parte generatoarele fiind elemente active ale rețelei ele prezintă funcționarea în regimuri nesimetrice valori diferite ale reactanțelor de secvență pozitivă, negativă și zero: $X = X^+ \neq X^- \neq X^0$.

În tabelul 2.1 este exemplificat modul de prezentare a parametrilor generatoarelor atât pentru turbogeneratoare cât și pentru hidrogeneratoare.

Tabelul 2.1. Parametrii generatoarelor - exemple

Tip 1	Sn [MVA]	Un [kV]	In [kA]	cos φ	Rezistența 15°C (20°C) [10 ⁻³ Ω]		Reactanțele în unități relative $X = x_{u.r.} \frac{U_n}{\sqrt{3}I_n} = x_{u.r.} \frac{U_n^2}{S_n} [\Omega]$					
					Stator	Rotor	x _d ''	x _d '	x _d	x _q	x ⁻	x ⁰
1. Turbogeneratoare fabricate în ROMÂNIA												
A 1300/900	3,75	6,3	0,343	0,8	33,3	345	0,123	0,169	0,689	0,689	0,151	0,0294
THA-330-2	388	24,0	9,34	0,85			0,269	0,364	2,15	2,15		0,116
2. Hidrogeneratoare fabricate în ROMÂNIA												
HVS 795/90-64	21,0	10,5		0,9	3,97	182,5	0,2128	0,2938	0,8058	0,5328	0,217	0,0905
HVS 1500/175-84	190,0	15,75	6,97	0,9	0,439	165	0,316	0,38	1,14	0,84	0,26	0,11

În calculele regimurilor de scurtcircuit se utilizează o schemă echivalentă a generatorului ca sursă de tensiunea având impedanța internă egală cu impedanța de scurtcircuit a generatorului (Fig.2.2, a):

$$\underline{Z}_G = R_G + jX_G \quad (X_G = X'' \text{ sau } X' \text{ sau } X, \text{ după cum e cazul}).$$

În analiza regimurilor staționare (permanente) generatoarele sunt modelate ca injecții de curent (Fig.2.2, b).

2.2.2. Capacitatea reactivă a unui generator

În concluzie pentru generatorul sincron se pot utiliza schemele echivalente monofazate (V – tensiune de fază) din figura 2.2.

În regim staționar, în mod obișnuit, un generator este controlat astfel încât puterea activă injectată în magistrală și tensiunea la bornele generatorului să fie menținute constante [3]. Puterea activă la bornele generatorului este determinată de controlul turbinei în limitele capacității agregatului turbină-generator. Tensiunea este determinată în primul rând de injecția de putere reactivă în nod. Deoarece generatorul trebuie să funcționeze în limitele de capacitate reactivă, controlul tensiunii este posibil între anumite limite [3].

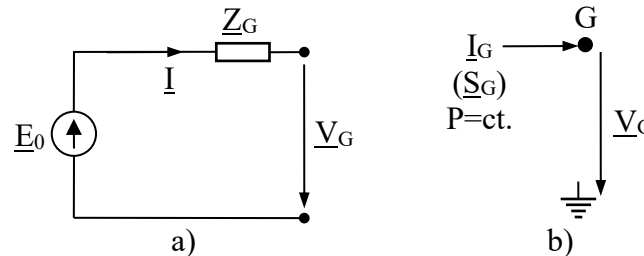


Fig.2.2. Scheme echivalente pentru generatorul sincron:
a) sursă de tensiune; b) injecție de curent sau de putere.

Capacitatea reactivă a unui generator depinde de un număr de parametri, cum ar fi: puterea activă, tensiunea nodului sistem și alte condiții de operare, un exemplu tipic fiind prezentat în figura 2.3. Forma curbei capacității reactive a generatorului este specifică fiecărui generator și depinde de caracteristicile de proiectare, tipul de generator, turbină hidro sau cu abur, constrângeri de stabilitate etc. În figura 2.3 sunt indicate constrângerile care impun (limitează) capacitatea reactivă pentru un anumit generator.

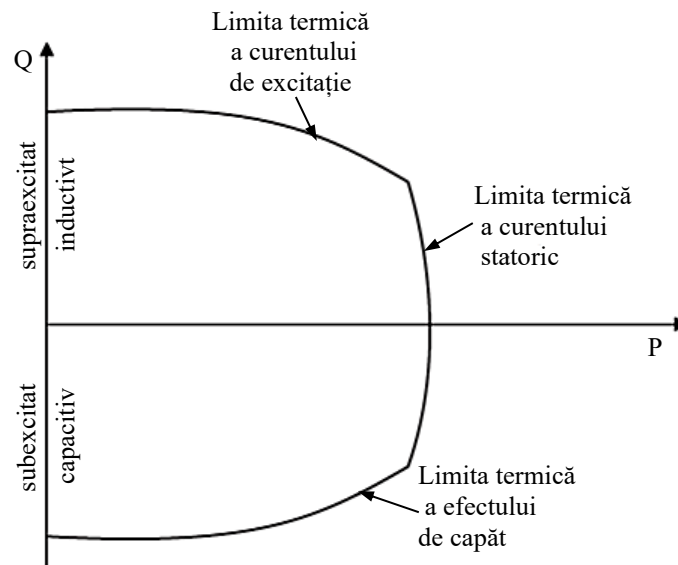


Fig.2.3. Curba capacității reactive a unui turbogenerator [3].

2.2.2.1. Limita admisibilă termică impusă de curentul statoric

Pierderile în înfășurările statorice sunt date de pierderile prin efect Joule ($R_G \cdot I^2$). Aceste pierderi au ca rezultat o creștere a temperaturii în înfășurările statorice care nu trebuie să depășească temperatura limită admisibilă căreia îi va corespunde o valoare maxim admisibilă a curentului statoric. Deoarece puterea complexă este dată de $\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$ înseamnă că pentru o anumită tensiune la borne, U , locul geometric pentru valori constante a curentului statoric sunt cercuri din planul $P - Q$ cu centrul în origine. Deci, și pentru curentul limită statoric, pentru o anumită tensiune la borne, îi va corespunde un cerc cu centrul în origine. La

încărcare mare a generatorului, această limitare determină de obicei capacitatea reactivă a mașinii sincrone.

2.2.2.2. Limita admisibilă termică impusă de curentul de excitație

Puterea reactivă care poate fi generată la sarcină redusă este determinată de limita de încălzire impusă de curentul de excitație. Se poate arăta că locul geometric în coordonate $Q - P$, pentru curentul de excitație constant, este un cerc cu centrul pe axa Q la o distanță față de origine egală cu $-U^2/X_s$, unde U este tensiunea la borne și X_s este reactanța sincronă (Fig.2.3). Raza este dată de parametrii mașinii. Încălzirea cauzată de curentul excitație, de obicei, are un efect de limitare la funcționarea supraexcitată la sarcină mică.

2.2.2.3. Limita de încălzire a regiunii de capăt a statorului

Când mașina sincronă este subexcitată, fluxul de scurgere la capătul statorului este crescut. Acest flux intră și iese într-o direcție perpendiculară pe tolele statorului provocând curenți turbionari și, prin urmare, încălzire. Un exemplu tipic de astfel de limitare este prezentat în figura 2.3.

2.3. MODELAREA CONSUMATORILOR ÎN ANALIZA DE SISTEM

2.3.1. Generalități

Sarcina electrică reprezintă puterea activă, reactivă sau aparentă (intensitatea curentului electric) debitată sau absorbită de un echipament electric generator, transmițător sau receptor de energie electrică. Sarcina electrică este variabilă în timp (consum variabil, deci producție variabilă). Ca și modalități de reprezentare aceasta poate fi realizată prin grafice care țin cont de variațiile în timp, sau reprezentări analitice, mai simple sau mai complexe.

Curbele de sarcină sunt definite ca fiind variațiile în timp, pe o perioadă determinată, a sarcinii electrice a unui receptor sau a unui grup de receptoare, reprezentate grafic.

În raport de regimul de funcționare studiat, sarcina electrică poate fi reprezentată printr-un:

- Model static, care descrie sarcina ca o funcție algebrică dependentă de tensiunea din nodul analizat și de frecvența din sistem la momentul considerat;
- Model dinamic, care exprimă caracteristicile variabile în timp ale sarcinii, fiind folosite de regulă pentru studiul regimurilor dinamice ale sistemului, cum ar fi oscilațiile interzonale, stabilitatea de tensiune sau stabilitatea pe termen lung;
- Model mixt, ca și combinație între modele statice și dinamice de sarcină.

În cadrul acestui curs, abordând problema analizei regimurilor permanente ale SEE, se vor analiza doar modele statice ale consumatorilor.

2.3.2. Reprezentarea sarcinilor simple

Puterile absorbite de consumatori depind de tensiunea de la bornele lor conform caracteristicilor statice $P_c=f_1(U)$ și $Q_c=f_2(U)$. În cazul unor sarcini simple (un singur tip de sarcină) se admit următoarele reprezentări:

- 1) **Reprezentarea consumatorilor prin impedanțe constante, $Z_c=ct$.** Valorile impedanțelor sunt constante în timp și independente de curenții care le străbat sau de tensiunile aplicate la bornele lor. Puterile și curenții absorbiți de consumatori sunt de forma:

$$P_c = \frac{U^2}{Z_c \cdot \cos\varphi} = K_1 \cdot U^2; \quad (2.1)$$

$$Q_c = \frac{U^2}{Z_c \cdot \sin\varphi} = K_2 \cdot U^2; \quad (2.2)$$

$$I_a = \frac{U}{c \cdot Z_c \cdot \cos \varphi} = K_3 \cdot U; \quad (2.3)$$

$$I_r = \frac{U}{c \cdot Z_c \cdot \sin \varphi} = K_4 \cdot U, \quad (2.4)$$

unde:

- I_a și I_r sunt componentele activă, respectiv reactivă ale curentului absorbit de consumatori;
- $c = 1$ pentru rețele monofazate, respectiv $c = \sqrt{3}$ în cazul circuitelor trifazate;
- $\varphi = \arctan(X_c/R_c)$.

Necunoscutele, care trebuie determinate în urma calculului de regim permanent fiind potențialele (tensiunile) din nodurile rețelei, rezultă o dependență neliniară între puteri și potențialele nodurilor care va conduce la realizarea unor modele matematice (sisteme de ecuații algebrice) neliniare de rețea. Calculul rețelelor în ipoteza impedanței constante conduce la rezultate optimiste față de cele reale;

- 2) **Reprezentarea consumatorilor prin puteri active și reactive constante, $P_c = \text{ct.}$ și $Q_c = \text{ct.}$** Acestea sunt independente de tensiunea de alimentare și de curenții absorbiți. În acest caz se poate scrie că:

$$I_a = \frac{P_c}{c \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{K_5}{U}; \quad (2.5)$$

$$I_r = \frac{Q_c}{c \cdot U \cdot \sin \varphi} = \frac{K_6}{U}, \quad (2.6)$$

unde $\varphi = \arctan(Q_c/P_c)$. Rezultă o dependență neliniară între puteri și potențialele nodurilor care va conduce la realizarea unor modele neliniare de rețea. Calculul rețelelor în ipoteza puterilor constante conduce la rezultate pesimiste față de cele reale;

- 3) **Reprezentarea consumatorilor prin curenți constanți, $I = \text{ct.}$** , situație în care se pot scrie următoarele relații:

$$P_c = c \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = (c \cdot I \cdot \cos \varphi) \cdot U = K_7 \cdot U; \quad (2.7)$$

$$Q_c = c \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = (c \cdot I \cdot \sin \varphi) \cdot U = K_8 \cdot U, \quad (2.8)$$

unde $\varphi = \arctan(I_r/I_a)$, rezultând o dependență liniară între puteri și potențialele nodurilor ceea ce va conduce la realizarea unor modele matematice liniare de rețea. Calculul rețelelor în ipoteza curentului constant conduce, în cazul rețelelor de distribuție, la rezultate apropiate de cele reale. Astfel, în calculul rețelelor de distribuție în regim normal de funcționare, se va utiliza această reprezentare a sarcinii.

Aceste ipoteze de reprezentare a caracteristicilor statice ale consumatorilor constituie situații ideale. În realitate caracteristicile statice de putere ale consumatorului $P_c=f(U)$ și $Q_c=f(U)$ sunt neliniare.

2.3.3. Reprezentarea sarcinilor complexe

În figura 2.4 este prezentată structura tip a unei sarcini urbane [4].

Cele mai utilizate caracteristici a unor astfel de sarcini sunt caracteristici polinomiale. Aceste caracteristici se obțin ca sume ale unor sarcini reprezentate prin impedanță constantă (Z), curent constant (I) și putere constantă (P). Aceste modele poartă denumirea și de modele ZIP și care în mărimi raportate (unități relative) se pot scrie [4, 5]:

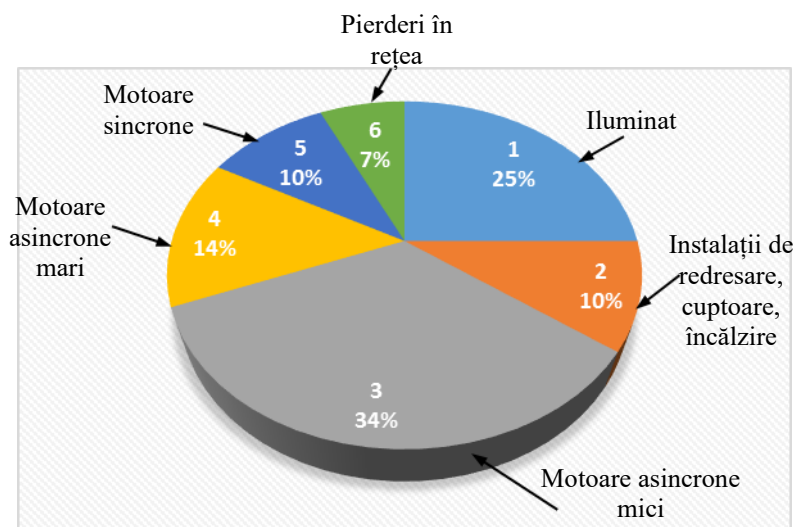


Fig.2.4. Structura tip a sarcinii complexe pentru un oraș cu dezvoltare medie.

$$\frac{P(U)}{P_0} = a_0 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 + a_1 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right) + a_2; \quad (2.9)$$

$$\frac{Q(U)}{Q_0} = b_0 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 + b_1 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right) + b_2, \quad (2.10)$$

cu:

- P_0, Q_0, U_0 - mărimi electrice inițiale (de referință, **de bază**);
- $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$ coeficienți de ponderare, indicele „0” corespunzând reprezentării sarcinii prin impedanță constantă, „1” reprezentării prin curent constant iar „2” reprezentării sarcinii prin putere constantă.

De exemplu, un model de sarcină ZIP (Fig.2.5), pentru o structură a consumatorilor de forma [4]:

- Consumatori rezidențiali 57%;
- Consumatori comerciali 23%;
- Consumatori industrial 20%,

este descris prin relațiile:

$$\frac{P(U)}{P_0} = 0,13 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 + 0,65 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right) + 0,22 \quad (2.11)$$

și

$$\frac{Q(U)}{Q_0} = 2,68 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 - 2,27 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right) + 0,59. \quad (2.12)$$

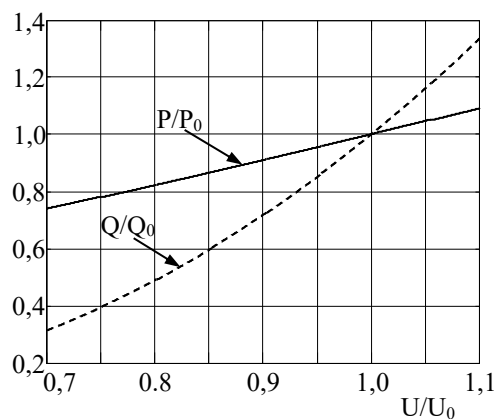


Fig.2.5. Reprezentarea grafică a sarcinii complexe descrisă prin relațiile (2.11) și (2.12).

Un alt exemplu poate fi un model de sarcină ZIP (Fig.2.6), pentru o structură a consumatorilor de forma:

- Consumatori rezidențiali 40%;
- Consumatori comerciali 51%;
- Consumatori industrial 9%,

este descris prin relațiile:

$$\frac{P(U)}{P_0} = 0,08 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 + 0,76 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right) + 0,16 \quad (2.13)$$

și

$$\frac{Q(U)}{Q_0} = 3,68 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 - 3,70 \cdot \left(\frac{U}{U_0} \right) + 1,02. \quad (2.14)$$

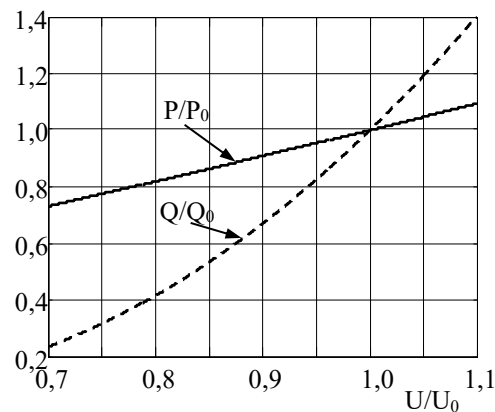


Fig.2.6. Reprezentarea grafică a sarcinii complexe descrisă prin relațiile (2.13) și (2.14).

Sarcinile complexe pot fi modelate și prin caracteristici exponențiale așa cum este exemplificat în cele ce urmează (Fig.2.7) [4, 5]:

$$\frac{P(U)}{P_0} = \left(\frac{U}{U_0} \right)^{\alpha_p} \quad (2.15)$$

și

$$\frac{Q(U)}{Q_0} = \left(\frac{U}{U_0} \right)^{\beta_q}, \quad (2.16)$$

cu:

- α_p – exponentul tensiunii în relația puterii active în regim permanent;
- β_q – exponentul tensiunii în relația puterii reactive în regim permanent.

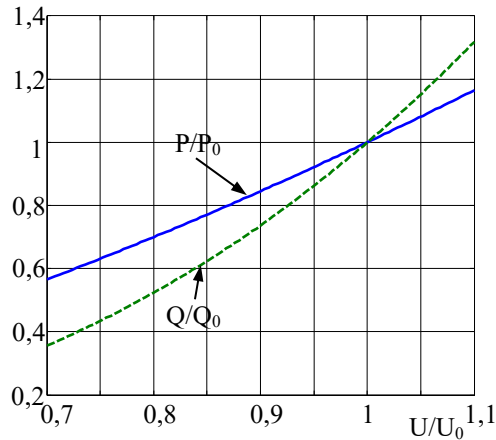


Fig.2.7. Reprezentarea grafică a sarcinii complexe descrisă prin relațiile (2.15) și (2.16).

2.3.4. Modele simplificate de sarcină

Aceste modele reprezintă consumatorul (sarcina electrică):

- fie printr-o admitanță (impedanță) constantă, $\underline{Y}_s = \text{const.}$, conform relației (2.17) cu reprezentarea din figura 2.8, a;
- fie prin injecții de curent (putere) constant, având prin convenție semnul „-” (curenți, puteri ejectate din nod) în conformitate cu relația (2.18) așa cum este reprezentat în figura 2.8, b.

$$\underline{Y}_s = \frac{1}{\underline{Z}_s} \frac{\underline{S}_s^*}{U_s^2} = \frac{P_s - jQ_s}{U_s^2}; \quad (2.17)$$

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{S}_s^*}{\underline{U}_s} = \frac{P_s - jQ_s}{U_s \cdot (\cos\theta_s - j\sin\theta_s)}. \quad (2.18)$$

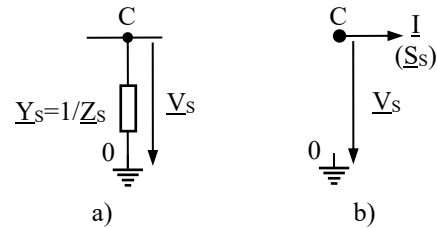


Fig.2.8. Scheme echivalente pentru consumator:
a) sub formă de admitanță (impedanță); b) sub formă de „ejecții” de curent (putere) constantă.

2.4. MODELAREA LINIILOR ELECTRICE ÎN ANALIZA DE SISTEM

Conductoarele liniilor electrice se caracterizează prin patru parametri, care se raportează la unitatea de lungime a liniei și anume (Fig.2.1):

- Rezistența R_0 [Ω/km];
- Conductanța G_0 [S/km];
- Inductivitatea L_0 [H/km];
- Capacitatea C_0 [F/km].

Rezistența (R_0) și reactanța inductivă (ωL_0) se numesc parametri longitudinali și formează impedanța serie:

$$\underline{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0 = R_0 + jX_0. \quad (2.19)$$

Conductanța (G_0) și susceptanța capacitivă (ωC_0) se numesc parametri transversali și constituie admitanța derivație (șunt):

$$\underline{Y}_0 = G_0 + j\omega C_0 = G_0 + jB_0. \quad (2.20)$$

În condiții normale de funcționare, conductanța (G_0) este nulă sau neglijabil de mică la majoritatea liniilor electrice. O excepție o constituie cablurile la care G_0 poate avea un efect important de limitare a intensității curentului din cablu. La liniile de înaltă și foarte înaltă tensiune, deși G_0 este neglijabilă în condiții normale de funcționare, aceasta poate deveni importantă în timpul unor supratensiuni, când apare necesitatea considerării efectului corona.

Toate liniile electrice au rezistență, inductivitate și capacitate însă, în funcție de caracteristicile și tensiunea lor nominală, una sau mai multe din aceste mărimi pot fi neglijate, dacă calculele de regim nu sunt afectate sensibil. De exemplu, în cazul liniilor electrice aeriene de joasă și medie tensiune, capacitatea se poate neglija, deoarece are o valoare foarte redusă și influențează nesemnificativ circulația curenților sau puterilor reactive. În schimb, liniile în cablu au capacități cu valori mult mai mari și inductivități cu valori mai mici, în raport cu cele aeriene.

Schemele electrice echivalente ale liniilor electrice aeriene (LEA) sunt determinate de tipul constructiv al liniei, lungimea liniei, tensiunea și geometria stâlpului pe care conductoarele sunt montate. Schema electrică echivalentă a LEA se poate reprezenta printr-un circuit echivalent cu parametri concentrați sau distribuiți.

În funcție de lungimea liniei, LEA se clasifică în:

- **Linii scurte, până la 80 km** – a aceste linii, parametrii transversali se neglijează (Fig.2.9, a). În acest caz, linia este reprezentată prin impedența longitudinală;
- **Linii de lungime medie, cu lungimea până la 240 km** – la aceste linii electrice, prezența curenților capacitivi (transversali) ai liniei trebuie luată în considerare pentru o mai corectă reprezentare a schemei echivalente a liniei electrice. Prezența curenților transversali este dată de admitanța liniei, care este un parametru concentrat la capetele schemei echivalente în Π (Fig.2.9, b);
- **Linii lungi, cu lungimea peste 240 km** – la aceste linii, schema electrică nu se mai poate reprezenta cu parametri concentrați la capete. Schema devine cu parametri uniform distribuiți, și se folosesc constantele A, B, C și D cu care se poate construi o schemă echivalentă în Π .

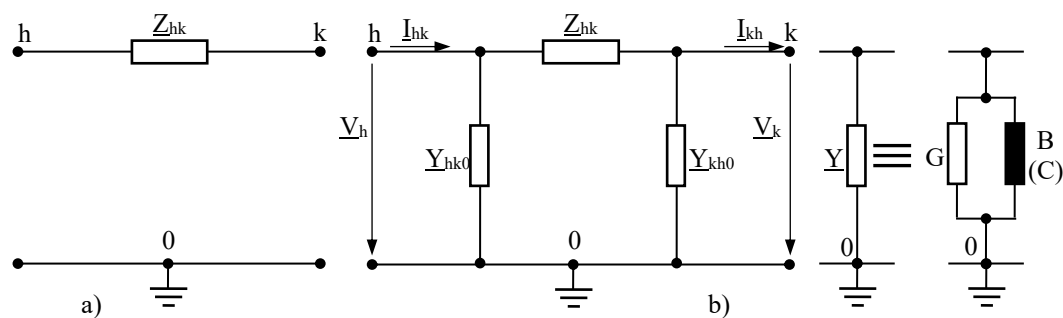


Fig.2.9. Scheme monofazate a LEA:
a) pentru linii scurte; b) pentru linii de lungime medie și lungă.

În figura 2.9, b, în cazul liniilor omogene (linii cu valori egale ale parametrilor de linie pe lungimea lor) se admite că cele două elemente derivație sunt egale, adică $\underline{Y}_{hk0} = \underline{Y}_{kh0} = \underline{Y}_0/2$. În cazul general, linii neomogene, elementele sunt diferite și trebuie înlocuite ca atare $\underline{Y}_{hk0} \neq \underline{Y}_{kh0}$.

Formularea ecuațiilor rețelei apelează la matricea admitanțelor nodale, deci este necesară utilizarea admitanțelor serie a modelului de linie

$$\underline{Y}_{hk} = \underline{Z}_{hk}^{-1} = G_{hk} + jB_{hk}, \quad (2.21)$$

cu

$$\begin{cases} G_{hk} = \frac{R_{hk}}{R_{hk}^2 + X_{hk}^2} \\ B_{hk} = -\frac{X_{hk}}{R_{hk}^2 + X_{hk}^2} \end{cases} \quad (2.22)$$

Pentru liniile de transmisie reale, rezistența serie R_{hk} și reactanța seriei X_{hk} sunt ambele pozitive și, în consecință, conductanța G_{hk} este pozitivă iar susceptanța (inductivă) B_{hk} este negativă. Pe de altă parte atât conductanța șunt G_{hk0} , cât și susceptanța șunt (capacitivă) B_{hk0} sunt pozitive. În multe cazuri, valoarea conductanței derivație este atât de mică încât poate fi neglijată.

Curenții complecși $\underline{I}_h$ și $\underline{I}_k$ (Fig.2.9) pot fi exprimați în funcție de tensiunile de fază (*notate cu „V”, în timp ce „U” identifică o tensiune de linie*) complexe la nodurile terminale ale laturii h – k:

$$\begin{cases} \underline{I}_{hk} = \underline{Y}_{hk0} \cdot \underline{V}_h + \underline{Y}_{hk} (\underline{V}_h - \underline{V}_k) \\ \underline{I}_{kh} = \underline{Y}_{kh0} \cdot \underline{V}_h + \underline{Y}_{kh} (\underline{V}_k - \underline{V}_h) \end{cases} \quad (2.23)$$

Tensiunile complexe de fază pot fi puse sub formă polară

$$\begin{cases} \underline{V}_h = V_h \cdot e^{j\theta_h} \\ \underline{V}_k = V_k \cdot e^{j\theta_k} \end{cases} \quad (2.24)$$

cu θ argumentul tensiunii în raport cu tensiunea de referință.

Astfel, relațiile (2.23) și (2.24) pot fi scrise sub formă matriceală:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{hk} \\ \underline{I}_{kh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{hk0} + \underline{Y}_{hk} & -\underline{Y}_{hk} \\ -\underline{Y}_{hk} & \underline{Y}_{kh0} + \underline{Y}_{kh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_h \\ \underline{V}_k \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

După cum se vede, matricea din partea dreaptă a ecuației (2.25), în cazul liniilor omogene, este simetrică și elementele diagonale sunt egale. Acest lucru reflectă faptul că liniile și cablurile sunt elemente simetrice.

Aplicația 2.1. Pentru liniile electrice a căror parametri lineici sunt dați în Tabelul 2.3 se cere să se determine conductanțele și susceptanțele longitudinale, respectiv raportul dintre rezistența și reactanța serie și raportul dintre susceptanța serie și cea derivație (șunt).

Tabelul 2.3

Tensiunea [kV]	Secțiunea conductorului [mm ²]	Lungime [km]	Rezistența [Ω/km]	Reactanța inductivă [Ω/km]	Admitanța capacitivă [10 ⁻⁶ S/km]
		L	r ⁺	x ⁺	y ⁺
20	3×50 OIAI	10	0,594	0,354	3,102
110	3×185 OIAI + 70 OI	30	0,157	0,394	2,834
400	3×2×450 OIAI+2×160/95 OIAI	200	0,034	0,330	3,473

Soluție:

A. Linia de medie tensiune (20 kV)

$$R = r^+ \cdot L = 0,594 \cdot 10 = 5,94 \text{ } [\Omega]; \quad X = x^+ \cdot L = 0,354 \cdot 10 = 3,54 \text{ } [\Omega];$$

$$B_{sh} = y^+ \cdot L = 3,102 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 3,102 \cdot 10^{-5} \text{ } [S];$$

$$\begin{cases} G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{5,94}{5,94^2 + 3,54^2} = 0,124 \text{ S} \\ B = -\frac{X}{R^2 + X^2} = -\frac{3,54}{5,94^2 + 3,54^2} = -0,074 \text{ S} \end{cases};$$

$$R/X = 5,94/3,54 = 1,68;$$

$$B/B_{sh} = -0,074/(3,102 \cdot 10^{-5}) = -2385;$$

B. Linia de înaltă tensiune (110 kV)

$$R = r^+ \cdot L = 0,157 \cdot 30 = 4,71 \text{ } [\Omega]; X = x^+ \cdot L = 0,394 \cdot 30 = 11,82 \text{ } [\Omega];$$

$$B_{sh} = y^+ \cdot L = 2,834 \cdot 30 \cdot 10^{-6} = 8,502 \cdot 10^{-5} \text{ } [S];$$

$$\begin{cases} G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{4,71}{4,71^2 + 11,82^2} = 0,029 \text{ S} \\ B = -\frac{X}{R^2 + X^2} = -\frac{11,82}{4,71^2 + 11,82^2} = -0,073 \text{ S} \end{cases};$$

$$R/X = 4,71/11,82 = 0,398;$$

$$B/B_{sh} = -0,073/(8,502 \cdot 10^{-5}) = -858;$$

C. Linia de foarte înaltă tensiune (400 kV)

$$R = r^+ \cdot L = 0,034 \cdot 200 = 6,80 \text{ } [\Omega]; X = x^+ \cdot L = 0,330 \cdot 200 = 66 \text{ } [\Omega];$$

$$B_{sh} = y^+ \cdot L = 3,473 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 6,946 \cdot 10^{-4} \text{ } [S];$$

$$\begin{cases} G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{6,80}{6,80^2 + 66^2} = 0,00154 \text{ S} \\ B = -\frac{X}{R^2 + X^2} = -\frac{66}{6,80^2 + 66^2} = -0,0150 \text{ S} \end{cases};$$

$$R/X = 6,80/66 = 0,103;$$

$$B/B_{sh} = -0,015/(6,946 \cdot 10^{-4}) = -21,60.$$

Observație: Se constată că odată cu creșterea nivelului de tensiune raportul dintre parametrii serie (R/X) scade în timp ce raportul dintre susceptanța serie și cea șunt (B/B_{sh}) în valoare absolută crește.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Dan Călin Peter, Radu-Adrian Tîrnovan, Transportul și Distribuția Energiei Electrice, Ed. UT. PRESS, Cluj-Napoca 2014, ISBN 978-973-662-960-0.
- [2]. Darie, S., Vădan, I., *Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Instalații pentru transportul și distribuția energiei electrice*, U.T. PRESS, Cluj-Napoca, 2004.
- [3]. Göran Andersson, Modelling and Analysis of Electric Power Systems. Power Flow Analysis. Fault Analysis. Power Systems Dynamics and Stability, Lecture 227-0526-00, ITET ETH Zürich, EEH - Power Systems Laboratory, ETH Zürich, September 2008.
- [4]. M. Gavrilaș, Sisteme Electroenergetice - Note de curs, <http://iota.ee.tuiasi.ro/~mgavril/>, accesat octombrie 2017.
- [5]. Eremia M. ș.a., Electric Power Systems. Volume 1 Electric Networks, Editura Academiei Române, București, 2006, ISBN 973-27-1323-2.

3. MODELELE ELEMENTELOR UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC ÎN ANALIZA DE SISTEM. TRANSFORMATOR DE PUTERE. MODELUL UNIFICAT AL LATURILOR

3.1. MODELAREA TRANSFORMATOARELOR DE PUTERE ÎN ANALIZA DE SISTEM

Transformatoarele utilizate în rețelele electrice, numite transformatoare de putere sau de forță, sunt destinate pentru transformarea valorii tensiunii și curentului în procesele de transport și distribuție a energiei electrice [1].

În rețelele electrice se folosesc următoarele tipuri de transformatoare [1]:

- *trifazate*, cu două sau trei înfășurări, care permit interconectarea simultană a două sau trei rețele cu tensiuni nominale diferite;
- *monofazate*, cu două sau trei înfășurări, montate în grupuri de câte trei, în conexiuni stea sau triunghi, utilizate mai ales în cazul unor puteri trifazate pe unitate mai mari de 60 MVA;
- *autotransformatoare*, folosite pentru interconectarea rețelor de înaltă tensiune, cu rapoarte de transformare apropiate de unitate.

Conexiunea înfășurărilor precum și forma constructivă a miezului influențează valoarea parametrilor.

3.1.1. Scheme echivalente utilizate pentru reprezentarea transformatoarelor de putere

Ipotezele luate în considerație pentru elaborarea modelului monofazat a transformatorului cu două înfășurări sunt următoarele:

- Miezul magnetic și circuitele electrice sunt construite simetric;
- Transformatorul trifazat în regim simetric față de fazele a, b și c.

În practică se folosesc schemele echivalente reprezentate în figura 3.1 [2].

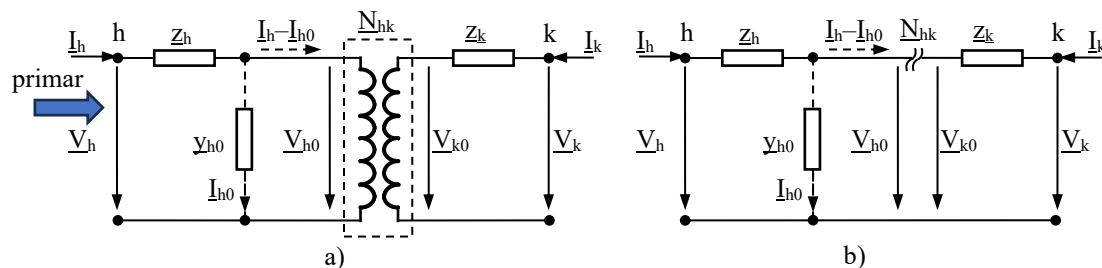


Fig.3.1. Schema echivalentă a transformatorului cu două înfășurări:

- a. Schema cu transformator ideal reprezentat prin cuplaj magnetic;
- b. Schema cu transformator ideal reprezentat prin operator de transformare.

Notățiile din figura 3.1 au următoarele semnificații:

- cu $\underline{V}$ s-a notat fazonul tensiunii de fază;
- $\underline{Z}_h$ este impedența înfășurării primare;
- $\underline{Z}_k$ este impedența înfășurării secundare;
- $\underline{y}_{h0}$ este admitanța corespunzătoare curentului de mers în gol I_0 .

În schemele din figura 3.1 termenul $\underline{Z}_h \cdot I_{h0}$ se poate neglija în raport cu termenul $\underline{Z}_h \cdot I_h$ iar admitanța $\underline{y}_{h0}$ se muta la borna „h”.

Conexiunea înfășurărilor precum și forma constructivă a miezului influențează valoarea parametrilor.

Schema echivalentă a transformatorului cu două înfășurări presupune un anumit mod de legare galvanică a parametrilor săi, în situația în care toate elementele transformatorului sunt raportate la aceeași tensiune, care poate fi tensiunea secundară sau cea primară. În acest caz, în schema echivalentă a transformatorului există doar legături galvanice între primar și secundar, cuplajele inductive fiind eliminate.

În cazul general, schema echivalentă a transformatorului cu două înfășurări este aceea a unui cuadripol în T (Fig.3.2, a). Prin mutarea admitanței corespunzătoare curentului de mers în gol la borne se obțin schemele Γ sau Π (Fig.3.2, b, c), în care:

➤ Parametrii longitudinali sunt reprezentați prin impedanța înfășurării primare și secundare, raportată la același nivel de tensiune $Z_T = R_T + jX_T$, respectiv admitanța $Y_T = 1/Z_T$:

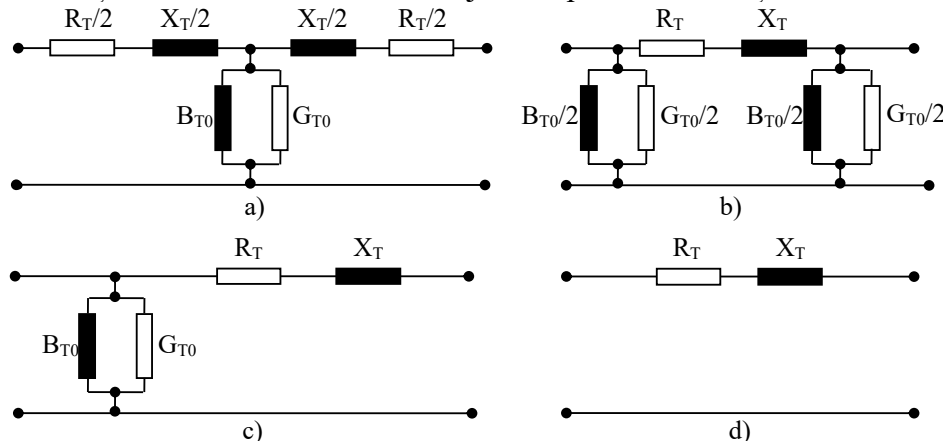


Fig.3.2. Scheme echivalente ale transformatorului cu două înfășurări [1]:
a-schema în T; b-schema în Π ; c-schema în Γ ; d-schema dipolară.

- R_T este rezistența înfășurării primare și secundare, raportată la același nivel de tensiune;
- X_T - reactanța de dispersie a înfășurării primare și secundare, raportată la același nivel de tensiune;

➤ Parametrii longitudinali sunt reprezentați prin admitanța $Y_{T0} = G_{T0} + jB_{T0}$, unde

- G_{T0} - conductanța, determinată de pierderile de putere activă în fier;
- B_{T0} - susceptanța inductivă determinată de pierderile de putere reactivă prin curenți de magnetizare.

Schemele cuadripolilor în T și Π sunt mai apropiate de realitate dar, în calcule, se preferă schema în Γ deoarece elementele transversale, fiind conectate direct la bornele transformatorului, încarcă numai rețeaua nu și înfășurările transformatorului. Prin aceasta se micșorează volumul de calcul, iar erorile rămân reduse.

Pierderile în transformatorul real constau în pierderi constante, sau în gol, care sunt independente de consumator, respectiv pierderi variabile dependente de consum.

Curentul de magnetizare și pierderile în gol sunt modelate printr-o impedanță (admitanță) sunt, cu o valoare mult mai mare decât impedanța de serie. Partea inductivă a acestei impedanțe este determinată de valoarea curentului de magnetizare (pierderi reactive în gol), iar partea rezistivă de pierderile active în gol.

În calculele mai puțin pretențioase se pot neglija complet elementele transversale și implicit consumul corespunzător (curentul de magnetizare), iar schema echivalentă se reduce la cea dipolară (Fig.3.2, d).

În schemele echivalente cuadripolare ale transformatorului toate elementele sunt raportate la același nivel de tensiune. De aceea, schema echivalentă a unui transformator cu două înfășurări se poate reprezenta prin cuadripolul echivalent, montat în serie cu un transformator ideal (fără pierderi active sau reactive, $Z_h = Z_k = 0$ ca în figura 3.1), având raportul de transformare egal cu al transformatorului $\underline{K}_T$ (Fig.3.3).

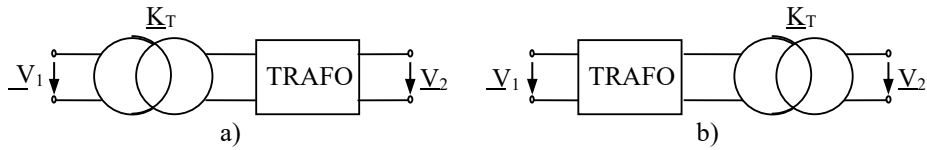


Fig.3.3. Reprezentarea transformatorului cu două înfășurări [1]: a) cu elementele raportate la tensiunea secundară; b) cu elementele raportate la tensiunea primară.

Raportul de transformare al transformatorului este definit ca raportul dintre tensiunile nominale ale înfășurărilor de înaltă tensiune IT și joasă tensiune JT la mers în gol și depinde de raportul dintre numărul de spire al celor două înfășurări (N_{IT}/N_{JT}) [1 - 5]. În același timp raportul de transformare va depinde și de grupa de conexiuni.

Deoarece în cazul transformatoarelor trifazate, între tensiunile primare și secundare măsurate la borne omoloage poate să apară un decalaj multiplu de 30° (transformatoare cu defazaj), care depinde de clasa de conexiuni, se va considera un raport de transformare complex. În tabelul 3.1 sunt prezentate câteva exemple de grupe de conexiuni pentru transformatoare de putere.

Tabelul 3.1. Exemple de grupe de conexiuni pentru transformatoare de putere.

Grupa de conexiuni	Diagrama fazorială		Schema de conexiuni		Raportul de transformare $\underline{N}_{12} \approx \underline{U}_1 / \underline{U}_2$	Domeniul de utilizare
	I.T.	J.T.	I.T.	J.T.		
Yy0					$\frac{N_1}{N_2}$	Trafo. de distribuție mici (coborâtore și ridicătoare)
Yz5					$\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2} e^{j150^\circ}$	Trafo. de distribuție mici
Dy5					$\sqrt{3} \frac{N_1}{N_2} e^{j150^\circ}$	Trafo. de distribuție mari
Yd11					$\sqrt{3} \frac{N_1}{N_2} e^{-j30^\circ}$	Trafo. ridicătoare pentru centrale și stații

În acest caz raportul de transformare (Fig.3.1 și Tabelul 3.1) este [2, 3]:

$$\underline{K}_T = \frac{\underline{U}_{nIT}}{\underline{U}_{nJT}} = \frac{V_{nIT}}{V_{nJT}} \approx \frac{V_{0IT}}{V_{0JT}} \frac{e^{j\theta_1}}{e^{j\theta_2}} = N_{n12} \cdot e^{j(\theta_1 - \theta_2)} = N_{n12} \cdot e^{j\varphi_{12}} = N_{n12} \cdot \underline{\alpha}_{12} = \underline{N}_{n12}, (3.1)$$

cu $\underline{\alpha}_{12} = e^{j\varphi_{12}} = \cos\varphi_{12} + j \cdot \sin\varphi_{12}$.

Dacă transformatorul are posibilitatea de reglaj în sarcină (ploturi) atunci numărul de spire al înfășurării de IT poate varia în jurul valorii nominale o dată cu modificarea poziției plotului

(p) față de poziția 0. Prin re poziționarea ploturilor se reglează valoarea tensiunii secundare (tensiunea reglată). Dacă incrementul cu care se modifică valoarea efectivă a tensiunii reglate corespunzătoare regimului de funcționare, U_{reg} , în raport cu tensiunea nominală U_{nT} este

$$\Delta U = p \times \frac{\Delta U\%}{100}, \quad (3.2)$$

atunci tensiunea reglată

$$U_{reg} = U_{nT} + p \times \frac{\Delta U\%}{100} U_{nT} = \left(1 + p \times \frac{\Delta U\%}{100} \right) U_{nT} = t \cdot U_{nT}; \quad (3.3)$$

De exemplu pentru un transformator cu un reglaj ($\pm 2 \times 2,5\%$), $p \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ iar $t \in \{0,95; 0,975; 1,0; 1,025, 1,05\}$. În această situație relația (3.1) se scrie:

$$\underline{K}_T = \frac{\underline{U}_{IT}}{\underline{U}_{JT}} = \begin{cases} \frac{\underline{U}_{nIT}}{t_{JI} \cdot \underline{U}_{nJT}} = \frac{N_{nIT}}{t_{JI} \cdot N_{nJT}} \underline{\alpha}_{IJ} = \frac{1}{t_{JI} \cdot \underline{\alpha}_{IJ}^{-1} \cdot N_{nJI}} = \frac{1}{\underline{\alpha}_{JI} \cdot N_{JI}} = \frac{1}{N_{JI}} \text{ coborator} \\ \frac{t_{IJ} \cdot \underline{U}_{nIT}}{\underline{U}_{nJT}} = t_{IJ} \frac{N_{nIT}}{N_{nJT}} \underline{\alpha}_{IJ} = t_{IJ} \cdot \underline{\alpha}_{IJ} \cdot N_{nIJ} = \underline{\alpha}_{IJ} \cdot N_{IJ} = N_{IJ} \text{ ridicator} \end{cases} \quad (3.4)$$

În cazul tensiunilor în fază ($Yy0$ - transformator în fază $\varphi_{12} = 0$) raportul de transformare va avea o valoare reală ($K_T \in \mathbb{R}$).

Dacă cuadripolul este conectat în secundarul transformatorului ideal (Fig.3.3, a) toate elementele cuadripolului sunt raportate la tensiunea secundară, iar dacă cuadripolul este conectat în primarul transformatorului, atunci elementele sale sunt raportate la tensiunea primară (Fig.3.3, b).

De obicei se renunță la montarea transformatorului ideal, considerându-se transformatorul real numai prin schema sa cuadripolară echivalentă, în care se trec direct parametri calculați (raportați) unul dintre nivelele de tensiune.

Transformatorul poate fi modelat printr-un transformator ideal, simbolizat prin operatorul de transformare $\underline{N}_{hk}$, în serie cu modelul cuadripolar al transformatorului real (Fig.3.4 și Fig.3.5).

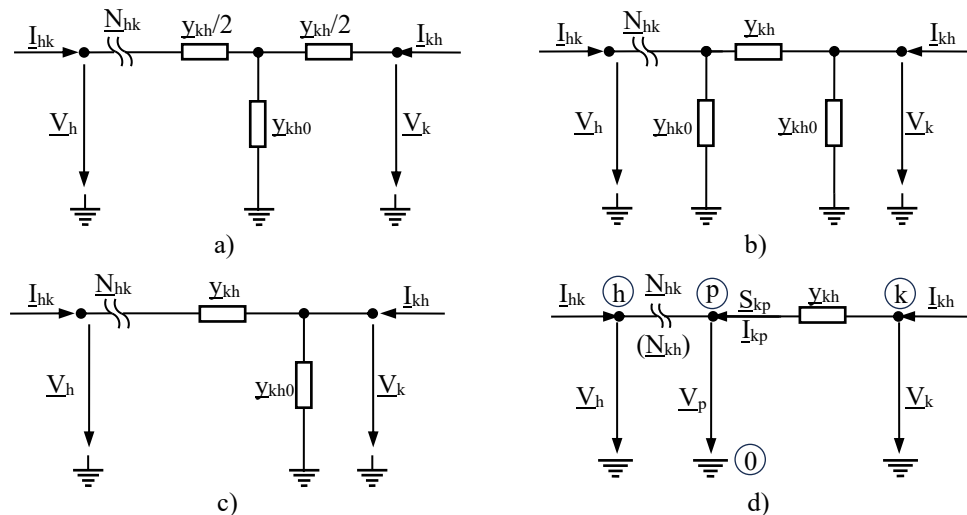


Fig.3.4. Scheme echivalente ale transformatorului cu două înfășurări cu operator de transformare la nodul inițial: a) schema în T; b) schema în II; c) schema în Γ; d) schema dipolară.

3.1.2. Transformatorul ideal fără curenți de mers în gol

Într-o primă instanță se consideră un transformator la care se neglijează curentul de mers în gol și pentru care pierderile active și reactive independente de consum sunt nule. În acest

caz, transformatorul poate fi modelat printr-un transformator ideal, simbolizat prin operatorul de transformare $\underline{N}_{hk}(\underline{N}_{kh})$ (coborât/ridicât), în serie cu o impedanță $\underline{z}_{hk}$ (admitanță $\underline{y}_{hk}$) care reprezintă pierderile active și reactive dependente de sarcină (Fig.3.4, d și Fig.3.5, d).

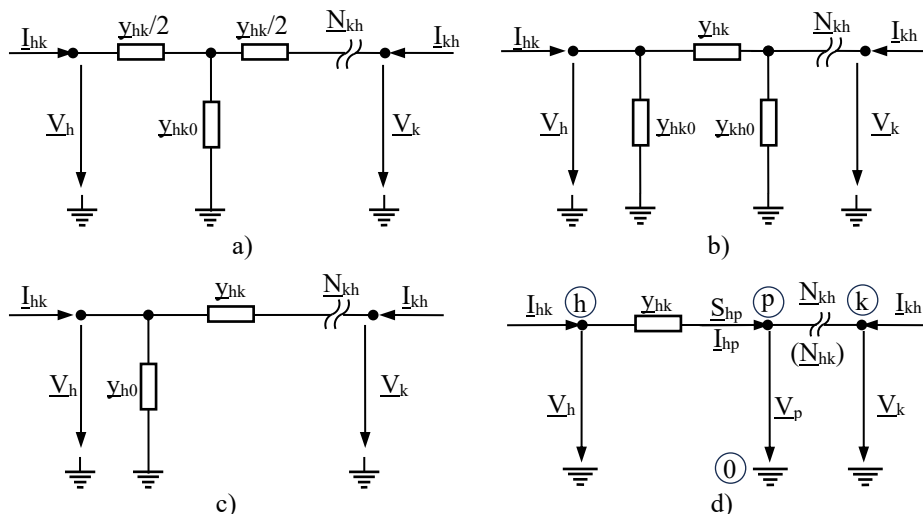


Fig.3.5. Scheme echivalente ale transformatorului cu două înfășurări cu operator de transformare la nodul final: a) schema în T; b) schema în Π ; c) schema în Γ ; d) schema dipolară.

1) Latura orientată de la nodul „h” la „k” și corespunde unui transformator coborât - transformatorul este conectat galvanic prin admitanța serie $\underline{y}_{kh}$ la nodul „k” iar operatorul de transformare (transformatorul ideal) este la nodul „h”, adică între nodul fictiv „p” și nodul „h”. Parametrii transformatorului se calculează la tensiunea nodului de conectare galvanică „k” (Fig.3. a, Fig.3.4, d).

În acest caz, în conformitate cu relația (3.4) și figura 3.4, d raportul de transformare al transformatorului coborât se scrie:

$$\underline{N}_{hk} = \frac{\underline{V}_h}{\underline{V}_p} = \frac{1}{\underline{N}_{kh}} = \frac{1}{\underline{\alpha}_{kh} \cdot \underline{N}_{kh}} = \frac{1}{\underline{\alpha}_{kh} \cdot \underline{t}_{kh} \cdot \underline{N}_{nkh}}. \quad (3.5)$$

unde $\underline{N}_{hk} \cdot \underline{N}_{kh} = 1$.

Pentru puterea transferată prin transformatorul ideal se poate scrie relația următoare:

$$\underline{S}_{hk} = -\underline{S}_{kp}, \quad (3.6)$$

sau

$$3\underline{V}_h \cdot \underline{I}_{hk}^* = -3\underline{V}_p \cdot \underline{I}_{kp}^* = -3\underline{V}_p \cdot \underline{I}_{kh}^*. \quad (3.7)$$

Astfel

$$\underline{N}_{kh} = \frac{\underline{V}_p}{\underline{V}_h} = -\left(\frac{\underline{I}_{hk}}{\underline{I}_{kh}}\right)^* \quad (3.8)$$

$$\underline{I}_{hk} = -\underline{I}_{kh} \cdot \underline{N}_{kh}^*. \quad (3.9)$$

Căderea de tensiune pe latura „h – k” este:

$$\underline{V}_{kp} = (\underline{z}_{kh}) \underline{I}_{kh} = \underline{V}_k - \underline{V}_p = -\underline{N}_{kh} \underline{V}_h + \underline{V}_k, \quad (3.10)$$

respectiv

$$\underline{I}_{kh} = \underline{y}_{kh} \underline{V}_{kp} = \underline{y}_{kh} \cdot (\underline{V}_k - \underline{N}_{kh} \underline{V}_h), \quad (3.11)$$

respectiv înlocuind (3.9) în (3.11)

$$\underline{I}_{hk} = -\underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{y}_{kh} \cdot (-\underline{N}_{kh} \underline{V}_h + \underline{V}_k) = \underline{y}_{kh} \cdot (\underline{N}_{kh}^2 \underline{V}_h - \underline{N}_{kh}^* \underline{V}_k). \quad (3.12)$$

Relațiile (3.12) și (3.11) pot fi puse sub formă matriceală:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{hk} \\ \underline{I}_{kh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{N}_{kh}^2 \underline{y}_{kh} & -\underline{N}_{kh}^* \underline{y}_{kh} \\ -\underline{N}_{kh} \underline{y}_{kh} & \underline{y}_{kh} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_h \\ \underline{V}_k \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

cu

$$[\underline{Y}_{hk}] = \begin{bmatrix} \underline{N}_{kh}^2 \underline{y}_{kh} & -\underline{N}_{kh}^* \underline{y}_{kh} \\ -\underline{N}_{kh} \underline{y}_{kh} & \underline{y}_{kh} \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Notă 1:

N1.1. Matricea $[\underline{Y}_{hk}]$ pentru transformatoarele cu raport complex de transformare ($\underline{N}_{kh}$) este nesimetrică deoarece $(\underline{Y}_{hk} = -\underline{N}_{kh}^* \underline{y}_{kh}) \neq (\underline{Y}_{kh} = -\underline{N}_{kh} \underline{y}_{kh})$.

N1.2. Dacă raportul de transformare, $\underline{N}_{kh}$, este real (transformator în fază) atunci $\underline{N}_{kh} = \underline{N}_{kh}^*$ și matricea $[\underline{Y}_{hk}]$ este simetrică:

$$[\underline{Y}_{hk}] = \begin{bmatrix} \underline{N}_{kh}^2 \underline{y}_{kh} & -\underline{N}_{kh} \underline{y}_{kh} \\ -\underline{N}_{kh} \underline{y}_{kh} & \underline{y}_{kh} \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

iar incidența laturii h-k cu nodul inițial „h”, în matricea de incidență noduri-laturi $[\underline{Y}_{nn}]$, va lua valoarea $-\underline{N}_{kh}$ (în loc de „+1”) !

Observație: Dacă transformatorul este ridicător, atunci în conformitate cu relația (3.4) și figura 3.4, d raportul de transformare al transformatorului se scrie:

$$\underline{N}_{kh} = \frac{\underline{V}_p}{\underline{V}_h} = \frac{1}{\underline{N}_{hk}} = \underline{\alpha}_{kh} \cdot \underline{N}_{kh} = \underline{t}_{kh} \cdot \underline{\alpha}_{kh} \cdot \underline{N}_{nkh}. \quad (3.16)$$

unde $\underline{N}_{kh} \cdot \underline{N}_{hk} = 1$. Celelalte relații de la (3.6) la (3.15) rămân valabile.

2) Latura orientată de la nodul „h” la „k” - transformatorul este conectat galvanic prin admitanța serie $\underline{y}_{hk}$ la nodul „h” iar operatorul de transformare (transformatorul ideal) este la nodul „k”, adică între nodul fictiv „p” și nodul „k”. Parametrii transformatorului se calculează la tensiunea nodului de conectare galvanică „h” (Fig.3. b, Fig.3.5, d).

În acest caz, în conformitate cu relația (3.4) și figura 3.5, d raportul de transformare al transformatorului ridicător se scrie:

$$\underline{N}_{kh} = \frac{\underline{V}_k}{\underline{V}_p} = \underline{t}_{kh} \cdot \underline{\alpha}_{kh} \cdot \underline{N}_{nkh} = \frac{1}{\underline{N}_{hk}} = \frac{1}{\underline{t}_{hk} \cdot \underline{\alpha}_{hk} \cdot \underline{N}_{nhk}}. \quad (3.17)$$

unde $\underline{N}_{kh} \cdot \underline{N}_{hk} = 1$.

În acest caz relația (3.6) devine:

$$\underline{S}_{hp} = -\underline{S}_{kh}, \quad (3.18)$$

sau

$$3\underline{V}_p \cdot \underline{I}_{hp}^* = 3\underline{V}_p \cdot \underline{I}_{hk}^* = -3\underline{V}_k \cdot \underline{I}_{kh}^*, \quad (3.19)$$

rezultând egalitatea:

$$\underline{N}_{hk} = \frac{\underline{V}_p}{\underline{V}_k} = - \left(\frac{\underline{I}_{kh}}{\underline{I}_{hk}} \right)^* \quad (3.20)$$

unde $\underline{N}_{hk} \cdot \underline{N}_{kh} = 1$, respectiv

$$\underline{I}_{kh} = -\underline{I}_{hk} \cdot \underline{N}_{hk}^* \quad (3.21)$$

Căderea de tensiune pe latura „h – k” este:

$$\underline{V}_{hp} = \underline{V}_h - \underline{V}_p = \underline{V}_h - \underline{N}_{hk} \underline{V}_k = \underline{Z}_{hk} \underline{I}_{hk}, \quad (3.22)$$

respectiv

$$\underline{I}_{hk} = \frac{\underline{V}_h - \underline{N}_{hk} \cdot \underline{V}_k}{\underline{Z}_{hk}} = \underline{y}_{hk} \cdot (\underline{V}_h - \underline{N}_{hk} \cdot \underline{V}_k). \quad (3.23)$$

Introducând expresia (3.20) în relația (3.21) se obține:

$$\underline{I}_{kh} = -\underline{N}_{hk}^* \cdot \underline{I}_{hk} = \underline{y}_{hk} \cdot (-\underline{N}_{hk}^* \cdot \underline{V}_h + \underline{N}_{hk}^2 \cdot \underline{V}_k). \quad (3.24)$$

Relațiile (3.21) și (3.22) pot fi puse sub formă matriceală:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{hk} \\ \underline{I}_{kh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_{hk} & -\underline{N}_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ -\underline{N}_{hk}^* \cdot \underline{y}_{hk} & \underline{N}_{hk}^2 \cdot \underline{y}_{hk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_h \\ \underline{V}_k \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

unde se notează

$$[\underline{Y}_{hk}] = \begin{bmatrix} \underline{y}_{hk} & -\underline{N}_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ -\underline{N}_{hk}^* \cdot \underline{y}_{hk} & \underline{N}_{hk}^2 \cdot \underline{y}_{hk} \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Notă 2:

N2.1. Matricea $[\underline{Y}_{hk}]$ pentru transformatoarele cu raport complex de transformare ($\underline{N}_{kh}$) este și în acest caz nesimetrică deoarece $\underline{Y}_{hk} \neq \underline{Y}_{kh}$.

N2.2. Dacă raportul de transformare, $\underline{N}_{hk}$, este real (transformator în fază) atunci matricea

$$[\underline{Y}_{hk}] = \begin{bmatrix} \underline{y}_{hk} & -\underline{N}_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ -\underline{N}_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} & \underline{N}_{hk}^2 \cdot \underline{y}_{hk} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

este simetrică, iar incidența laturii „h-k” cu nodul final „k”, în matricea de incidență noduri-laturi, va lua valoarea **-N_{hk} (în loc de „-1”)** !

Observație: Dacă transformatorul este ridicător, atunci în conformitate cu relația (3.4) și figura 3.4, d raportul de transformare al transformatorului se scrie:

$$\underline{N}_{hk} = \frac{\underline{V}_p}{\underline{V}_k} = t_{hk} \cdot \underline{a}_{hk} \cdot \underline{N}_{nhk} = \frac{1}{\underline{N}_{kh}} = \frac{1}{\underline{a}_{kh} \cdot t_{kh} \cdot \underline{N}_{nhk}} \quad (3.28)$$

unde $\underline{N}_{kh} \cdot \underline{N}_{hk} = 1$. Celelalte relații de la (3.18) la (3.27) rămân valabile.

3) **În unele cazuri pentru modelarea transformatorului în fază, se adoptă o schemă în II** (Fig.3.6) a cărei parametri sunt determinați pe baza impedanței serie [3].

Pentru curenții nodali, în conformitate cu schema echivalentă din figura 3.6, se pot scrie relațiile:

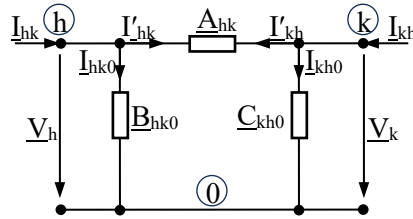


Fig.3.6. Schema echivalentă în Π a transformatorului cu două înfășurări (în fază) fără curent de mers în gol.

$$\begin{cases} \underline{I}_{hk} = \underline{B}_{hk0} \cdot \underline{V}_h + \underline{A}_{hk} \cdot (\underline{V}_h - \underline{V}_k) \\ \underline{I}_{kh} = \underline{C}_{kh0} \cdot \underline{V}_k + \underline{A}_{hk} \cdot (\underline{V}_k - \underline{V}_h) \end{cases} \quad (3.29)$$

sau

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{hk} \\ \underline{I}_{kh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{hk} + \underline{B}_{hk0} & -\underline{A}_{hk} \\ -\underline{A}_{hk} & \underline{A}_{hk} + \underline{C}_{kh0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_h \\ \underline{V}_k \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Identificarea parametrilor din relația (3.29) poate apela la relația curenților nodali exprimați prin relația (3.13) (impedanță raportată la tensiunea V_k – Fig.3.4, d) rezultând următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} \underline{A}_{hk} = N_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} \\ \underline{A}_{hk} + \underline{B}_{hk0} = N_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{kh} \\ \underline{A}_{hk} + \underline{C}_{hk0} = \underline{y}_{kh} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \underline{A}_{hk} = N_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} \\ \underline{B}_{hk0} = N_{kh} (N_{kh} - 1) \cdot \underline{y}_{kh} \\ \underline{C}_{hk0} = (1 - N_{kh}) \underline{y}_{kh} \end{cases} \quad (3.31)$$

Relațiile (3.31) pot fi rescrise în funcție de parametrii raportați la tensiunea primară V_h , conform expresiei (3.25) (Fig.3.5, d) :

$$\begin{cases} \underline{A}_{hk} = N_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} = N_{kh} \frac{\underline{y}_{hk}}{N_{kh}^2} = N_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ \underline{B}_{hk0} = N_{kh} (N_{kh} - 1) \cdot \underline{y}_{kh} = N_{kh} (N_{kh} - 1) \frac{\underline{y}_{hk}}{N_{kh}^2} = (1 - N_{hk}) \underline{y}_{hk} \\ \underline{C}_{hk0} = (1 - N_{kh}) \cdot \underline{y}_{kh} = (1 - N_{kh}) \frac{\underline{y}_{hk}}{N_{kh}^2} = N_{hk} (N_{hk} - 1) \cdot \underline{y}_{hk} \end{cases} \quad (3.32)$$

Prin utilizarea modelului transformatorului descris prin relațiile (3.31) sau (3.32) se poate evita trecerea la unități relative [5].

3.1.3. Modelul transformatorului cu curent de mers în gol

În cazul în care componentele transversale ale transformatorului nu se neglijează (Fig.3.7 a și b) acestea se adaugă și ele la termenul diagonal $\underline{Y}_{hh}$ din matricea admitanțelor nodale.

Pentru modelul din figura 3.7, a puterea transferată dinspre înfășurarea primară (h) este

$$\underline{S}_{hk} = -\underline{S}_{pk} \Rightarrow 3\underline{V}_h \cdot \underline{I}_{hk}^* = -3\underline{V}_p \cdot (\underline{I}_{kh} - \underline{I}_{kh0} - \underline{I}_{hk0})^*, \quad (3.33)$$

rezultând egalitatea:

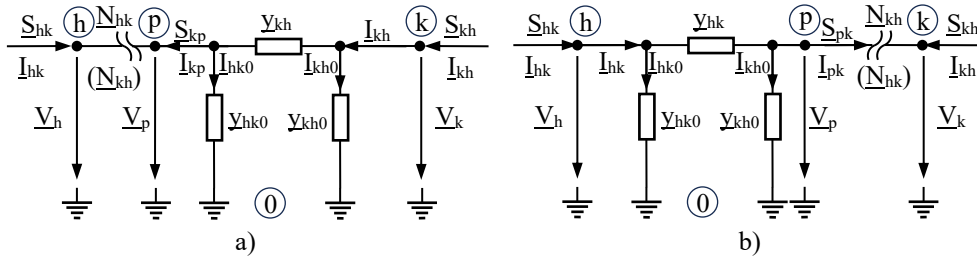


Fig.3.7. Schema echivalentă a transformatorului cu două înfășurări cu curent de magnetizare:
 a) transformator conectat la nodul inițial; b) transformator conectat la nodul final.

$$\underline{N}_{kh} = \frac{\underline{V}_p}{\underline{V}_h} = - \left(\frac{\underline{I}_{hk}}{\underline{I}_{kh} - \underline{I}_{kh0} - \underline{I}_{hk0}} \right)^* \quad (3.34)$$

și

$$\underline{I}_{hk} = -\underline{N}_{kh}^* \cdot (\underline{I}_{kh} - \underline{I}_{kh0} - \underline{I}_{hk0}) = -\underline{N}_{kh}^* \cdot (\underline{I}'_{kh} - \underline{I}_{hk0}), \quad (3.35)$$

cu

$$\begin{cases} \underline{I}'_{kh} = \underline{I}_k - \underline{I}_{kh0} = \underline{y}_{kh} \cdot (\underline{V}_k - \underline{V}_p) = \underline{y}_{kh} \cdot (\underline{V}_k - \underline{N}_{kh} \cdot \underline{V}_h) \\ \underline{I}_{hk0} = \underline{y}_{hk0} \cdot \underline{V}_p = \underline{y}_{hk0} \cdot \underline{N}_{kh} \cdot \underline{V}_h \end{cases} \quad (3.36)$$

Prin combinarea relațiilor (3.35) și (3.36) se obțin relațiile:

$$\begin{cases} \underline{I}_{hk} = -\underline{N}_{kh}^* \cdot [\underline{y}_{kh} \cdot (\underline{V}_k - \underline{N}_{kh} \cdot \underline{V}_h) - \underline{y}_{hk0} \cdot \underline{N}_{kh} \cdot \underline{V}_h] = \underline{N}_{kh}^2 \cdot (\underline{y}_{kh} + \underline{y}_{hk0}) \cdot \underline{V}_h - \underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{V}_k \\ \underline{I}_{kh} = (\underline{I}_{hk} + \underline{I}_{kh0}) = \underline{y}_{kh} \cdot (\underline{V}_k - \underline{N}_{kh} \cdot \underline{V}_h) + \underline{y}_{hk0} \cdot \underline{V}_k = -\underline{N}_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} \cdot \underline{V}_h + (\underline{y}_{kh} + \underline{y}_{hk0}) \cdot \underline{V}_k \end{cases} \quad (3.37)$$

Relațiile (3.37) pot fi puse sub formă matriceală:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{hk} \\ \underline{I}_{kh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{N}_{kh}^2 \cdot (\underline{y}_{kh} + \underline{y}_{hk0}) & -\underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{y}_{kh} \\ -\underline{N}_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} & \underline{y}_{kh} + \underline{y}_{hk0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_h \\ \underline{V}_k \end{bmatrix}, \quad (3.38)$$

unde se notează

$$[\underline{Y}_{hk}] = \begin{bmatrix} \underline{N}_{kh}^2 \cdot (\underline{y}_{kh} + \underline{y}_{hk0}) & -\underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{y}_{kh} \\ -\underline{N}_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} & \underline{y}_{kh} + \underline{y}_{hk0} \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

Aplicarea aceluiași algoritm, în cazul unui transformator conectat la nodul final (Fig.3.7, b) conduce la următorul rezultat:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{hk} \\ \underline{I}_{kh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_{hk} + \underline{y}_{kh0} & -\underline{N}_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ -\underline{N}_{hk}^* \cdot \underline{y}_{hk} & \underline{N}_{hk}^2 \cdot (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{kh0}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_h \\ \underline{V}_k \end{bmatrix} = [\underline{Y}_{hk}] \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_h \\ \underline{V}_k \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

Notă 3:

N3.1. Termenii $\underline{y}_{hk0} = \underline{y}_{kh0} = \underline{y}_{T0}/2$ raportat la înfășurarea corespunzătoare modelului adoptat.

N3.2. În acest caz, luând în considerare curentul de magnetizare relația (3.28) corespunzătoare modelului din figura 3.26 devine:

$$\begin{cases} \underline{A}_{hk} = N_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} \\ \underline{B}_{hk0} = \underline{y}_{kh} N_{kh} (N_{kh} - 1) + N_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{kh0} \\ \underline{C}_{hk0} = \underline{y}_{kh} (1 - N_{kh}) + \underline{y}_{kh0} \end{cases} \quad (3.41)$$

respectiv pentru (3.41)

$$\begin{cases} \underline{A}_{hk} = N_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ \underline{B}_{hk0} = \underline{y}_{hk} (1 - N_{hk}) + \underline{y}_{hk0} \\ \underline{C}_{hk0} = \underline{y}_{hk} N_{hk} (N_{hk} - 1) + N_{hk}^2 \cdot \underline{y}_{hk0} \end{cases} \quad (3.42)$$

Aplicația 3.1. Se cere să se calculeze parametrii a, b, c din schema echivalentă în Π (Fig.3.6) pentru transformatoarele a căror date de catalog sunt prezentate în tabelul 3.2. Transformatorul T1 funcționează în regim coborător de tensiune, iar transformatorul T2 funcționează în regim ridicător de tensiune.

Tabelul 3.2. Date de catalog

Trafo	S_n [MVA]	U_{nIT} [kV]	U_{nJT} [kV]	Reglaj	Grupa	ΔP_{Cun} [kW]	ΔP_0 [kW]	usc%	$I_0\%$
T1	150	220	121	$\pm 8 \times 1,5\%$	YNyn0	498	110	14,47	0,3
T2	1,6	20	6,3	$\pm 5\%$	Yyn0	18	2,7	6	1,7

Soluție:

1) Se calculează parametrii transformatoarelor raportați la tensiunea înfășurării corespunzătoare schemelor echivalente din figurile 3.4 și 3.5. Valorile determinate sunt înscrise în Tabelul 3.3.

Tabelul 3.3. Parametrii echivalenți a transformatoarelor cu datele din Tabelul 3.2

Trafo	$R_T = \frac{\Delta P_{Cun} U_n^2}{S_n^2} 10^{-3} [\Omega]$	$X_T = \frac{u_{sc} \% U_n^2}{100 S_n} [\Omega]$	$G_T = \frac{\Delta P_0}{U_n^2} 10^{-3} [S]$	$B_T = \frac{i_0 \% S_n}{100 U_n^2} [S]$
T1	$\frac{498 \cdot 121^2}{150^2} 10^{-3} = 0,324$	$\frac{14,47 \cdot 121^2}{100 \cdot 150} = 14,12$	$\frac{110}{121^2} 10^{-3} = 7,50 \cdot 10^{-6}$	$\frac{0,3 \cdot 150}{100 \cdot 121^2} = 3,07 \cdot 10^{-5}$
T2	$\frac{18 \cdot 6,3^2}{1,6^2} 10^{-3} = 0,279$	$\frac{6 \cdot 6,3^2}{100 \cdot 1,6} = 1,49$	$\frac{2,7}{6,3^2} 10^{-3} = 68 \cdot 10^{-6}$	$\frac{1,7 \cdot 1,6}{100 \cdot 6,3^2} = 6,85 \cdot 10^{-4}$

2) Admitanțele serie a celor două transformatoare sunt:

➤ Pentru transformatorul T1 se constată că $R_T \ll X_T$, deci rezistența serie poate fi neglijată, $\underline{Z}_T \approx jX_T$ și:

$$\underline{Y}_{T1} = \underline{Z}_{T1}^{-1} = -j \frac{1}{14,12} = -j0,07 [S]$$

și se poate neglija admitanța șunt corespunzătoare curentului de mers în gol;

➤ Pentru transformatorul T2 – nu se poate neglija rezistența serie și:

$$\underline{Y}_{T2} = \underline{Z}_{T2}^{-1} = \frac{1}{0,279 + j1,49} = \frac{0,279 - j1,49}{0,279^2 + 1,49^2} = 0,12 - j0,64 [S].$$

Și în acest caz se poate neglija admitanța transversală;

3) Se calculează rapoartele de transformare

➤ Pentru T1 (coborâtor):

$$\begin{cases} N_{12} = \frac{U_{nIT}}{t_{21} \cdot U_{nJT}} = \frac{220}{121 \cdot t_{21}} = 1,82 \cdot t_{21}^{-1}, t_{21} \in \{0,88, 0,895, \dots, 1,0, \dots, 1,105, 1,12\}; \\ N_{21} = N_{12}^{-1} = 0,55 \cdot t_{12} \end{cases}$$

➤ Pentru T2 (ridicător):

$$\begin{cases} N_{21} = \frac{U_{nIT}}{U_{nJT}} \cdot t_{21} = \frac{20}{6,3} \cdot t_{21} = 3,175 \cdot t_{21}, t_{21} \in \{0,95, 1,0, 1,05\}; \\ N_{12} = N_{21}^{-1} = 0,315 \cdot t_{12} \end{cases}$$

4) Se calculează parametrii $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$ pentru cele două transformatoare cu $t = 1$:

➤ Pentru T1, care funcționează în regim coborâtor de tensiune se utilizează relațiile (3.30):

$$\begin{cases} \underline{A} = N_{21} \cdot \underline{Y}_T = 0,55 \cdot (-j0,07) = -j0,0385 [\text{S}] \\ \underline{B} = N_{21} (N_{21} - 1) \cdot \underline{Y}_T = 0,55 (0,55 - 1) \cdot (-j0,07) = j0,0173 [\text{S}] \\ \underline{C} = (1 - N_{21}) \cdot \underline{Y}_T = (1 - 0,55) (-j0,07) = -j0,0315 [\text{S}] \end{cases}$$

Parametrii $\underline{A}$ și $\underline{C}$ au un caracter inductiv, iar parametrul $\underline{B}$ are un caracter capacitiv. Verificare:

$$U_2 = \left| \frac{\underline{A}}{\underline{A} + \underline{C}} \right| = \left| \frac{\underline{A} + \underline{B}}{\underline{A}} \right| = |0,55| \cdot U_{n1} = 121 [\text{kV}] = U_{n2};$$

➤ Pentru T2, trebuie să ținem cont de faptul că acesta funcționează ca ridicător de tensiune și se utilizează relațiile (3.30):

$$\begin{cases} \underline{A} = N_{21} \cdot \underline{Y}_T = 3,175 \cdot (0,12 - j0,64) = 0,381 - j2,032 [\text{S}] \\ \underline{B} = N_{21} (N_{21} - 1) (1 - N_{21}) \cdot \underline{Y}_T = 3,175 (3,175 - 1) (1 - 0,315) (0,12 - j0,64) = 0,8287 - j4,4196 [\text{S}] \\ \underline{C} = (1 - N_{21}) \cdot \underline{Y}_T = (1 - 3,175) (0,12 - j0,64) = -0,261 + j1,392 [\text{S}] \end{cases}$$

Se constată că parametrii $\underline{A}$ și $\underline{B}$ au un caracter inductiv în timp ce parametrul $\underline{C}$ are un caracter capacitiv. Verificare:

$$U_1 = \left| \frac{\underline{A}}{\underline{A} + \underline{C}} \right| = \left| \frac{\underline{A} + \underline{B}}{\underline{A}} \right| = |3,175| \cdot U_{n2} = 20,00 [\text{kV}] = U_{n1}.$$

Notă 4. Dacă nu există căi paralele, defazarea introdusă de schema de conexiuni nu are nicio semnificație. Defazarea introdusă poate fi văzută într-un astfel de caz ca o schimbare a unghiului de fază al nodului de referință. Transformatoarele conectate Y-d sunt adesea folosite pentru a asigura decuplarea componentelor de secvență zero între două părți ale sistemului și nu pentru fluxul de putere activă. Pentru controlul fluxului de putere activă, de obicei este necesară o schimbare de fază mult mai mică de 30° . Adesea, defazarea poate fi variată pentru a face față diferitelor situații de încărcare din sistem [3].

Se poate demonstra că un transformator cu defazaj (de exemplu YNd11) poate fi văzut ca fiind format dintr-o conexiune în serie a două transformatoare: un transformator ideal în fază cu un raport al spirelor N_{12} (faza de tensiunii constantă) și un transformator defazator cu un raport complex de spire de $1 \cdot \underline{a}_{12}$ (amplitudinea tensiunii constantă) înseriat cu reactanța longitudinală a transformatorului [3].

3.2. MODELUL UNIFICAT AL LATURIILOR

Modelul transformatorului, indiferent dacă este vorba de un transformator în fază sau cu defazare, conduce la o matrice a admitanțelor $[Y_{hk}]$ nesimetrică. Expresiile elementelor matricei sunt dependente de nodul (capătul laturii) la care este poziționat operatorul de transformare (transformatorul ideal). Ținând cont că modelele dezvoltate pentru liniile electrice cât și pentru transformatoare au o reprezentare sub formă de cuadripoli (dipoli) stă la baza dezvoltării unui model unificat. Un astfel de model poate fi aplicat atât pentru liniile cât și pentru transformatoare cu/sau fără comutația fazei. Aici sunt incluse și transformatoarele cu reglaj de tensiune (ploturi) pe înfășurarea de IT, sau cu posibilități de reglaj pe ambele înfășurări.

Inițial se face referire la modelul transformatorului fără componente șunt, adică cu neglijarea curentului de mers în gol (Fig.3.8). Se poate observa că s-a amplasat câte un operator de transformare la fiecare capăt al laturii h -k.

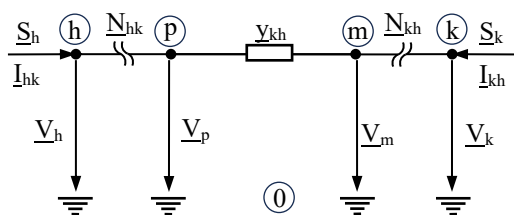


Fig.3.8. Modelul simetric al transformatorului fără curent de magnetizare [3].

Pe baza relațiilor (3.13) și (3.25) se pot scrie următoarele relații:

$$\begin{cases} I_{pm} = y_{hk} V_{pm} = y_{hk} \cdot (V_p - V_m) \\ I_{mp} = y_{hk} V_{mp} = y_{hk} \cdot (V_m - V_p) \end{cases} \quad (3.43)$$

unde

$$\begin{cases} V_p = N_{kh} \cdot V_h \\ V_m = N_{hk} \cdot V_k \end{cases} \quad (3.44)$$

și

$$\begin{cases} I_{hk} = I_{pm} \cdot N_{kh}^* \\ I_{kh} = I_{mp} \cdot N_{hk}^* \end{cases} \quad (3.45)$$

Cu aceste precizări relațiile (3.43) devin:

$$\begin{cases} I_{hk} = N_{kh}^* \cdot y_{hk} \cdot (N_{kh} \cdot V_h - N_{hk} \cdot V_k) = N_{kh}^2 \cdot y_{hk} \cdot V_h - N_{kh}^* \cdot N_{hk} \cdot y_{hk} \cdot V_k \\ I_{kh} = N_{hk}^* \cdot y_{hk} \cdot (N_{hk} \cdot V_k - N_{kh} \cdot V_h) = -N_{hk}^* \cdot N_{kh} \cdot y_{hk} \cdot V_h + N_{hk}^2 \cdot y_{hk} \cdot V_k \end{cases} \quad (3.46)$$

Relațiile (3.46) pot fi puse sub formă matriceală:

$$\begin{bmatrix} I_{hk} \\ I_{kh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{kh}^2 \cdot y_{hk} & -N_{kh}^* \cdot N_{hk} \cdot y_{hk} \\ -N_{hk}^* \cdot N_{kh} \cdot y_{hk} & N_{hk}^2 \cdot y_{hk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_h \\ V_k \end{bmatrix}, \quad (3.47)$$

cu

$$[\underline{Y}_{hk}] = \begin{bmatrix} \underline{N}_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{hk} & -\underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{N}_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ -\underline{N}_{hk}^* \cdot \underline{N}_{kh} \cdot \underline{y}_{hk} & \underline{N}_{hk}^2 \cdot \underline{y}_{hk} \end{bmatrix}. \quad (3.48)$$

Expresia (3.47) este „simetrică” în sensul că notațiile h și k sunt interschimbabile, schimbându-se în mod corespunzător ordinea de obținere a curenților!

Prin adăugarea componentelor șunt schemei echivalente din figura 3.8 se obține modelul unificat al laturilor de tip linie electrică, transformator/autotransformator (Fig.3.9).

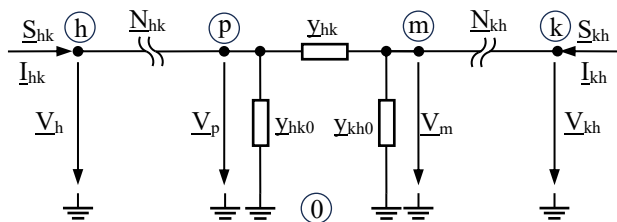


Fig.3.9. Modelul unificat (extins) în Π al laturii [3].

Toate modelele elementelor de sistem discutate mai sus pot fi obținute din acest model general prin stabilirea adecvată a parametrilor care apar în modelul unificat [3]. Pe baza schemei echivalente din figura 3.9, în concordanță cu relațiile (3.38), (3.40) și (3.47) se determină ecuația corespunzătoare modelului unificat a laturilor:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{hk} \\ \underline{I}_{kh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{N}_{kh}^2 \cdot (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) & -\underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{N}_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ -\underline{N}_{hk}^* \cdot \underline{N}_{kh} \cdot \underline{y}_{hk} & \underline{N}_{hk}^2 \cdot (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{kh0}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_h \\ \underline{V}_k \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

Astfel:

- Dacă se presupune $\underline{N}_{hk} = \underline{N}_{kh} = 1$, rezultatul este un model în Π echivalent al unei linii de transmisie (cu sau fără ignorarea elementelor șunt);
- Dacă se presupune că $\underline{N}_{hk} \neq 1$ și $\underline{N}_{kh} = 1$ (sau invers!), atunci rezultatul este un transformator în fază sau cu defazare, cu sau fără curenți de magnetizare ($\underline{y}_{hk0} = \underline{y}_{kh0} = 0$).

Modelele prezentate se referă la transformatoare cu două înfășurări. În sistemele electroenergetice există și transformatoare cu trei înfășurări care pot fi modelate într-un mod similar.

Schema echivalentă a transformatorului cu trei înfășurări (Fig.3.10) se poate reprezenta printr-o stea cu trei ramuri, în care fiecare ramură corespunde unei înfășurări. Ea se completează cu o admitanță ($\underline{Y}_{T0} = G_{T0} + jB_{T0}$), corespunzătoare curentului de mers în gol, conectată în derivație, fie pe partea primară (partea notată punctat în Fig.3.10), fie în nodul 0.

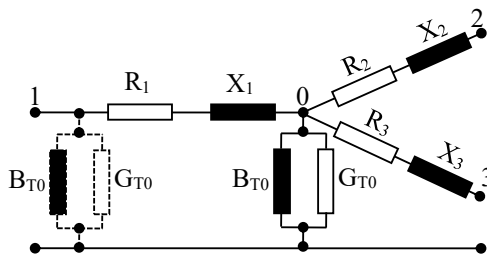


Fig.3.10. Schema echivalentă a transformatorului cu trei înfășurări [1].

În loc de relații liniare între doi curenți complecși și două tensiuni complexe, vom avea relații liniare între mărimi modelate printr-o matrice cu dimensiunea 3×3 .

Trebuie remarcat faptul că pentru transformatoarele cu 3 înfășurări există reactanțe de scurgere între fiecare pereche de înfășurări, adică în total $3(3 - 1)/2$ reactanțe [3].

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Dan Călin Peter, Radu-Adrian Tîrnovan, Transportul și Distribuția Energiei Electrice, Ed. UT. PRESS, Cluj-Napoca 2014, ISBN 978-973-662-960-0.
- [2]. Eremia M. ș.a., Electric Power Systems. Volume 1 Electric Networks, Editura Academiei Române, București, 2006, ISBN 973-27-1323-2.
- [3]. Göran Andersson, Modelling and Analysis of Electric Power Systems. Power Flow Analysis. Fault Analysis. Power Systems Dynamics and Stability, Lecture 227-0526-00, ITET ETH Zürich, EEH - Power Systems Laboratory, ETH Zürich, September 2008.
- [4]. M. Gavrilăș, Sisteme Electroenergetice - Note de curs, <http://iota.ee.tuiasi.ro/~mgavril/>, accesat octombrie 2017.
- [5]. Darie, S., Vădan, I., Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Instalații pentru transportul și distribuția energiei electrice, U.T. PRESS, Cluj-Napoca, 2004.

4. METODA MĂRIMILOR RAPORTATE (UNITĂȚI RELATIVE)

4.1. MĂRIMI ÎN UNITĂȚI RELATIVE

Pentru simplificarea analizei rețelelor electrice este utilă reprezentarea mărimilor fizice, nu în unități absolute obișnuite ale acestora, ci în unități relative, fără dimensiuni [1, 2].

Valoarea relativă a unei mărimi fizice oarecare reprezintă raportul acesteia față de valoarea unei alte mărimi fizice, de aceeași natură, aleasă ca unitate de bază. Pentru exprimarea diferitelor mărimi în unități relative, trebuie alese în prealabil, pentru fiecare din ele, unitățile de bază. Deoarece valorile mărimilor de bază sunt numere reale, raportarea unui fazor sau a unui număr complex, reprezentat în sistemul fizic de măsură, la mărimea de bază corespunzătoare nu modifică faza fazorului, respectiv argumentul numărului complex:

$$\underline{X}_{u.r.} = \frac{\underline{X}}{X_{baza}} = \frac{|\underline{X}| \cdot e^{j\varphi_x}}{X_{baza}} = X_{u.r.} \cdot e^{j\varphi_x}; \quad (4.1)$$

4.1.1. Mărimi de bază și mărimi raportate

Mărimile electrice prin care se poate caracteriza un sistem electric sunt: curentul $\underline{I}$, tensiunea $\underline{U}$, puterea aparentă $\underline{S}$, impedanțele rețelei $\underline{Z}$ și defazajele din rețea (acestea din urmă fiind adimensionale).

Dacă se alege în mod arbitrar puterea de bază S_b și tensiunea de bază U_b , curentul de bază I_b și impedanța de bază Z_b se pot exprima în funcție de mărimile de bază alese:

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3}U_b}; \quad (4.2)$$

$$Z_b = \frac{U_b}{\sqrt{3}I_b} = \frac{U_b^2}{S_b}. \quad (4.3)$$

În consecință, dintre cele patru mărimi de bază doar două pot fi alese arbitrar, celelalte două rezultând din relațiile (4.2) și (4.3). De obicei, se alege ca mărimi de bază puterea S_b și tensiunea U_b . Alegerea mărimilor de bază trebuie făcută astfel încât operațiile de calcul să fie cât mai simple și ordinul de mărime să permită folosirea lor comodă. Se recomandă pentru puterea de bază să se aleagă o valoare care reprezintă un multiplu de 10 (100, 1000 MVA), iar tensiunile de bază se aleg, în mod uzual, egale cu tensiunile nominale ale transformatoarelor de putere.

După alegerea mărimilor de bază, curentul, tensiunea, puterea și impedanța în mărimi relative se determină cu relațiile:

$$\underline{S}_{u.r.} = \frac{\underline{S}}{S_b}; \quad (4.4)$$

$$\underline{U}_{u.r.} = \frac{\underline{U}}{U_b}; \quad (4.5)$$

$$\underline{I}_{u.r.} = \frac{\underline{I}}{I_b} = \underline{I} \frac{\sqrt{3}U_b}{S_b}; \quad (4.6)$$

$$\underline{Z}_{u.r.} = \frac{\underline{Z}}{Z_b} = \underline{Z} \frac{S_b}{U_b^2}. \quad (4.7)$$

Deoarece alegerea mărimilor de bază S_b și U_b este arbitrară, aceeași mărime reală poate avea valori numerice diferite când este exprimată în unități relative.

Legea lui Ohm în unități relative este identică cu cea scrisă în unități fizice:

$$\underline{U}_{u.r.} = \frac{U}{U_b} = \frac{\underline{Z} \underline{I}}{Z_b I_b} = \underline{Z}_{u.r.} \underline{I}_{u.r.}. \quad (4.8)$$

Regulile care se aplică în utilizarea metodei unităților relative sunt:

- Valoarea numerică a puterii de bază este aceeași pentru întregul sistem în studiu – se recomandă a se adopta un multiplu de 10;
- Tensiunile de bază se aleg în așa fel încât să respecte rapoartele de transformare ale transformatoarelor de putere:

$$\frac{U_{b1}}{U_{b2}} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = K_T, \quad (4.9)$$

unde U_1 și U_2 sunt tensiunile primare (întă tensiune – IT), respectiv secundare (joasă tensiune – JT), ale transformatoarelor de putere iar K_T este raportul de transformare al transformatorului de putere, la curent nominal.

Prin aplicarea regulilor de mai sus, impedanțele transformatorului rămân nemodificate atunci când se face raportarea acestora la tensiunea primară sau secundară.

Această raportare, după rapoartele de transformare reale ale transformatoarelor, se numește raportare exactă. În calculele practice se recurge uneori la raportarea aproximativă, care constă în faptul că pentru fiecare treaptă de transformare tensiunea de bază se ia egală cu tensiunea medie nominală a treptei respective.

Se constată existența următoarelor egalități rezultate în urma raportării: puterile relative trifazată și monofazată sunt egale numeric:

$$S_{u.r.}^{3f} = S_{u.r.}^{1f}; \quad (4.10)$$

tensiunile relative de linie și de fază sunt numeric egale:

$$\underline{U}_{u.r.} = \underline{V}_{u.r.}. \quad (4.11)$$

4.1.2. Schimbarea bazei

Dacă se modifică mărimile de bază de la S_{b1} și U_{b1} la S_{b2} și U_{b2} , se modifică valorile relative în timp ce valorile mărimilor în unități absolute (fizice) rămân nemodificate, deci:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{1,u.r.} \cdot Z_{b1} = \underline{Z}_{2,u.r.} \cdot Z_{b2} \Rightarrow \underline{Z}_{2,u.r.} = \underline{Z}_{1,u.r.} \left(\frac{U_{b1}}{U_{b2}} \right)^2 \frac{S_{b2}}{S_{b1}}. \quad (4.12)$$

Producătorii de echipamente electrice dau de multe ori impedanțele unor elemente de rețea (generatoare, transformatoare, bobine de reactanță) în unități relative, prin raportare la impedanța de referință Z_n , corespunzătoare parametrilor nominali ai elementului respectiv (I_n , U_n și S_n). Valorile impedanțelor relative nominale se determină cu relația (4.7), în care mărimile de bază se înlocuiesc cu mărimile corespunzătoare nominale, adică:

$$\underline{Z}_{n,u.r.} = \frac{\underline{Z}}{Z_n} = \frac{\sqrt{3}\underline{Z}I_n}{U_n} = \underline{Z} \frac{S_n}{U_n^2}. \quad (4.13)$$

Transformarea impedențelor relative nominale în impedențe raportate la mărimile de bază (S_b și U_b), se face pe baza relației (4.12), obținându-se:

$$\underline{Z}_{u.r.} = \underline{Z}_{n,u.r.} \frac{S_b}{S_n} \frac{U_n^2}{U_b^2}. \quad (4.14)$$

4.2. IMPEDANȚELE ÎN UNITĂȚI RELATIVE ALE PRINCIPALELOR ELEMENTE DE SISTEM

4.2.1. Impedanța generatorului în unități relative

Producătorii prezintă reactanțele generatoarelor în unități relative (Tabelul 2.1). Mărimile de bază sunt alese egale cu mărimile nominale ale generatorului:

$$S_b = S_{nG}; \quad U_b = U_{nG}. \quad (4.15)$$

Se calculează impedanța de bază:

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = \frac{U_{nG}^2}{S_{nG}}, \quad (4.16)$$

cu U_{nG} în kV și S_{nG} în MVA.

Se determină reactanțele raportate de secvență pozitivă (pentru regim supratranzitoriu, tranzitoriu, permanent), secvență negativă și inversă cu o relație de forma:

$$x_{G,u.r.} = \frac{X_G}{Z_b} = X_G \frac{S_{nG}}{U_{nG}^2}. \quad (4.17)$$

4.2.2. Modelarea transformatorului în mărimi raportate

Pentru modelarea transformatoarelor în unități relative se parcurg la următorii pași [1, 2]:

- Se aleg mărimile de bază egale cu mărimile nominale ale transformatorului:

$$S_b = S_n; \quad U_{b1} = U_{n1}; \quad U_{b2} = U_{n2}; \quad (4.18)$$

- Se calculează impedențele de bază (4.2):

$$Z_{b1} = \frac{U_{b1}^2}{S_b} = \frac{U_{n1}^2}{S_n}; \quad Z_{b2} = \frac{U_{b2}^2}{S_b} = \frac{U_{n2}^2}{S_n}. \quad (4.19)$$

- Se determină parametrii transformatorului în unități relative. Calculele se fac atât pentru U_{b1} cât și pentru U_{b2} :

- *Rezistența transformatorului în unități relative* – rezistența în valori absolute a transformatorului este dată de relația:

$$R_T = \frac{\Delta P_{Cu n} U_n^2}{S_n^2} 10^{-3} [\Omega], \quad (4.20)$$

în care: S_n se exprimă în MVA, U_n este tensiunea nominală a înfășurării la care se face raportarea parametrilor transformatorului, în kV, iar $\Delta P_{Cu n}$ se exprimă în kW. Astfel, din (4.19) și (4.20) rezultă:

$$R_{T1,u.r.} = \frac{R_{T1}}{Z_{b1}} = \left(\frac{\Delta P_{Cun} \cdot U_{n1}^2}{S_n^2} 10^{-3} \right) \frac{1}{Z_{b1}} = \left(\frac{\Delta P_{Cun} \cdot U_{n1}^2}{S_n^2} 10^{-3} \right) \frac{S_n}{U_{n1}^2} = \frac{\Delta P_{Cun}}{S_n} 10^{-3}; \quad (4.21)$$

$$R_{T2,u.r.} = \frac{R_{T2}}{Z_{b2}} = \left(\frac{\Delta P_{Cun} \cdot U_{n2}^2}{S_n^2} 10^{-3} \right) \frac{1}{Z_{b2}} = \left(\frac{\Delta P_{Cun} \cdot U_{n2}^2}{S_n^2} 10^{-3} \right) \frac{S_n}{U_{n2}^2} = \frac{\Delta P_{Cun}}{S_n} 10^{-3}. \quad (4.22)$$

Din relațiile (4.21) și (4.22) rezultă că rezistența transformatorului în unități relative are aceeași valoare atât pe partea primară cât și pe partea secundară, deci:

$$R_{T,u.r.} = R_{T1,u.r.} = R_{T2,u.r.} = \frac{\Delta P_{Cun}}{S_n} 10^{-3}. \quad (4.23)$$

Din relația precedentă se observă că rezistența transformatorului în unități relative nu depinde de tensiune.

▪ *Reactanța transformatorului în unități relative* – reactanța în valori absolute a transformatorului este dată de relația:

$$X_T \cong \frac{u_{sc} \%}{100} \frac{U_n^2}{S_n} [\Omega], \quad (4.24)$$

în care U_n se ia în kV, iar S_n în MVA. Astfel, din (4.19) și (4.24) rezultă:

$$X_{T,u.r.} = X_{T1,u.r.} = X_{T2,u.r.} = \left(\frac{u_{sc} \%}{100} \frac{U_{n1}^2}{S_n} \right) \frac{1}{Z_{b1}} = \left(\frac{u_{sc} \%}{100} \frac{U_{n1}^2}{S_n} \right) \frac{S_n}{U_{n1}^2} = \frac{u_{sc} \%}{100}. \quad (4.25)$$

▪ *Conductanța transformatorului în unități relative* – în valori absolute conductanța transformatorului este dată de relația:

$$G_T = \frac{\Delta P_0}{U_n^2} 10^{-3} [S], \quad (4.26)$$

unde ΔP_0 se ia în kW, iar U_n în kV.

Valoarea relativă a conductanței este:

$$G_{T,u.r.} = G_{T1,u.r.} = G_{T2,u.r.} = \left(\frac{\Delta P_0}{U_{n1}^2} 10^{-3} \right) \frac{1}{Y_{b1}} = \left(\frac{\Delta P_0}{U_{n1}^2} 10^{-3} \right) Z_{b1} = \left(\frac{\Delta P_0}{U_{n1}^2} 10^{-3} \right) \frac{U_{n1}^2}{S_n} = \frac{\Delta P_{Fe}}{S_n} 10^{-3}; \quad (4.27)$$

▪ *Susceptanța inductivă a transformatorului în unități relative* – în valori absolute susceptanța transformatorului este dată de relația:

$$B_T = \frac{i_0 \%}{100} \frac{S_n}{U_n^2} [S], \quad (4.28)$$

unde S_n se ia în MVA, iar U_n în kV.

Valoarea relativă a susceptanței este:

$$B_{T,u.r.} = B_{T1,u.r.} = B_{T2,u.r.} = \left(\frac{i_0 \%}{100} \frac{S_n}{U_{n1}^2} \right) Z_{b1} = \left(\frac{i_0 \%}{100} \frac{S_n}{U_{n1}^2} \right) \frac{U_{n1}^2}{S_n} = \frac{i_0 \%}{100}. \quad (4.29)$$

Observație: În condițiile menționate la capitolul 3, în cazul utilizării mărimilor raportate, relațiile (3.14), (3.15), (3.26), (3.27), (3.31), (3.32), (3.39), (3.41) și (3.42) devin:

$$[\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{hk}}] = \begin{bmatrix} t_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{kh} & -t_{kh} \cdot \underline{\alpha}_{kh}^* \cdot \underline{y}_{kh} \\ -t_{kh} \cdot \underline{\alpha}_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} & \underline{y}_{kh} \end{bmatrix}; \quad (4.30)$$

$$[\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{hk}}] = \begin{bmatrix} t_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{kh} & -t \cdot \underline{y}_{kh} \\ -t \cdot \underline{y}_{kh} & \underline{y}_{kh} \end{bmatrix}; \quad (4.31)$$

$$[\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{hk}}] = \begin{bmatrix} \underline{y}_{hk} & -t_{hk} \cdot \underline{\alpha}_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ -t_{hk} \cdot \underline{\alpha}_{hk}^* \cdot \underline{y}_{hk} & t_{hk}^2 \cdot \underline{y}_{hk} \end{bmatrix}; \quad (4.32)$$

$$[\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{hk}}] = \begin{bmatrix} \underline{y}_{hk} & -t_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ -t_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} & t_{hk}^2 \cdot \underline{y}_{hk} \end{bmatrix}; \quad (4.33)$$

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{A}}_{hk} = t_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} \\ \underline{\mathbf{B}}_{hk0} = t_{kh} (t_{kh} - 1) \cdot \underline{y}_{kh} \\ \underline{\mathbf{C}}_{hk0} = (1 - t_{kh}) \cdot \underline{y}_{kh} \end{cases}; \quad (4.34)$$

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{A}}_{hk} = t_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ \underline{\mathbf{B}}_{hk0} = t_{hk} (t_{hk} - 1) \cdot \underline{y}_{hk} \\ \underline{\mathbf{C}}_{hk0} = (1 - t_{hk}) \cdot \underline{y}_{hk} \end{cases}; \quad (4.35)$$

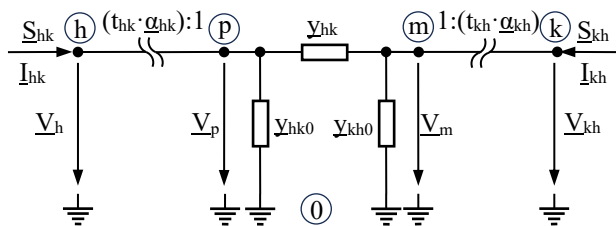
$$[\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{hk}}] = \begin{bmatrix} t_{kh}^2 \cdot (\underline{y}_{kh} + \underline{y}_{kh0}) & -t_{kh} \cdot \underline{\alpha}_{kh}^* \cdot \underline{y}_{kh} \\ -t_{kh} \cdot \underline{\alpha}_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} & \underline{y}_{kh} + \underline{y}_{kh0} \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{A}}_{hk} = t_{kh} \cdot \underline{y}_{kh} \\ \underline{\mathbf{B}}_{hk0} = t_{kh} (t_{kh} - 1) \cdot \underline{y}_{kh} + t_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{kh0} \\ \underline{\mathbf{C}}_{hk0} = (1 - t_{kh}) \cdot \underline{y}_{kh} + \underline{y}_{kh0} \end{cases}, \quad (4.37)$$

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{A}}_{hk} = t_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ \underline{\mathbf{B}}_{hk0} = t_{hk} (t_{hk} - 1) \cdot \underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0} \\ \underline{\mathbf{C}}_{hk0} = (1 - t_{hk}) \cdot \underline{y}_{hk} + t_{hk}^2 \cdot \underline{y}_{hk0} \end{cases}. \quad (4.38)$$

4.2.3. Modelul unificat al laturilor în mărimi raportate

Dacă parametrii laturilor sunt raportați la valorile tensiunilor nominale ca tensiuni de bază, atunci modelul unificat al laturilor în mărimi raportate (Fig.4.1), ținând cont de relațiile (3.4), se scrie:


 Fig.4.1. Modelul unificat (extins) în Π al laturii în unități relative [3].

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{hk} \\ \underline{I}_{kh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{kh}^2 \cdot (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) & -t_{kh} \alpha_{kh}^* \cdot t_{hk} \cdot \alpha_{hk} \\ -t_{hk} \alpha_{hk}^* \cdot t_{kh} \cdot \alpha_{kh} & t_{hk}^2 \cdot (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V}_h \\ \underline{V}_k \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

Toate modelele elementelor de sistem discutate mai sus pot fi obținute din acest model general prin stabilirea adecvată a parametrilor care apar în modelul unificat [3]. Pe baza schemei echivalente din figura 4.1, se determină ecuația corespunzătoare modelului unificat al laturilor în mărimi raportate, astfel:

- Dacă se presupune $t_{hk} = t_{kh} = 1$ și $\alpha_{hk} = \alpha_{kh} = 1$, rezultatul este un model în Π echivalent al unei linii de transmisie (cu sau fără ignorarea elementelor șunt);
- Dacă se presupune că $t_{hk} \neq 1$ și $t_{kh} = 1$ (sau invers!), atunci rezultatul este un transformator în fază ($\alpha_{hk} = 1$) sau cu defazare ($\alpha_{hk} \neq 1$), cu sau fără curenți de magnetizare ($\underline{y}_{hk0} = \underline{y}_{kh0} = 0$).

4.3. APLICAȚII

Aplicația 4.1. Să se calculeze în unități relative parametrii transformatorului cu două înfășurări având datele prezentate în Tabelul 4.1.

Tabelul 4.1. Datele transformatorului analizat

S_n [MVA]	U_1 [kV]	U_2 [kV]	ΔP_{Cun} [kW]	ΔP_0 [kW]	usc%	$I_0\%$
1,6	20	6,3	18	2,7	6	1,7

Soluție:

În Tabelul 4.2 sunt calculați parametrii transformatorului corespunzători unei scheme echivalente în Π , atât în funcție de tensiunea înfășurării primare cât și în funcție de tensiunea înfășurării secundare.

 Tabelul 4.2. Parametrii corespunzători schemei echivalente în Π în unități fizice.

U [kV]	R_T (4.19)	X_T (4.23)	G_T (4.25)	B_T (4.27)
20	$\frac{18 \cdot 20^2}{1,6^2} 10^{-3} = 2,813$	$\frac{6 \cdot 20^2}{100 \cdot 1,6} = 15$	$\frac{2,7}{20^2} 10^{-3} = 6,75 \cdot 10^{-6}$	$\frac{1,7}{100} \frac{1,6}{20^2} = 6,80 \cdot 10^{-5}$
6,3	$\frac{18 \cdot 6,3^2}{1,6^2} 10^{-3} = 0,279$	$\frac{6 \cdot 6,3^2}{100 \cdot 1,6} = 1,49$	$\frac{2,7}{6,3^2} 10^{-3} = 68 \cdot 10^{-6}$	$\frac{1,7}{100} \frac{1,6}{6,3^2} = 6,85 \cdot 10^{-4}$

- Se aleg mărimile de bază:

$$S_b = S_n = 1,6 \text{ MVA};$$

$$U_{b1} = U_{n1} = 20 \text{ kV}; U_{b2} = U_{n2} = 6,3 \text{ kV}.$$

- Se calculează impedanțele de bază:

$$Z_{b1} = \frac{U_{b1}^2}{S_b} = \frac{U_{n1}^2}{S_n} = \frac{20^2}{1,6} = 250 \Omega;$$

$$Z_{b2} = \frac{U_{b2}^2}{S_b} = \frac{U_{n2}^2}{S_n} = \frac{6,3^2}{1,6} = 24,80 \Omega.$$

Se calculează parametrii transformatorului în unități relative:

➤ Rezistența transformatorului în unități relative (4.7) sau (4.23):

$$R_{T,u.r.} = R_{T1,u.r.} = R_{T2,u.r.} = \frac{R_{T1}}{Z_{b1}} = \frac{2,812}{250} = 0,01125 \text{ u.r.};$$

$$R_{T,u.r.} = R_{T1,u.r.} = R_{T2,u.r.} = \frac{\Delta P_{\text{Cun}}}{S_n} 10^{-3} = \frac{18}{1,6} 10^{-3} = 0,01125 \text{ u.r.};$$

➤ Reactanța transformatorului în unități relative (4.7) sau (4.25):

$$X_{T,u.r.} = X_{T1,u.r.} = X_{T2,u.r.} = \frac{X_{T1}}{Z_{b1}} = \frac{15}{250} = 0,06 \text{ u.r.};$$

$$X_{T,u.r.} = X_{T1,u.r.} = X_{T2,u.r.} = \frac{u_{sc} \%}{100} = \frac{6}{100} = 0,06 \text{ u.r.};$$

➤ Conductanța transformatorului în unități relative (4.7) sau (4.27):

$$G_{T,u.r.} = G_{T1,u.r.} = G_{T2,u.r.} = G_{T1} Z_{b1} = 6,75 \cdot 10^{-6} \cdot 250 = 1,687 \cdot 10^{-3} \text{ u.r.};$$

$$G_{T,u.r.} = G_{T1,u.r.} = G_{T2,u.r.} = \frac{\Delta P_{\text{Fe}}}{S_n} 10^{-3} = \frac{2,7}{1,6} 10^{-3} = 1,687 \cdot 10^{-3} \text{ u.r.};$$

➤ Susceptanța inductivă a transformatorului în unități relative (4.7) sau (4.29):

$$B_{T,u.r.} = B_{T1,u.r.} = B_{T2,u.r.} = B_{T1} Z_{b1} = 6,80 \cdot 10^{-5} \cdot 250 = 0,017 \text{ u.r.};$$

$$B_{T,u.r.} = B_{T1,u.r.} = B_{T2,u.r.} = \frac{i_{0\%}}{100} = \frac{1,7}{100} = 0,017 \text{ u.r.}.$$

Aplicația 4.2. Se cere să se recalculeze parametrii transformatorului cu două înfășurări din aplicația 1 în unități relative, în noua bază, pentru care se aleg: $S_{b,nou}=10 \text{ MVA}$, $U_{b,nou}=22 \text{ kV}$.

Soluție:

Pentru recalcularea parametrilor în noua bază se aplică relația (4.12). Se obțin următoarele valori:

$$R_{T,nou,u.r.} = R_{T,vechi,u.r.} \left(\frac{U_{b,vechi}}{U_{b,nou}} \right)^2 \frac{S_{b,nou}}{S_{b,vechi}} = 0,01125 \left(\frac{20}{22} \right)^2 \frac{10}{1,6} = 0,0581 \text{ u.r.}$$

$$X_{T,nou,u.r.} = X_{T,vechi,u.r.} \left(\frac{U_{b,vechi}}{U_{b,nou}} \right)^2 \frac{S_{b,nou}}{S_{b,vechi}} = 0,06 \left(\frac{20}{22} \right)^2 \frac{10}{1,6} = 0,31 \text{ u.r.}$$

$$G_{T,nou,u.r.} = G_{T,vechi,u.r.} \left(\frac{U_{b,nou}}{U_{b,vechi}} \right)^2 \frac{S_{b,vechi}}{S_{b,nou}} = 1,687 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{22}{20} \right)^2 \frac{1,6}{10} = 0,326 \cdot 10^{-3} \text{ u.r.}$$

$$B_{T,nou,u.r.} = B_{T,vechi,u.r.} \left(\frac{U_{b,nou}}{U_{b,vechi}} \right)^2 \frac{S_{b,vechi}}{S_{b,nou}} = 0,017 \left(\frac{22}{20} \right)^2 \frac{1,6}{10} = 0,0033 \text{ u.r.}$$

Aplicația 4.3. Să se calculeze, în unități relative, parametrii unei linii electrice de 110 kV dublu circuit, ale cărei caracteristici sunt prezentate în tabelul 4.3. Se precizează că puterea de bază este $S_b=100 \text{ MVA}$, iar tensiunea de bază este $U_b=110 \text{ kV}$.

Tabelul 4.3

U_n (kV)	Lungimea (km)	Secțiunea (mm ²)	Rezistența (Ω/km)		Reactanța (Ω/km)		Admitanța (10 ⁻⁶ S/km)	
			R^+	R^0	X^+	X^0	Y^+	Y^0
110	75	2×3×240 AlOl+70 Ol	0,061	0,261	0,204	1,109	5,539	2,679

Soluție:

Impedanța de secvență pozitivă/negativă a liniei este:

$$\underline{Z}_L = (R^+ + jX^+)L = (0,061 + j0,204) \cdot 75 = (4,575 + j15,3) \Omega,$$

iar în unități relative,

$$\underline{Z}_{L,u.r.} = \underline{Z}_L \frac{S_b}{U_b^2} = (4,575 + j15,3) \cdot \frac{100}{110^2} = (0,0378 + j0,1264) \text{ u.r.}$$

Admitanța (susceptanța capacitivă) de secvență pozitivă/negativă a liniei este:

$$\underline{Y}_{0L} = jY^+ \cdot L = j5,539 \cdot 10^{-6} \cdot 75 = j0,415 \cdot 10^{-3} \text{ S},$$

iar în unități relative,

$$\underline{Y}_{0L,u.r.} = j0,415 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{110^2}{100} = j50,215 \cdot 10^{-3} \text{ u.r.}$$

Aplicația 4.4. Pentru LEA, din aplicația anterioară, se cere să se recalculeze, în unități relative, parametrii liniei electrice în noua bază, $S_{b,nou}=100 \text{ MVA}$ și $U_{b,nou}=220 \text{ kV}$.

Soluție:

Impedanța de secvență pozitivă/negativă în noua bază

$$\underline{Z}_{L,nou,u.r.} = \underline{Z}_{L,vechi,u.r.} \left(\frac{U_{b,vechi}}{U_{b,nou}} \right)^2 \frac{S_{b,nou}}{S_{b,vechi}} = (0,0378 + j0,1264) \left(\frac{110}{220} \right)^2 \frac{100}{100} = (0,00945 + j0,0316) \text{ u.r.}$$

Admitanța (susceptanța capacitivă) în noua bază

$$\underline{Y}_{L,nou,u.r.} = \underline{Y}_{L,vechi,u.r.} \left(\frac{U_{b,nou}}{U_{b,vechi}} \right)^2 \frac{S_{b,vechi}}{S_{b,nou}} = j50,215 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{220}{110} \right)^2 \frac{100}{100} = j0,200 \text{ u.r.}$$

Aplicația 4.5. Se consideră rețeaua electrică prezentată în figura 4.2, datele elementelor de rețea fiind indicate în tabele 4.4, 4.5, 4.6, 4.7. Se cere:

- Să se calculeze parametrii elementelor de rețea în unități fizice;
- Să se stabilească mărimile de bază pentru calculul parametrilor elementelor de rețea în unități relative;
- Să se determine parametrii elementelor de rețea în unități relative;
- Să se întocmească schema electrică echivalentă (de secvență pozitivă) a rețelei și să se calculeze curentul debitat de generator, respectiv curentul absorbit de două sarcină, în regim staționar. Se consideră că generatorul (fără RAT) este o sursă de tensiune. Se va apela la modelarea rețelei în unități relative.

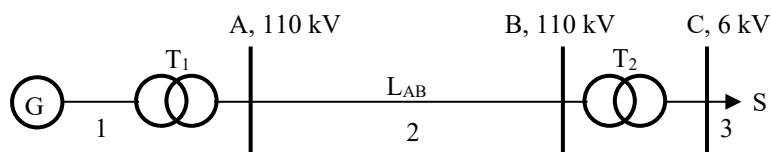


Fig.4.2. Schema monofilară a rețelei în studiu.

Tabelul 4.4. Parametrii generatorului G

Gen.	S _n [MVA]	U _n [kV]	I _n [kA]	cosφ _n	Rezistența la 20°C [10 ⁻³ Ω]		Reactanțele nominale [u.r.]			
					Stator	Rotor	x _d ^{''}	x _d	x ⁻	x ⁰
G	21,0	10,5	1,155	0,9	3,97	182,5	0,2128	0,2938	0,8058	0,5328

Tabelul 4.5. Parametrii transformatoarelor T₁ și T₂

Trafo	S _n [MVA]	U _{n1} [kV]	U _{n2} [kV]	Reglaj	ΔP ₀ [kW]	I ₀ [%]	ΔP _{clm} [kW]	U _{sc} [%]
T ₁ , DyN5	25	116	10,5	±9×1,78	30	1	130	11
T ₂ , YNd11	16	110	6,3	±8×1,25	14,14	1,2	81,5	10,5

Tabelul 4.6. Parametrii liniei electrice aeriene L

Linie s.c.	U _n [kV]	Lungimea L [km]	Secțiunea conductorului [mm ²]	Rezistența [Ω/km]		Reactanța [Ω/km]		Admitanța [10 ⁻⁶ S/km]	
				r ⁺	r ⁰	x ⁺	x ⁰	y ⁺	y ⁰
L _{AB}	110	50	3×185/32 AlOl+70 Ol	0,160	0,380	0,40	1,30	2,73	1,90

Tabelul 4.7. Parametrii sarcinii S

Sarcina.	U _n [kV]	P _s [MW]	Q _s [Mvar]	R _s [Ω]	X _s [Ω]
S	6	2,88	2,16	8	6

Soluție:

Se are în vedere un regim de funcționare staționar simetric astfel încât interesează numai parametrii de secvență pozitivă.

În cazul generatorului se neglijează rezistența luându-se în calcul numai reactanța sincronă.

În cazul transformatoarelor se vor lua în calcul numai parametrii serie (longitudinali), deci se neglijează curenții de magnetizare.

a) Calculul parametrilor elementelor de rețea în unități fizice:

Din datele indicate în tabelele 4.4 – 4.7 se pot determina parametrii de calcul ai elementelor de rețea.

Se calculează, la început, parametrii pentru fiecare element în unități fizice și, ulterior, în unități relative:

Parametrii de calcul ai generatorului, în unități fizice

$$X_G = x_d \frac{U_{nG}^2}{S_{nG}} = 0,2938 \frac{10,5^2}{21} = 1,54 \Omega$$

Transformatoarele se consideră a fi transformatoare în fază! Transformatoarele sunt prevăzute cu posibilități de reglaj (cu ploturi). Sistemul de reglare este amplasat pe partea de IT (U₁), astfel încât valoarea absolută a raportului de transformare se scrie $N=N_1/N_2=t_{12} \cdot N_{1n}/N_{2n}=t_{12} \cdot U_1/U_2$, unde t_{12} se determină cu (3.3). Astfel, parametrii de calcul ai transformatoarelor se vor calcula în funcție de nivelul de joasă tensiune pentru poziția mediană a plotului ($p=0$), adică $t_{12} = t_{21} = 1$.

Parametrii de calcul ai transformatoarelor, în unități fizice, sunt calculați în Tabelul 4.8 raportați la nivelul de tensiune corespunzător cu introducerea schemelor echivalente în schema echivalentă a rețelei (Fig.4.3).

Tabelul 4.8. Parametrii de calcul ai transformatoarelor în unități fizice

Trafo.	Impedanța [Ω]	Rezistența [Ω]	Reactanța [Ω]
	$Z_T = \frac{u_{sc\%}}{100} \frac{U_{nT}^2}{S_{nT}}$	$R_T = \frac{\Delta P_{cun} \cdot U_{nT}^2}{S_{nT}^2} 10^{-3}$	$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2}$
T ₁	$0,11 \frac{116^2}{25} = 59,20$	$\frac{130 \cdot 116^2}{25^2} 10^{-3} = 2,80$	$\sqrt{59,20^2 - 2,80^2} \approx 59,20$
T ₂	$0,105 \frac{6,3^2}{16} = 0,260$	$\frac{81,5 \cdot 6,3^2}{16^2} 10^{-3} = 0,0126$	$\sqrt{0,260^2 - 0,0126^2} \approx 0,260$

În tabelul 4.9 se prezintă calculul parametrilor liniei electrice aeriene L_{AB}.

Tabelul 4.9. Parametrii de calcul ai liniei electrice aeriene L, în unități fizice

Linia	Rezistența [Ω]	Reactanța inductivă [Ω]
	$R_L = R_L^+ = R_L^- = r^+ \cdot L$	$X_L = X_L^+ = X_L^- = x_0^+ \cdot L$
L _{AB}	$0,16 \cdot 50 = 8$	$0,4 \cdot 50 = 20$

b) Stabilirea mărimilor de bază

- Se alege puterea de bază, comună pentru toată rețeaua, S_b = 100 MVA;
- Se aleg tensiunile de bază pentru fiecare tronson, conform tabelului 4.10 și se calculează celelalte mărimi de bază (Z_b și I_b). Tensiunile de bază se aleg în așa fel încât să respecte rapoartele de transformare ale transformatoarelor de putere (pentru poziția mediană a ploturilor). În varianta a, tensiunile de bază se aleg pornind de la generator spre sarcină, iar în varianta b, pornind de la sarcină spre generator. Varianta c este incorectă deoarece la stabilirea tensiunilor de bază nu au fost respectate rapoartele de transformare.

Tabelul 4.10. Alegerea mărimilor de bază

Varianta	a			b			c		
	G-A (1)	A-C (2)	C-S (3)	G-B (1)	B-C (2)	C-S ₂ (3)	G-B (1)	B-C (2)	C-S ₂ (3)
S _b [MVA]	100	100	100	100	100	100	100	100	100
U _b [kV]	10,5	116	$116 \cdot 6,3 / 110 = 6,64$	$104,76 \cdot 10,5 / 116 = 9,48$	$6 \cdot 110 / 6,3 = 104,76$	6	10,5	116	6,3
Z _b = U _b ² /S _b [Ω]	1,10	134,56	0,44	0,90	109,75	0,36			
I _b = S _b /($\sqrt{3}$ U _b) [kA]	5,5	0,5	8,70	6,09	0,526	9,62			
Observații	corect			corect			incorect		

c) Calculul parametrilor elementelor de rețea în mărimi raportate

Parametrii de rețea în unități relative sunt determinați și prezentați în tabelul 4.11. Parametrii fiecărui element de rețea se determină prin raportarea la impedanța de bază corespunzătoare nivelului de tensiune (tronsonului) la care s-au calculat valorile fizice ale acestora

Tabelul 4.11. Parametrii de calcul ai elementelor rețelei din figura 4.1 în unități relative

Element	Rezistența [u.r.] $R_{u.r.} = \frac{R}{Z_b}$	Reactanța [u.r.] $X_{u.r.} = \frac{X}{Z_b}$	Admitanța [u.r.] $Y_{u.r.} = \frac{1}{Z_{u.r.}}$
0	1	2	3
G	0	$\frac{1,54}{1,10} = 1,4$	$\frac{1}{j1,4} = -j0,714$
T ₁	$\frac{2,80}{134,56} = 0,021$	$\frac{59,20}{134,56} = 0,440$	$\frac{1}{0,021+j0,44} = 0,108 - j2,268$
T ₂	$\frac{0,0126}{0,44} = 0,0286$	$\frac{0,260}{0,44} = 0,590$	$\frac{1}{0,0286+j0,590} = 0,082 - j1,690$

(continuare Tabel 4.11)

0	1	2	3
L_{AB}	$\frac{8}{134,56} = 0,06$	$\frac{20}{134,56} = 0,149$	$\frac{1}{0,06+j0,149} = 2,33 - j5,78$
S	$\frac{8}{0,48} = 16,67$	$\frac{6}{0,48} = 12,5$	$\frac{1}{16,67+j12,5} = 0,0384 - j0,029$

d) Calculul curentului debitat de generator și a curenților de sarcină, în regim permanent

Pentru calculul regimului permanent se întocmește schema electrică echivalentă monofazată în unități relative (Fig.4.3), corespunzătoare schemei monofilare a rețelei (Fig.4.2).

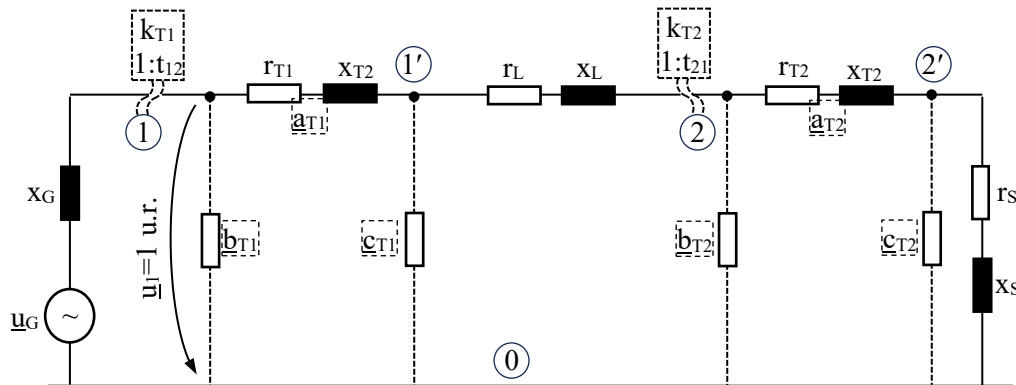


Fig.4.3. Schema electrică monofazată a rețelei analizate în unități relative.

În figura 4.3 toate mărimile sunt în unități relative și pentru simplificare se consideră că notațiile cu litere mici desemnează mărimi raportate.

Transformatoarele fiind transformatoare în fază, la care se neglijează curentul de mers în gol, pentru modelarea celor două transformatoare s-a optat pentru reprezentarea lor prin scheme echivalente în Π .

Relația rapoartelor de transformare pentru o poziție oarecare a ploturilor, în condițiile impuse de alegerea tensiunilor de bază, are expresia (ținând cont de relația (3.4)):

➤ Ridicător $k_T = 1 : t_{12},$ (4.40)

➤ Coborâtor $k_T = 1 : t_{21},$ (4.41)

Astfel în toate expresiile în care intervine raportul de transformare din capitolul 3, valoarea absolută a acestuia va fi înlocuită cu expresiile (4.40) și (4.41).

Considerând că la bornele primare ale transformatorului T_1 tensiunea are valoarea nominală, atunci în conformitate cu schema din figura 4.3:

$$\underline{u}_1 = \frac{U_{nG}}{U_{b1}} = \frac{10,5}{10,5} = 1$$

și tensiunea la mers în gol a generatorului

$$\underline{u}_{G0} = \underline{u}_1 + \frac{\underline{i}_G}{\underline{y}_G}, \quad (4.42)$$

cu:

$$\underline{i}_G = \underline{u}_1 \cdot \underline{y}_{ech1}; \quad (4.43)$$

$$\underline{y}_{ech1} = \left\langle \left\{ \left[\left(\underline{c}_{T2} + \underline{y}_s \right) \parallel \underline{a}_{T2} \right] + \underline{b}_{T2} \parallel \underline{y}_L \right\} + \underline{c}_{T1} \parallel \underline{a}_{T1} \right\rangle + \underline{b}_{T1} \cdot \quad (4.44)$$

D1. În ipoteza în care poziția ploturilor este mediană ($t_1 = t_2 = 1$) atunci $k_{T1} = k_{T2} = 1$, $\underline{b}_{T1} = \underline{b}_{T2} = 0$, $\underline{c}_{T1} = \underline{c}_{T2} = 0$, respectiv $\underline{a}_{T1} = \underline{y}_{T1}$ și $\underline{a}_{T2} = \underline{y}_{T2}$.

Pentru schema echivalentă din figura 4.3 se scrie:

$$r_{ech1} = r_{T1} + r_L + r_{T2} + r_S = 0,021 + 0,06 + 0,0286 + 16,67 = 16,7796 \text{ u.r.};$$

$$x_{ech1} = x_{T1} + x_L + x_{T2} + x_S = 1,4 + 0,440 + 0,149 + 0,590 + 12,5 = 13,679 \text{ u.r.};$$

$$z_{ech1} = 16,7796 + j13,679 \text{ u.r.};$$

$$\underline{y}_{ech1} = \frac{1}{z_{ech1}} = \frac{1}{16,7796 + j13,679} = 0,0358 - j0,0292 \text{ u.r.}$$

Se calculează curentul în unități relative cu (4.43):

$$\underline{i}_G = \underline{u}_1 \cdot \underline{y}_{ech1} = 1 \cdot (0,0358 - j0,0292) = 0,0358 - j0,0292 \text{ u.r.} \Rightarrow \underline{i}_G = |\underline{i}_G| = 0,0462 \text{ u.r.};$$

Curentul debitat de generator în unități fizice este:

$$I_G = \underline{i}_G \cdot I_{b1} = 0,0462 \cdot 5,50 \cdot 10^3 = 254 \text{ A}.$$

Curentul prin linie în unități fizice este:

$$I_L = \underline{i}_G \cdot I_{b2} = 0,0462 \cdot 0,50 \cdot 10^3 = 23 \text{ A}.$$

Curentul absorbit de sarcină în unități fizice este:

$$I_S = \underline{i}_G \cdot I_{b3} = 0,0462 \cdot 8,70 \cdot 10^3 = 402 \text{ A}.$$

Tensiunea la mers în gol a generatorului (4.42):

$$\underline{u}_{G0} = 1 + \frac{0,0358 - j0,0292}{-j0,714} = 1,0409 + j0,0501 \text{ u.r.} \Rightarrow \underline{u}_{G0} = |\underline{u}_{G0}| = 1,0421 \text{ u.r.},$$

respectiv $U_{G0} = 1,0421 \cdot 10,5 = 10,94 \text{ kV}$.

D2. Dacă pentru T_1 , $t_{21} = 1,1$ și pentru T_2 , $t_{12} = 0,90$, atunci:

$$\begin{cases} \underline{a}_{T1} = t_{21} \cdot \underline{y}_{T1} = 1,1 \cdot (0,108 - j2,268) = 0,119 - j2,495 [\text{S}] \\ \underline{b}_{T1} = t_{21} \cdot (t_{21} - 1) \cdot \underline{y}_{T1} = 1,1 \cdot 0,1 \cdot (0,108 - j2,268) = 0,0119 - j0,2495 [\text{S}] \\ \underline{c}_{T1} = (1 - t_{21}) \cdot \underline{y}_{T1} = -0,1 \cdot (0,108 - j2,268) = -0,0108 + j0,2268 [\text{S}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{a}_{T2} = t_{12} \cdot \underline{y}_{T2} = 0,9 \cdot (0,082 - j1,69) = 0,0738 - j1,52 [\text{S}] \\ \underline{b}_{T2} = t_{12} \cdot (t_{12} - 1) \cdot \underline{y}_{T2} = -0,9 \cdot 0,1 \cdot (0,082 - j1,69) = -0,00738 + j0,152 [\text{S}] \\ \underline{c}_{T2} = (1 - t_{12}) \cdot \underline{y}_{T2} = 0,1 \cdot (0,082 - j1,69) = 0,0082 - j0,169 [\text{S}] \end{cases}$$

rezultând din (4.44)

$$\underline{y}_{ech1} = 0,0353 - j0,0289 \text{ u.r.}$$

și cu (4.43)

$$\underline{i}_G = 1 \cdot (0,0353 - j0,0289) \text{ u.r.} = 0,0353 - j0,0289 \text{ u.r. cu } i_G = |\underline{i}_G| = 0,0456 \text{ u.r.},$$

iar în unități fizice

$$I_G = i_G \cdot I_{b1} = 0,0456 \cdot 5,50 \cdot 10^3 = 251 \text{ A}.$$

Se pot scrie următoarele relații:

$$\underline{i}_{11'} = \underline{i}_G - 1 \cdot \underline{b}_{T1} = 0,0234 + j0,2206 \text{ u.r.};$$

$$\underline{u}_{1'} = 1 - \frac{\underline{i}_{11'}}{\underline{a}_{T1}} = 1,0878 - j0,0136 \text{ u.r.} \Rightarrow u_{1'} = 1,0879 \text{ u.r.};$$

Curentul prin linie în unități relative:

$$\underline{i}_{1'2} = \underline{i}_{11'} - \underline{u}_{1'} \cdot \underline{c}_{T1} = 0,0321 - j0,0263 \Rightarrow i_{1'2} = 0,0415 \text{ u.r.}$$

Curentul prin linie în unități fizice:

$$I_L = i_{1'2} \cdot I_{b2} = 0,0415 \cdot 0,50 \cdot 10^3 = 20,75 \text{ A}.$$

Se determină în continuare potențialele nodurilor 2 și 2', respectiv curentul absorbit de sarcină:

$$\underline{u}_2 = \underline{u}_{1'} - \frac{\underline{i}_{1'2}}{\underline{y}_L} = 1,0820 - j0,0168 \text{ u.r.}$$

$$\underline{i}_{22'} = \underline{i}_{1'2} - \underline{u}_2 \cdot \underline{b}_{T2} = 0,0375 - j0,1909 \text{ u.r.}$$

$$\underline{u}_{2'} = \underline{u}_2 - \frac{\underline{i}_{22'}}{\underline{a}_{T2}} = 0,9555 - j0,0353 \text{ u.r.}$$

Curentul absorbit de sarcină în unități relative:

$$\underline{i}_s = \underline{i}_{22'} - \underline{u}_{2'} \cdot \underline{c}_{T2} = 0,0356 - j0,0291 \text{ u.r.} \Rightarrow i_s = 0,0460 \text{ u.r.}$$

Verificare:

$$i_s = \underline{u}_{2'} \cdot \underline{y}_s = (0,9555 - j0,0353) \cdot (0,0384 - j0,029) = 0,0357 - j0,0291 \text{ u.r.}$$

Curentul absorbit de sarcină în unități fizice:

$$I_s = i_s \cdot I_{b3} = 0,046 \cdot 8,70 \cdot 10^3 = 400 \text{ A},$$

iar căderea de tensiune pe sarcină este:

$$\underline{U}_s = \underline{u}_{2'} \cdot U_{b3} = (0,9555 - j0,0353) \cdot 6,64 = 6,3445 - j0,2344 \text{ kV} \Rightarrow U_s = 6,3488 \text{ kV}.$$

D3. Dacă pentru T_1 , $t_{21} = 1,1$ și pentru T_2 , $t_{12} = 1,0$, atunci $k_{T2} = 1$, $\underline{b}_{T2} = 0$, $\underline{c}_{T2} = 0$, respectiv $\underline{a}_{T2} = \underline{y}_{T2}$, rezultând:

$$\underline{y}_{ech1} = (\underline{y}_s \parallel \underline{y}_{T2} \parallel \underline{y}_L + \underline{c}_{T1}) \parallel \underline{a}_{T1} + \underline{b}_{T1} = \underline{y}_{ech1} = 0,0481 - j0,2789 \text{ u.r.}$$

și cu (4.43)

$$\underline{i}_G = 1 \cdot \underline{y}_{ech1} = 1 \cdot (0,0432 - j0,0355) \text{ u.r.} = 0,0432 - j0,0355 \text{ u.r. cu } i_G = |\underline{i}_G| = 0,0559 \text{ u.r.},$$

iar în unități fizice

$$I_G = i_G \cdot I_{b1} = 0,0559 \cdot 5,50 \cdot 10^3 = 307 \text{ A} .$$

Tensiunea la mers în gol a generatorului (4.42):

$$\underline{u}_{G0} = 1 + \frac{0,0432 - j0,0355}{-j0,714} = 1,0497 + j0,0605 \text{ u.r.} \Rightarrow u_{G0} = |\underline{u}_{G0}| = 1,0514 \text{ u.r.} ,$$

respectiv $U_{G0} = 1,0514 \cdot 10,5 = 11,0397 \text{ kV}$.

Se pot scrie următoarele relații:

$$\underline{i}_{11'} = \underline{i}_G - 1 \cdot \underline{b}_{T1} = 0,0313 + j0,2140 \text{ u.r.} ;$$

$$\underline{u}_{1'} = 1 - \frac{\underline{i}_{11'}}{\underline{a}_{T1}} = 1,0850 - j0,0166 \text{ u.r.} ;$$

Curentul prin linie, respectiv absorbit de sarcină, în unități relative:

$$\underline{i}_{1'2} = \underline{i}_{11'} - \underline{u}_{1'} \cdot \underline{c}_{T1} = 0,0393 - j0,0323 \Rightarrow i_{1'2} = 0,0509 \text{ u.r.}$$

Curentul prin linie în unități fizice:

$$I_L = i_{1'2} \cdot I_{b2} = 0,0509 \cdot 0,50 \cdot 10^3 = 25,45 \text{ A} .$$

iar curentul de sarcină în unități fizice este

$$I_S = i_{1'2} \cdot I_{b3} = 0,0509 \cdot 8,70 \cdot 10^3 = 442,83 \text{ A} .$$

Căderea de tensiune pe sarcină este:

$$\underline{U}_S = \frac{\underline{i}_{1'2}}{\underline{y}_L} \cdot U_{b3} = \frac{0,0393 - j0,0323}{0,0384 - j0,029} \cdot 6,64 = 7,0135 - j0,2885 \text{ kV} \Rightarrow U_S = 7,0194 \text{ kV} .$$

Crește și curentul de sarcină, dar și tensiunea pe sarcină, pentru că raportul de transformare al transformatorului T_2 , N_{12} , crește (respectiv inversul acestuia N_{21} scade).

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Dan Călin Peter, Radu-Adrian Tîrnovan, *Transportul și Distribuția Energiei Electrice*, Ed. UT. PRESS, Cluj-Napoca 2014, ISBN 978-973-662-960-0.
- [2]. Darie, S., Vădan, I., *Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Instalații pentru transportul și distribuția energiei electrice*, U.T. PRESS, Cluj-Napoca, 2004.

5. CIRCULAȚIA PUTERILOR ACTIVE ȘI REACTIVE

Se consideră că elementele de sistem tratate în cele ce urmează sunt liniare în sensul astfel încât relațiile dintre tensiuni și curenți sunt liniare.

Acest lucru este valabil pentru modelele analizate aici. Diferite fenomene neliniare pot fi în unele cazuri importante. De exemplu saturația magnetică care poate fi uneori importantă, dar când se studiază regimul staționar, se consideră că elementele de sistem discutate funcționează în mod normal în regiunea liniarității.

Cu toate acestea, relațiile rezultate pentru determinarea puterilor active și reactive sunt relații neliniare, ceea ce complică rezolvarea ecuațiilor rezultate care au drept necunoscute potențialele nodurilor.

5.1. TRANZITUL DE PUTERE PE O LATURĂ FĂRĂ TRANSFORMATORE (LINIE ELECTRICĂ)

Pentru calculul circulației de puteri pe o latură de tip linie electrică (Fig.5.1), se consideră tensiunile de fază $\underline{V}_h$ și $\underline{V}_k$, corespunzătoare nodului inițial „h”, respectiv nodului final „k”.

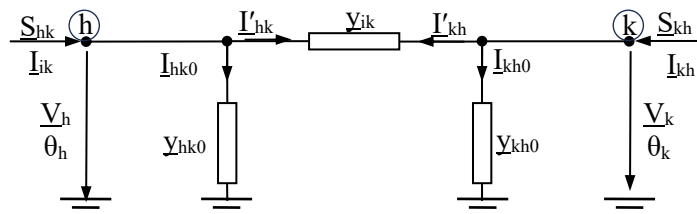


Fig.5.1. Schema echivalentă în Π a unei laturi fără transformator.

Curentul prin latură, de la h la k, este $\underline{I}_{hk}$ iar puterea complexă $\underline{S}_{hk}$. Puterea aparentă complexă trifazată injectată la nodul h are expresia:

$$\underline{S}_{hk} = 3\underline{V}_{hk} \cdot \underline{I}_{hk}^* = \sqrt{3}\sqrt{3}\underline{V}_{hk} \cdot \underline{I}_{hk}^* = \sqrt{3}\underline{U}_{hk} \cdot \underline{I}_{hk}^* \quad (5.1)$$

unde cu $\underline{U}$ se notează tensiunea de linie.

Valoarea curentului $\underline{I}_{hk}$ la nodul h se determină astfel:

$$\underline{I}_{hk} = \underline{V}_h \underline{y}_{hk0} + (\underline{V}_h - \underline{V}_k) \underline{y}_{hk} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\underline{U}_h \underline{y}_{hk0} + (\underline{U}_h - \underline{U}_k) \underline{y}_{hk} \right]. \quad (5.2)$$

În calcule, pentru simplificare, se va lua în considerare valoarea adevărată a curentului multiplicată cu $\sqrt{3}$!

Se exprimă tensiunile în coordonate polare (relațiile lui Euler):

$$\begin{cases} \underline{U}_h = U_h \cdot e^{j\theta_h} = U_h (\cos\theta_h + j\sin\theta_h) \\ \underline{U}_k = U_k \cdot e^{j\theta_k} = U_k (\cos\theta_k + j\sin\theta_k) \end{cases} \quad (5.3)$$

cu θ argumentul tensiunii în raport cu tensiunea de referință din sistem.

Admitanțele longitudinală și transversală se exprimă în coordonate carteziene sau polare:

$$\begin{cases} \underline{y}_{hk} = \underline{y}_{kh} = g_{hk} + jb_{hk} = y_{hk} e^{j\gamma_{hk}} = y_{hk} (\cos\gamma_{hk} + j\sin\gamma_{hk}) \\ \underline{y}_{hk0} = \underline{y}_{kh0} = g_{hk0} + jb_{hk0} = \underline{y}_{0L}/2 = g_{0L}/2 + jb_{0L}/2 \end{cases}, \quad (5.4)$$

cu γ argumentul admitanței serie, $\underline{y}_{0L}$ admitanța șunt a liniei (g_{0L} conductanța și b_{0L} susceptanța

parametrului sunt a liniei electrice).

Expresia puterii trifazate $\underline{S}_{hk}$ tranzitate dinspre nodul „h” către nodul „k” devine:

$$\begin{aligned}\underline{S}_{hk} &= \underline{U}_h \underline{I}_{hk}^* = \underline{U}_h \left[\underline{U}_h \underline{y}_{hk0} + (\underline{U}_h - \underline{U}_k) \underline{y}_{hk} \right]^* = U_h^2 (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0})^* - \underline{U}_h \underline{U}_k^* \underline{y}_{hk}^* = \\ &= U_h^2 \left[y_{hk} (\cos \gamma_{hk} - j \sin \gamma_{hk}) + g_{hk0} - j b_{hk0} \right] - U_h U_k y_{hk} \left[\cos(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk}) + j \sin(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk}) \right] = \\ &= P_{hk} + j Q_{hk}\end{aligned}\quad (5.5)$$

Identificând partea reală și partea imaginară din relația (5.5) se determină expresiile puterilor active și reactive tranzitate pe latură dela nodul h la k:

$$\begin{cases} P_{hk} = U_h^2 (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) - U_h U_k y_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk}) \\ Q_{hk} = -U_h^2 (b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) - U_h U_k y_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk}) \end{cases} \quad (5.6)$$

Tranzitul de putere de la nodul k la nodul h se poate scrie cu relația:

$$\begin{aligned}\underline{S}_{kh} &= \underline{U}_k \underline{I}_{kh}^* = \underline{U}_k \left[\underline{U}_k \underline{y}_{kh0} + (-\underline{U}_h + \underline{U}_k) \underline{y}_{hk} \right]^* = U_k^2 (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0})^* - \underline{U}_k \underline{U}_h^* \underline{y}_{hk}^* = \\ &= U_k^2 \left[y_{hk} (\cos \gamma_{hk} - j \sin \gamma_{hk}) + g_{hk0} - j b_{hk0} \right] - U_k U_h y_{hk} \left[\cos(\theta_k - \theta_h - \gamma_{hk}) + j \sin(\theta_k - \theta_h - \gamma_{hk}) \right] = \\ &= P_{kh} + j Q_{kh}\end{aligned}\quad (5.7)$$

Identificând partea reală și partea imaginară din relația (5.7) se determină expresiile puterilor active și reactive tranzitate pe laturi:

$$\begin{cases} P_{kh} = U_k^2 (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) - U_k U_h y_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h - \gamma_{hk}) \\ Q_{kh} = -U_k^2 (b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) - U_k U_h y_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h - \gamma_{hk}) \end{cases} \quad (5.8)$$

Pierderea de putere pe latura h - k, $\Delta \underline{S}_{hk}$, se calculează cu relația:

$$\Delta \underline{S} = \underline{S}_{hk} + \underline{S}_{kh}, \quad (5.9)$$

sau

$$\begin{aligned}\Delta \underline{S}_{hk} &= \text{Re} \{ \underline{S}_{hk} + \underline{S}_{kh} \} + j \text{Im} \{ \underline{S}_{hk} + \underline{S}_{kh} \} = \Delta P_{hk} + j \Delta Q_{hk} = \\ &= U_h^2 \underline{y}_{hk0}^* + \underline{U}_h \underline{y}_{hk}^* (\underline{U}_h - \underline{U}_k)^* + U_h^2 \underline{y}_{hk0}^* + \underline{U}_k \underline{y}_{hk}^* (\underline{U}_k - \underline{U}_h)^* = \\ &= U_h^2 (\underline{y}_{hk0} + \underline{y}_{hk})^* + U_k^2 (\underline{y}_{hk0} + \underline{y}_{hk})^* - \underline{U}_h \underline{y}_{hk}^* \underline{U}_k^* - \underline{U}_k \underline{y}_{hk}^* \underline{U}_h^* = \\ &= (\underline{y}_{hk0} + \underline{y}_{hk})^* (U_h^2 + U_k^2) - \underline{y}_{hk}^* (\underline{U}_h \underline{U}_k^* + \underline{U}_k \underline{U}_h^*)\end{aligned}\quad (5.10)$$

și

$$\Delta P_{hk} = P_{hk} + P_{kh} = (U_h^2 + U_k^2) (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) - 2 U_h U_k y_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k) \cos \gamma_{hk}; \quad (5.11)$$

$$\Delta Q_{hk} = Q_{hk} + Q_{kh} = -(U_h^2 + U_k^2) (b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) - 2 U_h U_k y_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k) \sin \gamma_{hk}. \quad (5.12)$$

În general conductanța sunt g_{hk0} se neglijează.

În relațiile (5.5) la (5.13), admitanța longitudinală poate fi introdusă în coordonate carteziene:

$$\begin{cases} g_{hk} = y_{hk} \cos \gamma_{hk} \\ b_{hk} = y_{hk} \sin \gamma_{hk} \end{cases} \quad (5.13)$$

și

$$\begin{cases} P_{hk} = U_h^2 (g_{hk} + g_{hk0}) - U_h U_k g_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k) - U_h U_k b_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k) \\ Q_{hk} = -U_h^2 (b_{hk} + b_{hk0}) - U_h U_k g_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k) + U_h U_k b_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k) \end{cases} \quad (5.14)$$

$$\begin{cases} P_{kh} = U_k^2 (g_{hk} + g_{hk0}) - U_k U_h g_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h) - U_k U_h b_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h) \\ Q_{kh} = -U_k^2 (b_{hk} + b_{hk0}) - U_k U_h g_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h) + U_k U_h b_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h) \end{cases} \quad (5.15)$$

$$\Delta P_{hk} = P_{hk} + P_{kh} = (U_h^2 + U_k^2)(g_{hk} + g_{hk0}) - 2U_h U_k g_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k); \quad (5.16)$$

$$\Delta Q_{hk} = Q_{hk} + Q_{kh} = -(U_h^2 + U_k^2)(b_{hk} + b_{hk0}) + 2U_h U_k b_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k). \quad (5.17)$$

În mărimi raportate relațiile care descriu circulația puterilor prin latura fără transformator se scriu în mod corespunzător prin înlocuirea mărimilor utilizate corespunzător cu valorile lor raportate la sistemul de bază ales.

5.2. TRANZITUL DE PUTERE PE O LATURĂ CU TRANSFORMATOR

Fie schema echivalentă în Π a unui transformator ridicător cu comutarea fazei (Fig.5.2, a), respectiv coborător (Fig.5.2, b), având un raport de transformare complex $\underline{N}_{hk} = N_{hk} \cdot e^{j\varphi_{hk}}$ ($\underline{N}_{hk} \cdot \underline{N}_{kh} = 1$).

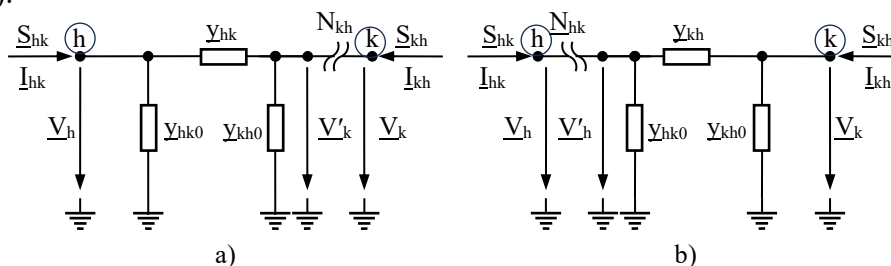


Fig.5.2. Schema echivalentă în Π cu operatorul de transformare $\underline{N}_{hk}$:
a) transformator ridicător; b) transformator coborător.

Dacă parametrii transformatorului sunt raportați la același nivel de tensiune, atunci admitanțele transversale din schema echivalentă în Π , sunt egale cu jumătate din admitanța transversală a transformatorului (raportată la același nivel de tensiune) corespunzătoare pierderilor la mersul în gol:

$$\underline{y}_{hk0} = \underline{y}_{kh0} = g_{hk0} + j b_{hk0} = \underline{y}_{0T} / 2 = g_{0T} / 2 + j b_{0T} / 2, \quad (5.18)$$

cu γ argumentul admitanței serie, $\underline{y}_{0T}$ admitanța șunt a transformatorului (g_{0T} conductanța și b_{0T} susceptanța parametrului șunt a liniei transformatorului).

Se consideră transformatorul ridicător (Fig.5.3, a), adică transformatorul ideal este conectat la nodul k iar parametrii acestuia sunt raportați la tensiunea nodului h. Puterea aparentă complexă trifazată transmisă de la nodul h la nodul k este:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{hk} &= \underline{U}_h \underline{I}_{hk}^* = \underline{U}_h \left[\underline{U}_h \underline{y}_{hk0} + (\underline{U}_h - \underline{N}_{hk} \cdot \underline{U}_k) \underline{y}_{hk} \right]^* = \\ &= U_h^2 (g_{hk0} + j b_{hk0} + \underline{y}_{hk})^* - \underline{N}_{hk}^* \underline{U}_h \underline{U}_k \underline{y}_{hk}^* \end{aligned} \quad (5.19)$$

sau introducând tensiunea și admitanța serie în coordonate polare:

$$\underline{S}_{hk} = U_h^2 (g_{hk0} + j b_{hk0} + y_{hk} e^{j\gamma_{hk}})^* - N_{hk} U_h U_k y_{hk} e^{j(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk} - \varphi_{hk})}. \quad (5.20)$$

Expresiile puterilor active și reactive tranzitate prin transformator de la nodul h la nodul k, cu admitanța serie exprimată atât în coordonate polare cât și carteziane conform (5.13) sunt:

$$\begin{aligned}
 P_{hk} &= U_h^2 (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) - N_{hk} U_h U_k y_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk} - \varphi_{hk}) = \\
 &= U_h^2 (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) - N_{hk} U_h U_k y_{hk} [\cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) \cos \gamma_{hk} + \sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) \sin \gamma_{hk}] = \\
 &= U_h^2 (g_{hk0} + g_{hk}) - N_{hk} U_h U_k [g_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) + b_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk})]
 \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned}
 Q_{hk} &= -U_h^2 (b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) - N_{hk} U_h U_k y_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk} - \varphi_{hk}) = \\
 &= -U_h^2 (b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) - N_{hk} U_h U_k y_{hk} [\sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) \cos \gamma_{hk} - \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) \sin \gamma_{hk}] = \\
 &= -U_h^2 (b_{hk0} + b_{hk}) - N_{hk} U_h U_k [g_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) - b_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk})]
 \end{aligned} \quad (5.22)$$

În cazul puterilor transferate în sens invers, de la nodul k la h, pentru transformatoarele cu comutarea fazei, defazajul dintre fazorii celor două înfășurări este $\varphi_{kh} = -\varphi_{hk}$. Astfel se pot scrie relațiile:

$$\begin{aligned}
 S_{kh} &= \underline{U}'_k \underline{I}_k^* = \underline{N}_{hk} \cdot \underline{U}_k [\underline{N}_{hk} \cdot \underline{U}_k \underline{y}_{hk0} + (-\underline{U}_h + \underline{N}_{hk} \cdot \underline{U}_k) \underline{y}_{hk}]^* = \\
 &= U_k^2 (g_{hk0} + j b_{hk0} + y_{hk} e^{j\gamma_{hk}})^* N_{hk}^2 - U_h U_k y_{hk} N_{hk} e^{j(\theta_k - \theta_h - \gamma_{hk} + \varphi_{hk})}
 \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned}
 P_{kh} &= N_{hk}^2 U_k^2 (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) - N_{hk} U_h U_k y_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h - \gamma_{hk} + \varphi_{hk}) = \\
 &= N_{hk}^2 U_k^2 (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) - N_{hk} U_h U_k y_{hk} [\cos(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk}) \cos \gamma_{hk} + \sin(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk}) \sin \gamma_{hk}] = \\
 &= N_{hk}^2 U_k^2 (g_{hk0} + g_{hk}) - N_{hk} U_h U_k [g_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk}) + b_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk})]
 \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned}
 Q_{kh} &= -N_{hk}^2 U_k^2 (b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) - N_{hk} U_h U_k y_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h - \gamma_{hk} + \varphi_{hk}) = \\
 &= -N_{hk}^2 U_k^2 (b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) - N_{hk} U_h U_k y_{hk} [\sin(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk}) \cos \gamma_{hk} + \cos(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk}) \sin \gamma_{hk}] = \\
 &= -N_{hk}^2 U_k^2 (b_{hk0} + b_{hk}) - N_{hk} U_h U_k [g_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk}) - b_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk})]
 \end{aligned} \quad (5.25)$$

Pierderea de putere pe latura h - k, ΔS_{hk} , se calculează cu relația (5.9), sau:

$$\begin{aligned}
 \Delta S_{hk} &= \operatorname{Re}\{S_{hk} + S_{kh}\} + j \operatorname{Im}\{S_{hk} + S_{kh}\} = \Delta P_{hk} + j \Delta Q_{hk} = \\
 &= (\underline{y}_{ik0} + \underline{y}_{hk})^* (U_h^2 + N_{hk}^2 \cdot U_k^2) - \underline{U}_h \underline{U}_k^* \underline{y}_{hk}^* \underline{N}_{hk}^* - \underline{U}_h^* \underline{U}_k \underline{y}_{hk} \underline{N}_{hk}
 \end{aligned} \quad (5.26)$$

și

$$\begin{aligned}
 \Delta P_{hk} &= P_{hk} + P_{kh} = \\
 &= (U_h^2 + N_{hk}^2 \cdot U_k^2) (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) - 2 N_{hk} \cdot U_h U_k y_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) \cos \gamma_{hk} = ; \quad (5.27) \\
 &= (U_h^2 + N_{hk}^2 \cdot U_k^2) (g_{hk0} + g_{hk}) - 2 N_{hk} \cdot U_h U_k g_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta Q_{hk} &= Q_{hk} + Q_{kh} = \\
 &= -(U_h^2 + N_{hk}^2 \cdot U_k^2) (b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) + 2 N_{hk} \cdot U_h U_k y_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) \sin \gamma_{hk} = \quad (5.28) \\
 &= -(U_h^2 + N_{hk}^2 \cdot U_k^2) (b_{hk0} + b_{hk}) + 2 N_{hk} \cdot U_h U_k b_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk})
 \end{aligned}$$

Dacă se consideră transformatorul coborător (Fig.5.2,b), transformatorul ideal fiind

conectat la nodul h, parametrii acestuia vor fi calculați la tensiunea nodului k. Puterea aparentă complexă trifazată transmisă de la nodul h la nodul k este:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{hk} &= \underline{U}_h \underline{I}_{hk}^* = \underline{N}_{kh} \cdot \underline{U}_h \left[\underline{N}_{kh} \cdot \underline{U}_h \underline{y}_{kh0} + (\underline{N}_{kh} \cdot \underline{U}_h - \underline{U}_k) \underline{y}_{kh} \right]^* = \\ &= N_{kh}^2 U_h^2 (\underline{g}_{kh0} + j \underline{b}_{kh0} + \underline{y}_{kh})^* - \underline{U}_h \underline{U}_k^* \underline{y}_{kh}^* \underline{N}_{kh}^* \end{aligned} \quad (5.29)$$

sau introducând tensiunea și admitanța longitudinală în coordonate polare:

$$\underline{S}_{hk} = N_{kh}^2 U_h^2 (\underline{g}_{kh0} + j \underline{b}_{kh0} + y_{kh} e^{j\gamma_{kh}})^* - U_h U_k y_{kh} N_{kh} e^{j(\theta_h - \theta_k - \gamma_{kh} - \varphi_{kh})}. \quad (5.30)$$

Expresiile puterilor active și reactive tranzitate prin transformator de la nodul h la nodul k, sunt:

$$\begin{cases} P_{hk} = N_{kh}^2 U_h^2 (\underline{g}_{kh0} + y_{kh} \cos \gamma_{kh}) - U_h U_k y_{kh} N_{kh} \cos(\theta_h - \theta_k - \gamma_{kh} - \varphi_{kh}) \\ = N_{kh}^2 U_h^2 (\underline{g}_{kh0} + \underline{g}_{kh}) - U_h U_k N_{kh} [\underline{g}_{kh} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{kh}) + \underline{b}_{kh} \sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{kh})] \\ Q_{hk} = -N_{kh}^2 U_h^2 (\underline{b}_{kh0} + y_{kh} \sin \gamma_{kh}) - U_h U_k y_{kh} N_{kh} \sin(\theta_h - \theta_k - \gamma_{kh} - \varphi_{kh}) \\ = -N_{kh}^2 U_h^2 (\underline{b}_{kh0} + \underline{b}_{kh} \sin \gamma_{kh}) - U_h U_k N_{kh} [\underline{g}_{kh} \sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{kh}) - \underline{b}_{kh} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{kh})] \end{cases} \quad (5.31)$$

În cazul puterilor transferate în sens invers, de la nodul k la nodul h ($\varphi_{kh} = -\varphi_{hk}$), se pot scrie relațiile:

$$\begin{cases} \underline{S}_{kh} = U_k^2 (\underline{g}_{kh0} + j \underline{b}_{kh0} + y_{kh} e^{j\gamma_{kh}})^* - U_h U_k y_{kh} N_{kh} e^{j(\theta_k - \theta_h - \gamma_{kh} + \varphi_{hk})} \\ P_{kh} = U_k^2 (\underline{g}_{kh0} + y_{kh} \cos \gamma_{kh}) - U_h U_k y_{kh} N_{kh} \cos(\theta_k - \theta_h - \gamma_{kh} + \varphi_{kh}) = \\ = U_k^2 (\underline{g}_{kh0} + \underline{g}_{kh}) - U_h U_k N_{kh} [\underline{g}_{kh} \cos(\theta_k - \theta_h + \varphi_{kh}) + \underline{b}_{kh} \sin(\theta_k - \theta_h + \varphi_{kh})] \\ Q_{kh} = -U_k^2 (\underline{b}_{kh0} + y_{kh} \sin \gamma_{kh}) - U_h U_k y_{kh} N_{kh} \sin(\theta_k - \theta_h - \gamma_{kh} + \varphi_{hk}) = \\ = -U_k^2 (\underline{b}_{kh0} + \underline{b}_{kh}) - U_h U_k N_{kh} [\underline{g}_{kh} \sin(\theta_k - \theta_h + \varphi_{kh}) - \underline{b}_{kh} \cos(\theta_k - \theta_h + \varphi_{kh})] \end{cases} \quad (5.32)$$

Astfel se poate scrie că:

$$\Delta \underline{S}_{hk} = (\underline{y}_{kh0} + \underline{y}_{kh})^* (N_{kh}^2 \cdot U_h^2 + U_k^2) - \underline{y}_{kh}^* \underline{N}_{kh}^* \cdot (\underline{U}_h \underline{U}_k^* + \underline{U}_k \underline{U}_h^*) \quad (5.33)$$

și

$$\begin{aligned} \Delta P_{hk} &= P_{hk} + P_{kh} = \\ &= (N_{kh}^2 \cdot U_h^2 + U_k^2) (\underline{g}_{kh0} + y_{kh} \cos \gamma_{kh}) - 2 N_{kh} \cdot U_h U_k y_{kh} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{kh}) \cos \gamma_{kh} = ; \quad (5.34) \\ &= (N_{kh}^2 \cdot U_h^2 + U_k^2) (\underline{g}_{kh0} + \underline{g}_{kh}) - 2 N_{kh} \cdot U_h U_k \underline{g}_{kh} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{kh}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_{hk} &= Q_{kh} + Q_{hk} = \\ &= -(N_{kh}^2 \cdot U_h^2 + U_k^2) (\underline{b}_{kh0} + y_{kh} \sin \gamma_{kh}) + 2 N_{kh} \cdot U_h U_k y_{kh} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{kh}) \sin \gamma_{kh} = .(5.35) \\ &= -(N_{kh}^2 \cdot U_h^2 + U_k^2) (\underline{b}_{kh0} + \underline{b}_{kh}) + 2 N_{kh} \cdot U_h U_k \underline{b}_{kh} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{kh}) \end{aligned}$$

Notă 1:

N1.1: În cazul transformatoarelor în fază, în relațiile de calcul ale puterilor defazajul între fazorii celor două înfășurări sunt $\varphi_{kh} = \varphi_{hk} = 0$ (raport de transformare real).

N1.2: În cazul exprimării parametrilor transformatorului în mărimi raportate (unități relative) în relațiile de calcul al puterilor toate mărimile se înlocuiesc cu valorile raportate la sistemul de bază, iar valorile absolute ale operatorilor de transformare devin $N_{hk} \rightarrow t_{hk}$ și $N_{kh} \rightarrow t_{kh}$.

Observație: În mărimi raportate puterile trifazate sunt egale cu puterile pe fază: $P^{3f} = P^{1f}$, $Q^{3f} = Q^{1f}$!

5.3. RELAȚII UNIFICATE PENTRU CALCUL TRANZITULUI DE PUTERE PE O LATURĂ

Determinarea circulației puterilor în latura unificată pornește de la relația (5.1) în care curenții se calculează, conform figurii 3.9, din (3.49):

$$\underline{I}_{hk} = N_{kh}^2 \cdot \underline{V}_h (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) - \underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{N}_{hk} \cdot \underline{V}_k \cdot \underline{y}_{hk} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[N_{kh}^2 \cdot \underline{U}_h (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) - \underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{N}_{hk} \cdot \underline{U}_k \cdot \underline{y}_{hk} \right]; \quad (5.36)$$

$$\underline{I}_{kh} = -\underline{N}_{hk}^* \cdot \underline{N}_{kh} \cdot \underline{V}_h \cdot \underline{y}_{hk} + N_{hk}^2 \cdot \underline{V}_k (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[-\underline{N}_{hk}^* \cdot \underline{N}_{kh} \cdot \underline{U}_h \cdot \underline{y}_{hk} + N_{hk}^2 \cdot \underline{U}_k (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) \right] \quad (5.37)$$

În calcule, pentru simplificare, se va lua în considerare valoarea adevărată a curentului multiplicată cu $\sqrt{3}$!

Astfel, relațiile puterilor se rescriu:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{hk} &= \underline{U}_h \underline{I}_{hk}^* = \\ &= \underline{U}_h \left[N_{kh}^2 \cdot \underline{U}_h (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) - \underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{N}_{hk} \cdot \underline{U}_k \cdot \underline{y}_{hk} \right]^* = N_{kh}^2 U_h^2 (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0})^* - \underline{N}_{kh} \cdot \underline{N}_{hk}^* \underline{U}_h \underline{U}_k^* \underline{y}_{hk}^* \\ &;(5.38) \\ P_{hk} &= N_{kh}^2 U_h^2 (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) - N_{hk} N_{kh} U_h U_k y_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk} - \varphi_{hk} + \varphi_{kh}) = \\ &= N_{kh}^2 U_h^2 (g_{hk0} + g_{hk}) - N_{hk} N_{kh} U_h U_k [g_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk} + \varphi_{kh}) + b_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk} + \varphi_{kh})] \\ &;(5.39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{hk} &= -N_{kh}^2 U_h^2 (-b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) - N_{hk} N_{kh} U_h U_k y_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk} - \varphi_{hk} + \varphi_{kh}) = \\ &= -N_{kh}^2 U_h^2 (-b_{hk0} + b_{hk}) - N_{hk} N_{kh} U_h U_k [g_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk} + \varphi_{kh}) - b_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk} + \varphi_{kh})] \\ &;(5.40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{S}_{kh} &= \underline{U}_k \underline{I}_{kh}^* = \underline{U}_k \left[-\underline{N}_{hk}^* \cdot \underline{N}_{kh} \cdot \underline{U}_h \cdot \underline{y}_{hk} + N_{hk}^2 \cdot \underline{U}_k (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) \right]^* = \\ &= N_{hk}^2 U_k^2 (g_{hk0} + j b_{hk0} + y_{hk} e^{j\gamma_{hk}})^* N_{kh}^2 - N_{hk} N_{kh} U_h U_k y_{hk} e^{j(\theta_k - \theta_h - \gamma_{hk} + \varphi_{hk} - \varphi_{kh})} \end{aligned} \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned} P_{kh} &= N_{hk}^2 U_k^2 (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) - N_{hk} N_{kh} U_h U_k y_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h - \gamma_{hk} + \varphi_{hk} - \varphi_{kh}) = \\ &= N_{hk}^2 U_k^2 (g_{hk0} + g_{hk}) - N_{hk} N_{kh} U_h U_k [g_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk} - \varphi_{kh}) + b_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk} - \varphi_{kh})] \\ &;(5.42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{kh} &= -N_{hk}^2 U_k^2 (-b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) - N_{hk} N_{kh} U_h U_k y_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h - \gamma_{hk} + \varphi_{hk} - \varphi_{kh}) = \\ &= -N_{hk}^2 U_k^2 (-b_{hk0} + b_{hk}) - N_{hk} N_{kh} U_h U_k [g_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk} - \varphi_{kh}) - b_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk} - \varphi_{kh})] \\ &;(5.43) \end{aligned}$$

Pe baza relațiilor (5.39), (5.40), (5.42) și (5.43) se pot deduce relațiile pierderilor de putere activă și reactivă pe latură:

$$\Delta P_{hk} = P_{hk} + P_{kh} = (N_{kh}^2 U_h^2 + N_{hk}^2 U_k^2)(g_{hk0} + g_{hk}) - 2N_{hk}N_{kh}U_hU_kg_{hk}\cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk} + \varphi_{kh}); \quad (5.44)$$

$$\Delta Q_{hk} = Q_{hk} + Q_{kh} = -(N_{kh}^2 U_h^2 + N_{hk}^2 U_k^2)(b_{hk0} + b_{hk}) - 2N_{hk}N_{kh}U_hU_kb_{hk}\sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk} + \varphi_{kh}) \quad (5.45)$$

Notă 2:

În cazul exprimării parametrilor laturii unificate în mărimi raportate (unități relative) se efectuează conform figurii 4.1, respectiv relației (4.39). În relațiile de calcul al puterilor toate mărimile se înlocuiesc cu valorile raportate la sistemul de bază, iar valorile absolute ale operatorilor de transformare devin $N_{hk} \rightarrow t_{hk}$ și $N_{kh} \rightarrow t_{kh}$.

Aplicația 5.1. Pentru linia electrică aeriană de 400 kV se cunosc valorile impedenței serie $Z_L = 3,4 + j33 \, \Omega$ și admitanței șunt $Y_{0L} = j0,347 \cdot 10^{-3} \, S$. Aceleași mărimi în unități relative au valorile $Z_{L,u.r.} = 0,002125 + j0,020625 \, u.r.$ și $Y_{0L,u.r.} = j0,555 \, u.r.$ Valorile efective ale tensiunilor de linie de la capătul tronsonului, în unități fizice, $U_h = 420 \, kV$, $U_k = 385$, respectiv în unități relative $U_{h,u.r.} = 1,05$ și $U_{k,u.r.} = 0,96$. Fazele celor două tensiuni de la capetele tronsonului au valorile $\theta_h = 8^\circ$, respectiv $\theta_k = 2,5^\circ$. Se cere să se determine circulația puterilor active și reactive pe latură, a pierderilor de putere active și reactive, atât în unități fizice cât și în unități relative. Puterea de bază este $S_b = 100 \, MVA$.

Soluție:

1) Calculul circulației de puteri și a pierderilor de putere în mărimi fizice

➤ calculul admitanței serie:

$$\underline{y}_{hk} = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{3,4 + j33} = 0,0031 - j0,03 \, S.$$

Se constată că parametrii sunt pot fi neglijați.

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul h la k, conform relațiilor (5.14):

$$\begin{cases} P_{hk} = U_h^2 g_{hk} - U_h U_k g_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k) - U_h U_k b_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k) = \\ = 420^2 \cdot 0,0031 - 420 \cdot 385 \cdot 0,0031 \cdot \cos(5,5^\circ) - 420 \cdot 385 \cdot (-0,03) \cdot \sin(5,5^\circ) = 512,825 \, MW \\ Q_{hk} = -U_h^2 b_{hk} - U_h U_k g_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k) + U_h U_k b_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k) = \\ = -420^2 \cdot (-0,03) - 420 \cdot 385 \cdot 0,0031 \cdot \sin(5,5^\circ) + 420 \cdot 385 \cdot (-0,03) \cdot \cos(5,5^\circ) = 415,288 \, Mvar \end{cases}$$

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul k la h, conform relațiilor (5.15):

$$\begin{cases} P_{kh} = U_k^2 g_{hk} - U_k U_h g_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h) - U_k U_h b_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h) = \\ = 385^2 \cdot 0,0031 - 420 \cdot 385 \cdot 0,0031 \cdot \cos(-5,5^\circ) - 420 \cdot 385 \cdot (-0,03) \cdot \sin(-5,5^\circ) = -504,41 \, MW \\ Q_{kh} = -U_k^2 b_{hk} - U_k U_h g_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h) + U_k U_h b_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h) = \\ = -385^2 \cdot (-0,03) - 420 \cdot 385 \cdot 0,0031 \cdot \sin(-5,5^\circ) + 420 \cdot 385 \cdot (-0,03) \cdot \cos(-5,5^\circ) = -333,87 \, Mvar \end{cases}$$

➤ calculul pierderilor de putere active și reactive (5.16) și (5.17):

$$\begin{aligned} \Delta P_{hk} &= (U_h^2 + U_k^2) g_{hk} - 2U_h U_k g_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k) = \\ &= (420^2 + 385^2) \cdot 0,0031 - 2 \cdot 420 \cdot 385 \cdot 0,0031 \cdot \cos(5,5^\circ) = 8,413 \, MW = P_{hk} + P_{kh} \end{aligned}$$

$$\Delta Q_{hk} = -(U_h^2 + U_k^2)b_{hk} + 2U_h U_k b_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k) =$$

$$= -(420^2 + 385^2)(-0,03) + 2 \cdot 420 \cdot 385 \cdot (-0,03) \cdot \cos(5,5^\circ) = 81,416 \text{ M var} = Q_{hk} + Q_{kh}$$

2) Calculul circulației de puteri și a pierderilor de putere în mărimi raportate

➤ calculul admitanței serie:

$$\underline{Y}_{hk} = \frac{1}{\underline{Z}_{L,u.r.}} = \frac{1}{0,002125 + j0,020625} = 4,943 - j47,98 \text{ u.r.}$$

Se constată că parametrii sunt pot fi neglijați.

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul h la k, conform relațiilor

$$\begin{cases} P_{hk,u.r.} = 1,05^2 \cdot 4,93 - 1,05 \cdot 0,96 \cdot 4,93 \cdot \cos(5,5^\circ) - 1,05 \cdot 0,96 \cdot (-47,98) \cdot \sin(5,5^\circ) = 5,124 \text{ u.r.} \\ Q_{hk,u.r.} = -1,05^2 \cdot (-47,98) - 1,05 \cdot 0,96 \cdot 4,93 \cdot \sin(5,5^\circ) + 1,05 \cdot 0,96 \cdot (-47,98) \cdot \cos(5,5^\circ) = 4,280 \text{ u.r.} \end{cases}$$

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul k la h, conform relațiilor

$$\begin{cases} P_{kh,u.r.} = 0,96^2 \cdot 4,93 - 1,05 \cdot 0,96 \cdot 4,93 \cdot \cos(-5,5^\circ) - 1,05 \cdot 0,96 \cdot (-47,98) \cdot \sin(-5,5^\circ) = -5,038 \text{ u.r.} \\ Q_{kh,u.r.} = -0,96^2 \cdot (-47,98) - 1,05 \cdot 0,96 \cdot 4,93 \cdot \sin(-5,5^\circ) + 1,05 \cdot 0,96 \cdot (-47,98) \cdot \cos(-5,5^\circ) = -3,44 \text{ u.r.} \end{cases}$$

➤ calculul pierderilor de putere active și reactive

$$\Delta P_{hk,u.r.} = (1,05^2 + 0,96^2) \cdot 4,93 - 2 \cdot 1,05 \cdot 0,96 \cdot 4,93 \cdot \cos(5,5^\circ) = 0,0856 \text{ u.r.} = P_{hk,u.r.} + P_{kh,u.r.}$$

$$\Delta Q_{hk} = -(1,05^2 + 0,96^2)(-47,98) + 2 \cdot 1,05 \cdot 0,96 \cdot (-47,98) \cdot \cos(5,5^\circ) = 0,833 \text{ u.r.} = Q_{hk,u.r.} + Q_{kh,u.r.}$$

Aplicația 5.2. Pentru transformatorul coborât, în fază, T_1 (Aplicația 3.1) 220/121 kV se cere să se determine circulația puterilor active și reactive, respectiv pierderile de putere activă și reactivă. Calculele se vor efectua atât în mărimi fizice cât și în mărimi raportate. Se știe că $t_{12} = t_{hk} = 1,025$, $U_1/U_2 = U_h/U_k = 210/112 \text{ kV}$, $\theta_1 = \theta_h = 8^\circ$, respectiv $\theta_2 = \theta_k = 3,5^\circ$ și $\varphi_{hk} = \varphi_{kh} = 0$. Mărimile de bază alese sunt $S_b = S_n = 150 \text{ MVA}$, $U_{b1} = 220 \text{ kV}$ și $U_{b2} = 121 \text{ kV}$.

Soluție:

În conformitate cu Aplicația 3.1 s-a determinat admitanța transformatorului în unități fizice, raportată la tensiunea de 121 kV:

$$\underline{Y}_{T1} = \underline{Z}_{T1}^{-1} = \underline{Y}_{hk} = -j \frac{1}{14,12} = -j0,071 [\text{S}],$$

deci $G_{hk} = G_{kh} = 0$.

Impedanța de bază, corespunzătoare tensiunii înfășurării de JT este:

$$Z_{b2} = \frac{U_{b2}^2}{S_b} = \frac{U_{n2}^2}{S_n} = \frac{121^2}{150} = 97,61 \Omega,$$

iar admitanța transformatorului în unități relative rezultă:

$$\underline{Y}_{T1,u.r.} = \underline{y}_{hk} = \underline{Y}_{hk} \cdot Z_{b2} = -j0,071 \cdot 97,61 = -j6,93 [\text{u.r.}].$$

Tensiunile celor două înfășurări în mărimi raportate se determină cu:

$$\begin{cases} U_{h,u.r.} = \frac{U_h}{U_{b1}} = \frac{210}{220} = 0,955 \\ U_{k,u.r.} = \frac{U_k}{U_{b2}} = \frac{112}{121} = 0,925 \end{cases}$$

Raportul de transformare al transformatorului este:

$$N_{12}=N_{hk} = \frac{U_{n1}}{U_{n2}} \cdot t_{hk} = \frac{220}{121} \cdot 1,025 = 1,86 ,$$

sau

$$N_{21}=N_{kh} = \frac{U_{n2}}{U_{n1}} \cdot t_{kh} = \frac{121}{220} \cdot 0,975 = 0,536 = \frac{U_k}{U_h}$$

1) Calculul circulației de puteri și a pierderilor de putere în mărimi fizice

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul h la k, conform relațiilor (5.31):

$$\begin{cases} P_{hk} = -U_h U_k N_{kh} [b_{kh} \sin(\theta_h - \theta_k)] = -210 \cdot 112 \cdot 0,536 [-0,071 \cdot \sin(8^\circ - 3,5^\circ)] = 70,23 \text{ MW} \\ Q_{hk} = -N_{kh}^2 U_h^2 \cdot b_{kh} - U_h U_k N_{kh} [-b_{kh} \cos(\theta_h - \theta_k)] = \\ = -0,536^2 \cdot 210^2 \cdot (-0,071) - 210 \cdot 112 \cdot 0,536 [0,071 \cdot \cos(8^\circ - 3,5^\circ)] = 7,23 \text{ Mvar} \end{cases}$$

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul k la h, conform relațiilor (5.32):

$$\begin{cases} P_{kh} = -U_h U_k N_{kh} [b_{kh} \sin(\theta_k - \theta_h)] = -70,23 \text{ MW} \\ Q_{kh} = -U_k^2 \cdot b_{kh} - U_h U_k N_{kh} [-b_{kh} \cos(\theta_k - \theta_h)] = \\ = -112^2 (-0,071) - 210 \cdot 112 \cdot 0,536 \cdot [0,071 \cdot \cos(3,5^\circ - 8^\circ)] = -1,69 \text{ Mvar} \end{cases} ;$$

➤ calculul pierderilor de putere active și reactive (5.34) și (5.35):

$$\begin{aligned} \Delta P_{hk} &= P_{hk} + P_{kh} = -2N_{kh} \cdot U_h U_k g_{kh} \cos(\theta_h - \theta_k - \phi_{kh}) = 0 \text{ MW} ; \\ \Delta Q_{hk} &= -(N_{kh}^2 \cdot U_h^2 + U_k^2)(b_{kh0} + b_{kh}) - 2N_{kh} \cdot U_h U_k b_{kh} \sin(\theta_h - \theta_k - \phi_{kh}) = \\ &= -(0,536^2 \cdot 210^2 + 112^2)(-0,071) + 2 \cdot 0,536 \cdot 210 \cdot 112 (-0,071) \sin(4,5^\circ) = . \\ &= 5,54 \text{ Mvar} = 7,23 - 1,69 = Q_{hk} + Q_{kh} \end{aligned}$$

2) Calculul circulației de puteri și a pierderilor de putere în mărimi raportate

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul h la k:

$$\begin{cases} P_{hk} = -0,955 \cdot 0,925 \cdot 0,975 [-6,93 \cdot \sin(8^\circ - 3,5^\circ)] = 0,468 \text{ u.r.} \\ Q_{hk} = -0,975^2 \cdot 0,955^2 \cdot (-6,93) - 0,955 \cdot 0,925 \cdot 0,975 [6,93 \cdot \cos(8^\circ - 3,5^\circ)] = 0,0579 \text{ u.r.} \end{cases}$$

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul k la h, conform relațiilor (5.32):

$$\begin{cases} P_{kh} = -0,955 \cdot 0,925 \cdot 0,975 [-6,93 \cdot \sin(-8^\circ + 3,5^\circ)] = -0,468 \text{ u.r.} \\ Q_{kh} = -U_k^2 \cdot b_{kh} - U_h U_k N_{kh} [-b_{kh} \cos(\theta_k - \theta_h)] = \\ = -0,925^2 \cdot (-6,93) - 0,955 \cdot 0,925 \cdot 0,975 [6,93 \cdot \cos(8^\circ - 3,5^\circ)] = -0,0208 \text{ u.r.} \end{cases} ;$$

➤ calculul pierderilor de putere active și reactive (5.34) și (5.35):

$$\begin{aligned} \Delta P_{hk} &= P_{hk} + P_{kh} = 0 \text{ MW} ; \\ \Delta Q_{hk} &= -(0,975^2 \cdot 0,955^2 + 0,925^2)(-6,93) + 2 \cdot 0,975 \cdot 0,955 \cdot 0,925 (-6,93) \cos(4,5^\circ) = , \\ &= 0,0370 \text{ u.r.} = 0,0579 - 0,0208 = Q_{hk} + Q_{kh} \end{aligned}$$

sau în unități fizice

$$\Delta Q_{hk} = \Delta Q_{hk,u.r.} \cdot S_b = 0,0370 \cdot 150 = 5,55 \text{ Mvar} = Q_{hk} + Q_{kh},$$

ceea ce verifică rezultatul obținut prin calculul în unități fizice.

Aplicația 5.3. Pentru transformatorul ridicător T_2 (Aplicația 3.1) 20/6,3 kV, cu comutarea fazei (grupa de conexiuni Yd11), se cere să se determine circulația puterilor active și reactive, respectiv pierderile de putere activă și reactivă. Calculele se vor efectua atât în mărimi fizice cât și în mărimi raportate. Se știe că $t_{12} = t_{kh} = 1,05$, $U_1/U_2 = U_k/U_h = 19,9/6 \text{ kV}$, $\theta_2 = \theta_h = 38,5^\circ$, respectiv $\theta_1 = \theta_k = 3,5^\circ$ și $\varphi_{12} = \varphi_{kh} = -30^\circ$ și $\varphi_{21} = \varphi_{hk} = 30^\circ$. Mărimile de bază alese sunt $S_b = S_n = 1,6 \text{ MVA}$, $U_{b1} = 20 \text{ kV}$ și $U_{b2} = 6,3 \text{ kV}$.

Soluție:

În conformitate cu Aplicația 3.1 s-a determinat admitanța transformatorului în unități fizice, raportată la tensiunea de 6,3 kV:

$$\underline{Y}_{T2} = \underline{Z}_{T2}^{-1} = \frac{1}{0,279 + j1,49} = \frac{0,279 - j1,149}{0,279^2 + 1,149^2} = 0,12 - j0,64 \text{ [S]},$$

deci $G_{hk} = G_{kh} = 0,12 \text{ S}$, iar $B_{hk} = B_{kh} = -0,64 \text{ S}$.

Impedanța de bază, corespunzătoare tensiunii înfășurării de JT este:

$$Z_{b2} = \frac{U_{b2}^2}{S_b} = \frac{U_{n2}^2}{S_n} = \frac{6,3^2}{1,6} = 24,80 \Omega,$$

iar admitanța transformatorului în unități relative rezultă:

$$\underline{Y}_{T2,u.r.} = \underline{y}_{hk} = \underline{Y}_{hk} \cdot Z_{b2} = 0,12 \cdot 24,80 - j0,64 \cdot 24,80 = 2,976 - j15,872 \text{ [u.r.]}$$

Tensiunile celor două înfășurări în mărimi raportate se determină cu:

$$\begin{cases} U_{k,u.r.} = \frac{U_k}{U_{b1}} = \frac{19,9}{20} = 0,995 \\ U_{h,u.r.} = \frac{U_h}{U_{b2}} = \frac{6}{6,3} = 0,952 \end{cases}.$$

Raportul de transformare al transformatorului este:

$$N_{12} = N_{kh} = \frac{U_{n1}}{U_{n2}} \cdot t_{kh} = \frac{20}{6,3} \cdot 1,05 = 3,0,$$

sau

$$N_{21} = N_{hk} = \frac{U_{n2}}{U_{n1}} \cdot t_{hk} = \frac{6,3}{20} \cdot 0,952 = 0,30 = \frac{U_h}{U_k}$$

1) Calculul circulației de puteri și a pierderilor de putere în mărimi fizice

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul h la k, conform relațiilor (5.21, 22):

$$\begin{aligned}
 P_{hk} &= U_h^2 \cdot g_{hk} - N_{hk} U_h U_k \left[g_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) + b_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) \right] = \\
 &= 6^2 \cdot 0,12 - 0,3 \cdot 6 \cdot 19,9 \cdot \left[0,12 \cdot \cos(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) - 0,64 \cdot \sin(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) \right] = \\
 &= 2,036 \text{ MW}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{hk} &= -U_h^2 (b_{hk}) - N_{hk} U_h U_k \left[g_{hk} \sin(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) - b_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) \right] = \\
 &= -6^2 (-0,64) - 0,3 \cdot 6 \cdot 19,9 \cdot \left[0,12 \cdot \sin(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) + 0,64 \cdot \cos(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) \right] = \\
 &= -0,172 \text{ Mvar}
 \end{aligned}$$

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul k la h, conform relațiilor (5.24, 25):

$$\begin{aligned}
 P_{kh} &= N_{hk}^2 U_k^2 (g_{hk}) - N_{hk} U_h U_k \left[g_{hk} \cos(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk}) + b_{hk} \sin(\theta_k - \theta_h + \varphi_{hk}) \right] = \\
 &= 0,3^2 \cdot 19,9^2 \cdot 0,12 - 0,3 \cdot 6 \cdot 19,9 \cdot \left[0,12 \cdot \cos(3,5^\circ - 38,5^\circ + 30^\circ) - 0,64 \cdot \sin(3,5^\circ - 38,5^\circ + 30^\circ) \right] = \\
 &= -2,003 \text{ MW}
 \end{aligned}$$

➤ calculul pierderilor de putere active și reactive (5.27) și (5.28):

$$\begin{aligned}
 \Delta P_{hk} &= (U_h^2 + N_{hk}^2 \cdot U_k^2) (g_{hk}) - 2N_{hk} \cdot U_h U_k g_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) = \\
 &= (6^2 + 0,3^2 \cdot 19,9^2) \cdot 0,12 - 2 \cdot 0,3 \cdot 6 \cdot 19,9 \cdot 0,12 \cdot \cos(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) = ; \\
 &= 0,0328 \text{ MW} \approx 2,036 - 2,003 = P_{hk} + P_{kh}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta Q_{hk} &= -(U_h^2 + N_{hk}^2 \cdot U_k^2) (b_{hk}) + 2N_{hk} \cdot U_h U_k b_{hk} \cos(\theta_h - \theta_k - \varphi_{hk}) = \\
 &= -(6^2 + 0,3^2 \cdot 19,9^2) (-0,64) + 2 \cdot 0,3 \cdot 6 \cdot 19,9 \cdot (-0,64) \cos(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) = \\
 &= 0,175 \text{ Mvar} = -0,172 + 0,347 = Q_{hk} + Q_{kh}
 \end{aligned}$$

2) Calculul circulației de puteri și a pierderilor de putere în mărimi raportate

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul h la k:

$$\begin{aligned}
 P_{hk} &= 0,952^2 \cdot 2,976 - 0,952 \cdot 0,952 \cdot 0,995 \cdot \\
 &\cdot \left[2,976 \cdot \cos(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) - 15,872 \cdot \sin(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) \right] = 1,271 \text{ u.r.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{hk} &= -0,952^2 (-15,872) - 0,952 \cdot 0,952 \cdot 0,995 \cdot \\
 &\cdot \left[2,976 \cdot \sin(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) + 15,872 \cdot \cos(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) \right] = -0,1075 \text{ u.r.}
 \end{aligned}$$

➤ calculul circulației puterilor active și reactive de la nodul k la h, conform relațiilor (5.32):

$$\begin{aligned}
 P_{kh} &= 0,952^2 \cdot 0,995^2 \cdot 2,976 - 0,952 \cdot 0,952 \cdot 0,995 \cdot \\
 &\cdot \left[2,976 \cdot \cos(3,5^\circ - 38,5^\circ + 30^\circ) - 15,872 \cdot \sin(3,5^\circ - 38,5^\circ + 30^\circ) \right] = -1,251 \text{ u.r.} ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{kh} &= -0,952^2 \cdot 0,995^2 (-15,872) - 0,952 \cdot 0,952 \cdot 0,995 \cdot \\
 &\cdot \left[2,976 \cdot \sin(3,5^\circ - 38,5^\circ + 30^\circ) + 15,872 \cdot \cos(3,5^\circ - 38,5^\circ + 30^\circ) \right] = 0,2168 \text{ u.r.}
 \end{aligned}$$

➤ calculul pierderilor de putere active și reactive (5.34) și (5.35):

$$\begin{aligned}\Delta P_{hk} &= (0,952^2 + 0,952^2 \cdot 0,995^2) \cdot 2,976 - \\ &- 2 \cdot 0,952 \cdot 0,952 \cdot 0,995 \cdot 2,976 \cdot \cos(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) = \\ &= 0,0205 \text{ u.r.} \approx 0,485 - 0,464 = P_{hk} + P_{kh} \\ \Delta Q_{hk} &= -(0,952^2 + 0,952^2 \cdot 0,995^2)(-15,872) + \\ &+ 2 \cdot 0,952 \cdot 0,952 \cdot 0,995 \cdot (-15,872) \cos(38,5^\circ - 3,5^\circ - 30^\circ) = , \\ &= 0,109 \text{ u.r.} = -0,1075 + 0,2168 = Q_{hk} + Q_{kh}\end{aligned}$$

sau în unități fizice

$$\Delta Q_{hk} = \Delta Q_{hk, \text{u.r.}} \cdot S_b = 0,109 \cdot 1,6 = 0,175 \text{ Mvar} = Q_{hk} + Q_{kh},$$

ceea ce verifică rezultatul obținut prin calculul în unități fizice.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Göran Andersson, Modelling and Analysis of Electric Power Systems. Power Flow Analysis. Fault Analysis. Power Systems Dynamics and Stability, Lecture 227-0526-00, ITET ETH Zürich, EEH - Power Systems Laboratory, ETH Zürich, September 2008.
- [2]. Rețele-Electrice-Note-de-Curs, <https://www.scribd.com/document/92804615/Retele-Electrice-Note-de-Curs>, accesat octombrie 2017.

6. MODELUL NODAL AL REȚELELOR ELECTRICE ÎN REGIM STAȚIONAR

6.1. REGIMURILE DE FUNCȚIONARE ALE REȚELELOR ELECTRICE

Prin regimul de funcționare al unei rețele electrice se înțelege starea ei la un moment dat, caracterizată prin valorile unor mărimi fizice (parametrii regimului), în diferite puncte, precum și prin condițiile de funcționare [1].

Starea normală se caracterizează prin concordanța dintre cerințe (consum) și producție (generare), frecvența și tensiunile fiind în limitele operaționale.

Parametrii regimului se pot clasifica în: cantitativi (valorile puterilor active și reactive, valorile curenților, a factorului de putere etc.) și calitativi (valoarea tensiunii și a frecvenței, simetria sistemului de tensiuni și curenți, valoarea armonicilor etc.).

Referitor la condițiile de funcționare, este posibil ca rețeaua să funcționeze cu toate elementele sau, în urma unui incident care a avut loc în rețea, o parte din elementele rețelei să fie scoase din funcțiune dar rețeaua să continue să funcționeze.

Clasificarea regimurilor de funcționare a rețelelor electrice este prezentată în tabelul 6.1 [1].

Tabelul 6.1 Clasificarea regimurilor de funcționare a rețelelor electrice

Criteriul de clasificare	Modul de variație a mărimilor în timp	Gradul în care este afectată simetria celor trei faze	Natura regimului în raport cu intenția operatorului
Regimurile RE	- staționare (permanente) - nestaționare lente - nestaționare rapide	- simetrice - nesimetrice	- normale - de avarie

În funcție de solicitarea și comportarea elementelor componente, în exploatarea rețelelor electrice se evidențiază următoarele regimuri de funcționare [1]:

1) Regimul permanent normal, este regimul normal și simetric de exploatare a rețelelor electrice. Este un regim de lungă durată, în care parametrii rețelei au valori egale sau foarte apropiate de cele nominale. Pe baza acestui regim se efectuează calculul și proiectarea elementelor rețelei. El impune condițiile cele mai severe privind: solicitările maxime admisibile, calitatea energiei furnizate, economicitatea funcționării etc.;

2) Regimul nestaționar (tranzitoriu) normal cuprinde stările de trecere între două regimuri normale. Aceste stări tranzitorii pot fi lente sau rapide, dependent de propagarea în sistem a undelor electromagnetice și pot fi simultane sau consecutive unor modificări normale în structura rețelelor și sistemelor electrice: conectarea și deconectare voită (de serviciu) a unor elemente componente (linii, transformatoare, baterii de compensare etc.), trecerea de la funcționarea în sarcină la funcționarea în gol și invers etc. Acest regim se caracterizează prin supratensiuni, numite supratensiuni interne sau de comutație și supracurenți. Supratensiunile solicită suplimentar izolația, iar supracurenții, căile de curent;

3) Regimul nestaționar (tranzitoriu) de avarie cuprinde stările nestaționare (lente sau rapide), care apar în urma unei avarii de natură electrică sau mecanică la unul din elementele componente ale rețelei. Aceste regimuri sunt provocate de: scurtcircuite, puneri la pământ, ruperea conductoarelor cu întreruperea fazelor etc. Toate aceste avarii, cu excepția punerilor simple la pământ, determină în elementele componente ale rețelei curenți de scurtcircuit, care depășesc de câteva ori valorile nominale, scăderea tensiunii în nodurile rețelei sau apariția unor supratensiuni;

4) **Regimul permanent de avarie** este regimul care se stabilește după eliminarea avariei de către protecții, de aceea unii autori îl numesc regim staționar de după avarie. În timp ce regimul tranzitoriu de avarie durează cel mult câteva secunde, până la acționarea protecțiilor, regimul permanent de avarie poate dura câteva minute, până la câteva ore. În acest regim, cu durată limitată, se admit abateri mai mari ale tensiunii, frecvenței etc. Față de valorile nominale, în comparație cu regimul permanent normal.

Se menționează că regimul staționar simetric normal stă la baza proiectării și exploatării elementelor rețelei electrice, iar celelalte regimuri stau la baza verificării lor.

6.2. GENERALITĂȚI PRIVIND CALCULUL REGIMULUI PERMANENT

6.2.1. Preambul

Scopul calculului electric al rețelelor în regim permanent este determinarea tensiunilor nodurilor din rețea, a circulației curenților sau a puterilor în fiecare ramură a acestora, a variațiilor de tensiune în nodurile de racordare a consumatorilor și a pierderilor de putere și de energie [1].

Analiza rețelelor electrice se bazează pe legile și teoremele fundamentale din electrotehnică și anume: legea lui Ohm, teoremele lui Kirchhoff, metoda potențialelor la noduri, metoda curenților ciclici, legea lui Joule-Lenz etc.

Calculul regimului permanent al unei rețele electrice cuprinde următoarele etape [1]:

- alegerea schemei echivalente pentru fiecare element de rețea și determinarea parametrilor acesteia;
- conectarea schemelor echivalente ale elementelor de rețea în concordanță cu situația reală existentă;
- stabilirea metodei de analiză a rețelei;
- îmbunătățirea soluției de bază prin modificarea rapoartelor de transformare, a injecțiilor de puteri reactive etc.

Calculul de regim permanent este necesar [2]:

- 1) În activitatea de planificare a dezvoltării rețelelor electrice pentru stabilirea configurației lor;
- 2) În activitatea de exploatare pentru alegerea regimului de funcționare;
- 3) Pentru analiza capacității de transport, în vederea testării limitelor puterilor de transfer (limita termică $I_{\max, adm}$);
- 4) Pentru controlul on-line, al funcționării sistemului electric, folosind estimatoare de stare și calculatoare de proces;
- 5) Pentru optimizarea regimurilor de funcționare;
- 6) În studiul și alegerea protecțiilor prin relee și automatizărilor;
- 7) În calculele de stabilitate statică, tranzitorie și de tensiune etc.

Punctul de pornire în calculul regimului permanent îl constituie schema monofilară a sistemului, căreia i se atașează un graf ale cărui noduri și laturi descriu topologia sistemului analizat. Pe baza acestei scheme se întocmește schema electrică echivalentă monofazată a rețelei prin interconectarea schemelor electrice echivalente ale elementelor componente în conformitate cu topologia rețelei.

Astfel, o rețea electrică este constituită din [3]:

- **laturi**, care modelează elemente din structura SEE (linii electrice, transformatoare, bobine de reactanță, generatoare etc.) și care corespund unei scheme echivalente reprezentate printr-un dipol sau cuadripol liniar;

➤ **noduri**, care reprezintă extremitatea unei laturi sau punctul de întâlnire a două sau mai multe laturi și este asociat barelor colectoare din stațiile și posturile de transformare sau punctului neutru. Aici sunt conectate generatoare și/sau consumatori. Generatoarele sunt reprezentate prin curenți/puteri injectați la noduri în timp ce sarcinile prin impedențe sau prin curenți/puteri ce ies din noduri. Sensul vehiculării curentului/puterii este definit prin semnul asociat „+” pentru curentul/puterea „introdusă” în nod de surse și „-” pentru curentul / puterea „extrasă” din nod de consumatori. Punctul neutru este nod de referință în timp ce restul nodurilor sunt noduri independente.

Schemele echivalente ale diferitelor elemente din sistem conțin:

➤ **laturi longitudinale**, sunt laturi definite între două noduri independente (două noduri diferite de nodul de referință – pământul „fictiv” sau conductorul fictiv de întoarcere a curentului din schema echivalentă monofazată);

➤ **laturi transversale**, sunt definite ca legături între un nod independent și nodul de referință. Se disting trei tipuri caracteristice de noduri și anume [2]:

1) Noduri de tip generator (noduri cu tensiune controlată) pentru care se dau P și $|\underline{U}|$ precum și limitele în care trebuie să se încadreze puterea reactivă ($Q_{\min}$, $Q_{\max}$). Fixarea unei anumite tensiuni la acest tip de nod se poate face datorită posibilităților de reglaj a puterii reactive a generatoarelor. În urma calculului, se determină puterea reactivă generată Q_{gi} și argumentul tensiunii θ_{gi} . La nodul generator „hibrid”, puterea injectată în nod va fi egală cu suma algebrică dintre puterea debitată de generator și cea absorbită de consumatorul local;

2) Noduri de tip consumator, caracterizate de mărimile P și Q (pot fi și noduri de tip generator fără reglaj de tensiune) sau numai una din puteri și un parametru de tip conductanță (G_c) sau susceptanță (B_c). În această categorie se încadrează și nodurile pasive cu puteri injectate nule, noduri în care nu există consumatori racordați sau dacă există aceștia sunt reprezentați prin admitanța (Y_c) sau impedența constantă (Z_c). Se determină tensiunile în modul $|\underline{U}|$ și argument θ ;

3) Nod de echilibrare a puterilor active și reactive din sistem (notat E), la care se impun $|\underline{U}|$ și θ . Introducerea acestui nod este necesară din următoarele motive:

➤ puterea activă a generatorului conectat la acest nod va echilibra pierderile totale din sistem, necunoscută a problemei. Din această cauză el se mai numește și generator adaptabil după puterea activă;

➤ tensiunea $|\underline{U}_e|$ a nodului de echilibrare fixează nivelul general al tensiunilor din nodurile sistemului, atunci când lipsesc nodurile cu tensiune controlată;

➤ argumentele θ ale tensiunilor celorlalte noduri sunt raportate la argumentul tensiunii nodului de echilibrare, luat de obicei egal cu zero;

➤ introducerea în calcule a nodului de echilibrare a puterilor active corespunde cu ipoteza frecvenței unice în sistem. Astfel, dacă generatorul adaptabil din acest nod nu este capabil să compenseze puterea totală ΔP_1 pierdută în sistem la frecvența f_1 , echilibrul poate fi totuși realizat la frecvența $f_2 < f_1$ când $\Delta P_2 = P_e$;

➤ echilibrarea puterilor reactive se realizează cu contribuția tuturor nodurilor la care s-a impus $|\underline{U}|$;

➤ rolul generatoarelor, adaptabile după puterea reactivă, conectate în aceste noduri, este de a menține tensiunile nodale, privite ca variabile locale ale sistemului, într-o plajă de variație dorită, prin influențarea bilanțurilor zonale de putere reactivă;

➤ dacă se scrie ecuația de bilanț global a puterilor în sistem [4]:

$$\sum_{i \in n_g} \underline{S}_{gi} + \underline{S}_e = \sum_{j \in n_c} \underline{S}_{cj} + \Delta \underline{S}, \quad (6.1)$$

rezultă că puterea la nodul de echilibru este dată de relația:

$$\underline{S}_e = \sum_{j \in n_c} \underline{S}_{cj} + \Delta \underline{S} - \sum_{i \in n_g} \underline{S}_{gi}. \quad (6.2)$$

În relația (6.2) se cunosc cu exactitate puterile cerute de consumatori și cele disponibile ale surselor, în schimb pierderile de putere din rețea ΔS sunt evaluate cu aproximație. Ca atare nodul de echilibrare trebuie ales astfel încât să poată prelua înexactitățile introduse de pierderile de putere din rețea. De regulă acest rol este îndeplinit de cea mai importantă centrală din sistem.

În figura 6.1 este reprezentată simbolic reprezentarea nodurilor din SEE [3].

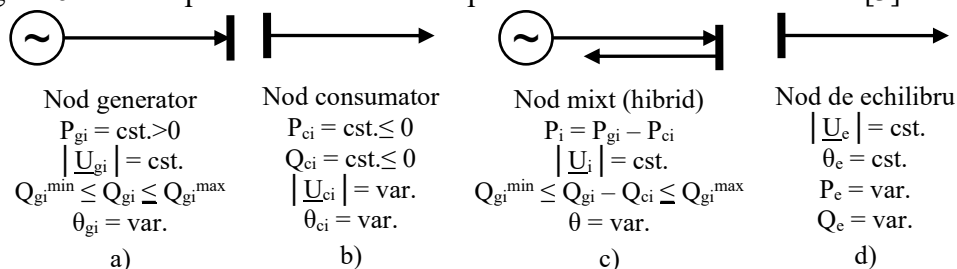


Fig.6.1 Caracterizarea nodurilor unui SEE (convenția de semn a injectiilor):
 a) nod generator; b) nod consumator; c) nod mixt (hibrid); d) nod de echilibru.

6.2.2. Clasificarea variabilelor de sistem

Pentru a stabili sistemul de ecuații de rezolvat, este necesar ca, în funcție de tipul nodului să se facă o clasificare a variabilelor sistemului, astfel deosebim:

- **Variabile de cerere**, P_c , Q_c , - toate puterile active și reactive consumate;
- **Variabile de intrare sau de control** - toate mărimile care pot fi „manipulate” pentru a satisface echilibrul dintre consum și generare, în condițiile în care SEE funcționează cu restricții și funcții obiectiv. În cele mai multe cazuri acestea sunt:
 - *modulul tensiunilor* la toate nodurile generatoare;
 - *puterea generată* la toate nodurile generatoare cu excepția nodului de echilibru (la nodul de echilibru, puterea generată se calculează la sfârșitul regimului permanent închizându-se balanța prin acoperirea pierderilor în sistem);
 - *prizele de funcționare* ale transformatoarelor cu reglaj sub sarcină;
- **Variabilele de stare** - care odată calculate permit calculul altor mărimi de interes. Mărimile de stare sunt tensiunile complexe în toate nodurile din sistem;
- **Variabilele de ieșire** - sunt funcții de variabile de stare, de cele de intrare și de cerere:
 - *circulația de puteri* active și reactive pe liniile electrice;
 - *puterea reactivă generată*;
 - *puterile P_e și Q_e generate* la nodul de echilibru;
 - *intensitatea curenților* în liniile electrice.

6.3. FORMULAREA ECUAȚIILOR NODALE DE REGIM PERMANENT

Pentru efectuarea calculului de regim permanent se iau în considerare următoarele ipoteze:

- Sistemul trifazat de tensiuni este simetric de secvență pozitivă;
- Rețeaua este echilibrată;
- Parametrii elementelor de rețea sunt constanți în timp;
- Rețeaua funcționează într-un regim staționar (permanent);

În aceste condiții în calcule se utilizează diagrama monofazată de secvență directă.

6.3.1. Modelul nodal de bază pentru laturi fără transformatoare

Se consideră un nod generic al unei rețele electrice fără transformatoare (Fig.6.2) conectat prin laturi longitudinale cu alte noduri independente ($\Omega_h = \{j, k, m\}$), inclusiv nodul de echilibrare ($y_{hk}, k \in \Omega_h$), respectiv cu nodul de referință „0” prin admitanțe de forma y_{hk0} ($k \in \Omega_h$). Admitanțele nodurilor cu care nodul h nu este conectat se consideră nule.

În figura 6.2 sensul curenților și a puterilor respectă convenția adoptată și anume dinspre nodul cu numărul cel mai mic (nod inițial) spre nodul cu numărul mai mare (nod final).

Se scrie **Legea I a lui Kirchhoff** pentru nodul independent „h”:

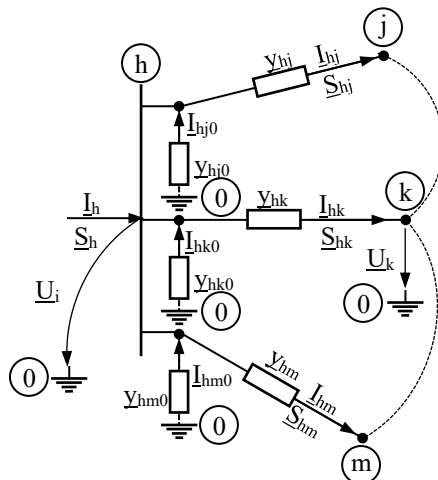


Fig.6.2. Nod generic .

$$\underline{I}_h = \sum_{k \in \Omega_h} (\underline{I}_{hk} + \underline{I}_{hk0}) = (\underline{I}_{hj} + \underline{I}_{hk} + \underline{I}_{hm}) - (\underline{I}_{hj0} + \underline{I}_{hk0} + \underline{I}_{hm0}) = 0, \quad (6.3)$$

unde:

- curenții prin laturile longitudinale sunt de forma

$$\underline{I}_{hk} = \underline{y}_{hk} (\underline{U}_h - \underline{U}_k), \quad k \in \Omega_h; \quad (6.4)$$

- curenții prin laturile transversale sunt de forma

$$\underline{I}_{hk0} = -\underline{y}_{hk0} \underline{U}_k, \quad k \in \Omega_h; \quad (6.5)$$

- curentul la pământ (curentul șunt) al nodului:

$$\underline{I}_{h0} = \sum_{k \in \Omega_h} (-\underline{y}_{hk0}) \underline{U}_k. \quad (6.6)$$

Relația (6.3) poate fi reformulată astfel:

$$\underline{I}_h + \underline{I}_{h0} = \sum_{k \in \Omega_h} \underline{I}_{hk}, \quad (6.7)$$

În concordanță cu relațiile (6.4) și (6.5), relația (6.3) se poate generaliza pentru cele n noduri independente:

$$\left(\sum_{k=1; k \neq h}^n \underline{y}_{hk} + \sum_{k=1; k \neq h}^n \underline{y}_{hk0} \right) \underline{U}_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n \left[(-\underline{y}_{hk}) \underline{U}_k \right] = \underline{I}_h, \quad h = 1 \dots n. \quad (6.8)$$

Se fac următoarele notații:

$$\begin{cases} \underline{Y}'_{hh} = \sum_{k=1; k \neq h}^n \underline{y}_{hk} \\ \underline{Y}_{h0} = \sum_{k=1; k \neq h}^n \underline{y}_{hk0} \\ \underline{Y}_{hh} = \underline{Y}'_{hh} + \underline{Y}_{h0} \\ \underline{Y}_{hk} = -\underline{y}_{hk} \end{cases}, \quad h = 1, \dots, n, \quad (6.9)$$

astfel încât relația (6.8) se poate scrie:

$$\underline{Y}_{hh} \cdot \underline{U}_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n (\underline{Y}_{hk} \cdot \underline{U}_k) = \underline{I}_h, h = 1 \dots n. \quad (6.10)$$

Relația (6.7) poate fi generalizată pentru cele n noduri independente:

$$\underline{Y}'_{hh} \cdot \underline{U}_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n (\underline{Y}_{hk} \cdot \underline{U}_k) = \underline{I}_h + \underline{I}_{h0}, h = 1 \dots n, \quad (6.11)$$

unde $\underline{I}_{h0} = -\underline{Y}_{h0} \cdot \underline{U}_h$.

Ecuatiile (6.10) pot fi puse sub formă matriceală:

$$[\underline{Y}_{nn}]_{n \times n} \cdot [\underline{U}_n]_{n \times 1} = [\underline{I}_n]_{n \times 1}, \quad (6.12)$$

respectiv în mod similar ecuațiile (6.11) se scriu:

$$[\underline{Y}'_{nn}]_{n \times n} \cdot [\underline{U}_n]_{n \times 1} = [\underline{I}_n]_{n \times 1} + [\underline{I}_{n0}]_{n \times 1}. \quad (6.13)$$

Ecuatiile (6.12) și (6.13) reprezintă modelul matematic nodal (de bază) pentru calculul regimului permanent al SEE.

În studiul rețelelor și sistemelor electrice pentru caracterizarea structurii și parametrilor elementelor acestora se utilizează așa-zisele matrice de sistem:

- **Matricea admitanțelor nodale** $[\underline{Y}_{nn}]$;
- sau **Matricea impedanțelor nodale** $[\underline{Z}_{nn}] = [\underline{Y}_{nn}]^{-1}$.

Matricea $[\underline{U}_n]$ este matricea coloană ($n \times 1$) a potențialelor nodurilor (tensiune de linie), iar matricea $[\underline{I}_n]$ este matricea coloană ($n \times 1$) a curenților injectați în noduri (pozitivi în cazul generatoarelor, negativi în cazul consumatorilor) multiplicați cu $\sqrt{3}$.

6.3.2. Ecuatiile nodale de bază ale rețelelor electrice pentru modelul generalizat al laturilor

Se pleacă de la relațiile (6.3) și (6.7) în care expresia curentului prin latura generalizată $h - k$, cu schema echivalentă în Π , este dată:

- în mărimi fizice de (3.49):

$$\underline{I}_{hk} = N_{kh}^2 \cdot (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) \cdot \underline{U}_h - \underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{N}_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \cdot \underline{U}_k, k \in \Omega_h; \quad (6.14)$$

- în mărimi raportate de (4.39):

$$\underline{I}_{hk} = t_{kh}^2 \cdot (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) \cdot \underline{U}_h - t_{kh} \underline{\alpha}_{kh}^* \cdot t_{hk} \cdot \underline{\alpha}_{hk} \cdot \underline{U}_k, k \in \Omega_h. \quad (6.15)$$

Astfel, elementele matricei admitanțelor nodale se scriu:

- în mărimi fizice de (3.49):

$$\begin{cases} \underline{Y}'_{hh} = \sum_{k=1; k \neq h}^n N_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{hk}; \\ \underline{Y}_{h0} = \sum_{k=1; k \neq h}^n N_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{hk0}; \\ \underline{Y}_{hh} = \underline{Y}'_{hh} + \underline{Y}_{h0}; \\ \underline{Y}_{hk} = -\underline{N}_{kh}^* \cdot \underline{N}_{hk} \cdot \underline{y}_{hk}, \quad h = 1 \dots n, \end{cases} \quad (6.16)$$

$$\underline{I}_{h0} = -(\underline{N}_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{hk0}) \cdot \underline{U}_h, h = 1 \dots n; \quad (6.17)$$

- în mărimi raportate de (4.39):

$$\begin{cases} \underline{Y}'_{hh} = \sum_{k=1; k \neq i}^n t_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{hk}; \\ \underline{Y}_{h0} = \sum_{k=1; k \neq i}^n t_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{hk0}; \end{cases} \quad (6.18)$$

$$\begin{cases} \underline{Y}_{hh} = \underline{Y}'_{hh} + \underline{Y}_{h0}; \\ \underline{Y}_{hk} = -t_{kh} \alpha_{kh}^* \cdot t_{hk} \cdot \alpha_{hk} \cdot \underline{y}_{hk}, \quad h = 1 \dots n, \\ \underline{I}_{h0} = -\left(t_{kh}^2 \cdot \underline{y}_{hk0}\right) \cdot \underline{U}_h, \quad h = 1 \dots n. \end{cases} \quad (6.19)$$

6.3.3. Reguli generale de scriere a matricei $[\underline{Y}_{nn}]$

Calculul termenilor matricei admitanței trebuie să țină seama de prezența laturilor de tip transformator, respectiv la care dintre noduri este conectat galvanic transformatorul. Dacă nodul curent este nodul h , atunci determinarea termenilor matricei admitanțelor nodale se face astfel [4]:

➤ **Termenii diagonali** se exprimă prin:

- dacă transformatorul ideal se află conectat la nodul h :

$$\underline{Y}_{hh} = \underbrace{\sum \underline{y}_{hk}}_{\text{linii}} + \underbrace{\sum \underline{y}_{hk0}}_{\text{trafo}} + \sum \underline{y}_{kh} N_{kh}^2; \quad (6.20)$$

- dacă transformatorul ideal este conectat la nodul k :

$$\underline{Y}_{hh} = \sum \underline{y}_{hk} + \sum \underline{y}_{hk0}. \quad (6.21)$$

În cazul în care componentele transversale ale transformatorului nu se neglijează acestea se adaugă și ele la termenul $\underline{Y}_{hh}$;

➤ **Termenii nedijagonalii** în cazul laturii cu transformator se exprimă astfel:

- dacă transformatorul ideal se află conectat galvanic la nodul h (operatorul $\underline{N}_{hk}$ se află la nodul h):

$$\underline{Y}_{hk} = -\underline{y}_{kh} \underline{N}_{kh}^*; \underline{Y}_{kh} = -\underline{y}_{kh} \underline{N}_{kh}, \quad (6.22)$$

iar dacă raportul de transformare este real:

$$\underline{Y}_{hk} = -\underline{y}_{kh} \underline{N}_{kh} = \underline{Y}_{kh}; \quad (6.23)$$

- dacă transformatorul ideal se află conectat galvanic la nodul k (operatorul $\underline{N}_{ik}$ se află la nodul k):

$$\underline{Y}_{hk} = -\underline{y}_{hk} \underline{N}_{hk}; \underline{Y}_{kh} = -\underline{y}_{hk} \underline{N}_{hk}^*, \quad (6.24)$$

iar dacă raportul de transformare este real:

$$\underline{Y}_{hk} = -\underline{y}_{hk} \underline{N}_{hk} = \underline{Y}_{kh}; \quad (6.25)$$

OBSERVAȚII:

➤ Se constată că expresiile matricei de admitanță nodală definită de ecuațiile (6.16) și (6.18) diferă în comparație cu matricea admitanței nodale fără transformatoare (6.9).

➤ Trebuie remarcat faptul că Y_{nn} , așa cum este definită prin relațiile (6.16) și (6.18), nu este neapărat simetrică.

➤ Pentru rețelele practice mari, această matrice este de obicei foarte rară. Gradul de sparsitate (procentul de elemente zero) crește în mod normal odată cu dimensiunile rețelei: de exemplu, o rețea cu 1000 de noduri și 1500 de ramuri prezintă de obicei un grad de sparsitate mai mare de 99 %, adică mai puțin de 1 % din elementele matricei au valori diferite de zero [3].

➤ Elementele diagonalei principale întotdeauna vor avea valori nenule.

BIBLIOGRAFIE

- [1].Dan Călin Peter, Radu-Adrian Tîrnovan, Transportul și Distribuția Energiei Electrice, Editura U.T. Press, Cluj-Napoca, 2014, ISBN 978-973-662-960-0.
- [2].Darie, S., Vădan, I., Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Instalații pentru Transportul și Distribuția energiei electrice, U.T. Press, Cluj Napoca 2003, ISBN 973-662-037-0.
- [3].M. Gavrilăș, Sisteme Electroenergetice - Note de curs, <http://iota.ee.tuiasi.ro/~mgavril/>, accesat octombrie 2017.
- [4].Rețele-Electrice-Note-de-Curs, <https://www.scribd.com/document/92804615/Retele-Electrice-Note-de-Curs>, accesat octombrie 2017.
- [5].Göran Andersson, Modelling and Analysis of Electric Power Systems. Power Flow Analysis. Fault Analysis. Power Systems Dynamics and Stability, Lecture 227-0526-00, ITET ETH Zürich, EEH - Power Systems Laboratory, ETH Zürich, September 2008.

7. ECUAȚIILE TOPOLOGICE ALE REȚELELOR ELECTRICE ÎN REGIM STAȚIONAR DE FUNCȚIONARE

7.1. ELEMENTE GENERALE

Modelul matematic al rețelelor electrice descrie particularitățile și caracteristicile elementelor componente de sistem și relațiile care guvernează interconectarea acestor elemente [1].

Având în vedere numărul mare al mărimilor electrice de stare de determinat, tensiunile în nodurile rețelei, $\underline{U}_n$ și curenții în laturi, $\underline{I}_{lk}$, pentru formarea și soluționarea sistemului de ecuații al rețelei electrice se utilizează metode matriceale. Elementele componente ale matricelor rețelelor depind de alegerea variabilelor independente. Forma matricei rețelei folosită în ecuația de funcționare depinde de sistemul de referință și anume: nodal sau ciclic (al buclelor). Astfel, pentru caracterizarea structurii și a parametrilor elementelor rețelelor electrice se utilizează așa-zisele matrice de sistem, și anume:

- **matricea admitanțelor nodale** $[\underline{Y}_{nn}]$;
- **sau matricea impedanțelor ciclurilor** $[\underline{Z}_{cc}]$.

Pentru soluționarea regimului de funcționare permanent al rețelelor electrice se consideră rețeaua liniară și se folosesc teoremele lui Kirchhoff pentru rețeaua electrică în ansamblul său, astfel încât rezolvarea problemei se reduce fie la:

- rezolvarea unui sistem de ecuații liniare când caracteristicile sarcinilor și generatoarelor se reprezintă prin $\underline{I}=\text{ct.}$;
- fie la rezolvarea unui sistem de ecuații neliniare atunci când sarcinile electrice sunt date prin puteri constante și/sau impedanțe constante.

Metoda matriceală de soluționare a sistemului de ecuații conferă o serie de avantaje, cum ar fi [1]:

- stabilirea într-un mod organizat a ecuațiilor circuitelor electrice;
- scrierea simbolică, condensată a ecuațiilor;
- posibilitatea abordării în mod general a problemei analizei și sintezei rețelelor.

7.2. TOPOLOGIA REȚELELOR ELECTRICE

Calculul rețelelor electrice presupune, ca inițial, să se precizeze legăturile între laturile și nodurile rețelelor, respectiv să se realizeze descrierea structurii rețelei. În acest scop elementele de rețea sunt modelate prin dipoli, rețelele fiind formate prin conectarea acestor dipoli. În acest scop se face abstracție de la toate relațiile de măsură (valoarea impedanțelor, curenților, tensiunilor etc.) și se apelează la metode de descriere a topologiei rețelei [1].

Structura unui circuit electric poate fi descrisă făcând apel la teoria grafurilor.

7.2.1. Elemente privind teoria grafurilor

Graful se definește ca fiind un ansamblu format din două mulțimi disjuncte N și L , între care s-a stabilit o corespondență, notată $G = (N, L)$, astfel încât fiecărui element din L îi corespunde o pereche unică de elemente din N . N este o mulțime finită și nevidă de elemente numite noduri sau vârfuri, iar L este o mulțime de perechi (ordonate sau neordonate) de elemente din N numite arce sau laturi. Se mai poate spune că graful este o configurație unitară constând din arce și noduri. Așadar un graf poate fi reprezentat sub forma unei figuri geometrice alcătuite din puncte, care corespund nodurilor și din linii drepte sau curbe care unesc aceste puncte, care corespund arcelor (Fig.7.1.a).

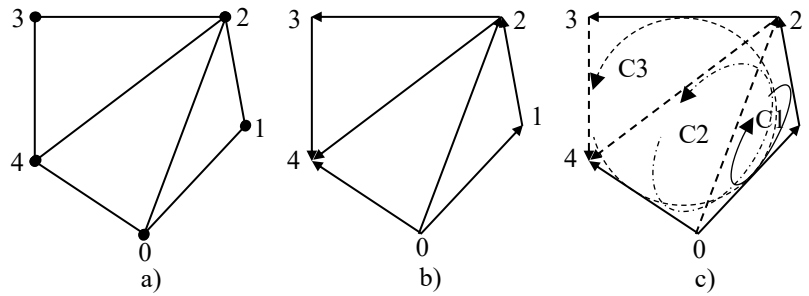


Fig.7.1. Elementele unui graf:

a) graf neorientat; b) graf orientat; c) arborele grafului reprezentat cu linie plină, respectiv coarboarele (coardele – cu linie întreruptă).

Se definesc următoarele elemente în legătură cu un graf [1]:

- **arcele** sunt elemente reprezentative ale aplicației G , sau componentele mulțimii L . Un arc care se asociază cu un singur nod se numește buclă;
- **latura**, ca și element asociat unei perechi de noduri, este simplă dacă este formată dintr-un singur arc, sau multiplă dacă este formată din mai multe arce în paralel. Un **graf orientat** se obține prin orientarea laturilor și arcelor cu ajutorul unei convenții, astfel: laturile L_{ik} sunt orientate de la nodurile cu numărul de ordine mai mic „i” la nodurile cu număr de ordine mai mare „k”. Nodul cu numărul de ordine mai mic reprezintă **extremitatea inițială** a laturii, iar nodul cu numărul de ordine mai mare reprezintă **extremitatea finală** (Fig.7.1.b și c);
- **calea** este un șir de arce cu capetele fixate în două noduri distincte. Graful se numește **conex** atunci când există o cale oarecare care parcurge numai laturi și include toate nodurile. Graful prezentat în figura 7.1 este un graf conex. În studiul rețelelor electrice intervin în special grafuri conexe;
- **lanțul** este un șir care parcurge numai laturi și are capetele fixate în două noduri distincte. Calea și lanțul sunt simple și elementare dacă nu utilizează de două ori același arc sau latură și dacă nu întâlnesc de două ori același nod.
- **ciclul** este o cale finită a cărei extremitate inițială coincide cu extremitatea finală (de exemplu un ciclu în figura 7.1 este 0-1-2-0 etc.);
- un **ciclu (ochi) independent** conține o singură coardă, deci **numărul de cicluri independente** este egal cu numărul de coarde, $o = C$. Orientarea laturii coarde dă orientarea ciclului (Fig.7.1). Sistemul de cicluri independente corespunzător unui arbore complet este format din ciclurile închise de laturi coarde care se sprijină pe extremitățile unor lanțuri de laturi arbore. În figura 7.1c sunt următoarele cicluri independente:
 - ciclul C1 format din ramurile 0-1, 1-2 și coarda 0-2;
 - ciclul C2 format din ramurile 0-1, 1-2, 0-4 și coarda 2-4;
 - ciclul C3 format din ramurile 0-1, 1-2, 2-3, 0-4 și coarda 3-4;
- **nodurile asociate** cu una sau două laturi se numesc **noduri neesențiale** în timp ce **nodurile esențiale** sunt noduri asociate cu trei sau mai multe laturi. În figura 7.1 nodurile 0, 2, 4 sunt noduri esențiale, iar nodurile 1 și 3 sunt noduri neesențiale;
- **arborele** unui graf este un subgraf fără cicluri. Dacă arborele conține toate nodurile grafului, atunci el se numește arbore complet (Fig.7.1c). Numărul de laturi, numite ramuri, al arborelui complet este:

$$r = n - 1, \quad (7.1)$$

unde n este numărul de noduri ale grafului.

- **coarboarele** unui graf este un subgraf complementar unui arbore complet. Numărul de laturi, numite coarde, al coarboarelui este:

$$C = l - r = l - n + 1, \quad (7.2)$$

unde ℓ este numărul de noduri al grafului. Dacă coordonatele sunt adăugate la arborele rețelei rezultă ciclurile (ochiurile) rețelei.

7.2.2. Matrice de incidență

Se definește **incidența** ca o noțiune care precizează asocierea dintre elementele de bază ale grafului, noduri și laturi:

- o latură este incidentă la un nod atunci când nodul este o extremitate a laturii. Incidența este pozitivă sau negativă, după cum nodul este extremitatea inițială sau finală a laturii;
- o latură este incidentă la un ciclu atunci când latura face parte din ciclu. Incidența este pozitivă sau negativă, după cum orientarea laturii corespunde sau nu cu orientarea ciclului.

7.2.2.1. Matricea de incidență noduri – laturi sau matricea de incidență a nodurilor, $[A_0]$

Se numește matrice de incidență noduri-laturi completă, notată cu $[A_0]$, matricea de bază care conține toate informațiile referitoare la caracteristicile topologice ale grafului. Nodurile grafului se asociază cu liniile matricei, iar laturile grafului cu coloanele matricei. Termenii matricei sunt +1, -1, sau 0, după cum latura de pe coloană și nodul de pe linie sunt incidente pozitiv, negativ sau nu sunt incidente:

- $a_{ij} = +1$, dacă latura de pe coloană și nodul de pe linie sunt incidente pozitiv;
- $a_{ij} = -1$, dacă latura de pe coloană și nodul de pe linie sunt incidente negativ;
- $a_{ij} = 0$, dacă latura de pe coloană și nodul de pe linie nu sunt incidente.

Are proprietatea că suma termenilor de pe fiecare coloană este egală cu zero. Se poate elimina un nod, numit nod de referință, notat de obicei cu zero (pământul fictiv – conductorul de întoarcere a curentului în modelul monofazat al rețelelor trifazate). Celelalte noduri se numesc noduri independente. Dimensiunea acestei matrice este $(n \times \ell)$ și se întocmește trecând pe linii nodurile în ordinea crescătoare a numerotării lor, iar pe coloane laturile începând cu ramurile și continuând cu coardele grafului. Pentru graful din figura 7.1, c se obține:

$$[A_0]_{5 \times 7} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{N/L} & 0-1 & 1-2 & 2-3 & 0-4 & 0-2 & 2-4 & 3-4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 \\ -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & +1 & 0 & -1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (7.3)$$

Matricea de incidență redusă, $[A]$, numită și **matricea de incidență a laturilor cu nodurile independente** se obține din matricea $[A_0]$ prin eliminarea nodului de referință. Dimensiunea acestei matrice este $(n-1) \times \ell$, unde l este numărul de laturi al grafului. În cazul grafului din figura 7.1, c se elimină nodul 0:

$$[A]_{4 \times 7} = \begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

Matricea $[A]$ este o matrice singulară, care se poate partiționa în două submatrice A_1 și A_2 corespunzător partiționării laturilor în laturi arbore (ramuri) și laturi coarde:

$$[A] = \begin{bmatrix} \text{ramuri} & \text{coarde} \\ [A_1] & [A_2] \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

7.2.2.2. Matricea de incidență a laturilor cu ciclurile independente, $[B]$

Ciclurile independente se asociază cu liniile matricei, iar laturile grafului cu coloanele matricei. Similar cu matricea de incidență noduri-laturi, pe linii se trec ciclurile independente în ordinea crescătoare a numerotării lor, iar pe coloane laturile grafului în aceeași ordine ca și în cazul matricei $[A]$. Are dimensiunea $c \times \ell$, unde $c = \ell - n + 1$ este numărul de coarde sau cicluri independente (un ciclu independent are orientarea singurei coarde pe care o conține). Termenii matricei sunt:

- $b_{ij} = +1$, dacă latura de pe coloană și ciclul de pe linie sunt incidente pozitiv;
- $b_{ij} = -1$, dacă latura de pe coloană și ciclul de pe linie sunt incidente negativ;
- $b_{ij} = 0$, dacă latura de pe coloană și ciclul de pe linie nu sunt incidente.

Pentru scrierea acestei matrice este absolut necesar să se aleagă arborele grafului, dar nu este necesar să se precizeze nodul de referință. Pentru graful din figura 7.1.c se obține:

$$[B]_{3 \times 7} = \begin{matrix} & \begin{matrix} C/L & 0-1 & 1-2 & 2-3 & 0-4 & 0-2 & 2-4 & 3-4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ +1 & +1 & 0 & -1 & 0 & +1 & 0 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \end{matrix}. \quad (7.6)$$

Matricea $[B]$ se poate partiționa în două submatrice $[B_1]$ și $[U_2]$, corespunzător partiționării laturilor în laturi arbore r și laturi coarde c . Matricea $[B]$ partiționată este:

$$[B] = \begin{bmatrix} \text{ramuri} & \text{coarde} \\ [B_1] & [U_2] \end{bmatrix}. \quad (7.7)$$

Matricea B este o matrice singulară. Submatricea $[B_1]$ este în general singulară de dimensiunea $C \times r$. $[U_2]$ este o matrice unitate de dimensiunea $C \times C$.

7.2.2.3. Relații între matricele de incidență $[A]$ și $[B]$

Matricele de incidență ale unui graf A , și nu sunt independente ci satisfac relațiile de ortogonalitate:

$$\begin{cases} [A] \cdot [B]^T = [0] \\ [B] \cdot [A]^T = [0] \end{cases}, \quad (7.8)$$

sau sub formă algebrică:

$$\sum_k a_{ik} b_{kj} = 0 \quad (7.9)$$

În relația (7.8) se introduc relațiile (7.5) și (7.7) rezultând:

$$[A_1][B_1]^T + [A_2] = [0] \quad (7.10)$$

din care rezultă că:

$$[B_1]^T = -[A_1]^{-1} \cdot [A_2]. \quad (7.11)$$

Relația (7.11) poate fi utilizată pentru calculul submatricei $[B_1]$ în funcție de submatricile $[A_1]$ și $[A_2]$.

7.3. ECUAȚIILE REȚELOR ELECTRICE

O rețea electrică este formată în general din elemente separate – laturi, active sau pasive, care sunt conectate între ele conform unei scheme de conexiuni. Elementele rețelei – latura –

se reprezintă prin scheme echivalente (dipoli) care se conectează între ele conform schemei de conexiuni a elementelor și se obține schema echivalentă a rețelei.

Starea electrică a rețelei este determinată de mărimile de stare electrică de la bornele elementelor de rețea: curenți la borne, tensiuni la borne.

Ecuațiile de material sunt ecuațiile de funcționare scrise cu ajutorul mărimilor de stare electrică atașate rețelei – curenții din laturi, tensiuni la borne, impedanțele proprii și mutuale ale laturilor [1].

Informațiile referitoare la caracteristicile topologice ale schemei de conexiuni se dau sub forma matricelor de incidență.

Ecuațiile topologice se definesc ca fiind ecuațiile de funcționare scrise cu ajutorul mărimilor de stare electrică în care intervin matricele de incidență.

7.3.1. Ecuațiile de material

O latură unei rețele electrice poate fi reprezentată prin scheme echivalente elementare, fie: sub forma a unei laturi elementare (Fig.7.2, a); prin schema echivalentă a unui nod elementar (Fig.7.2, b).

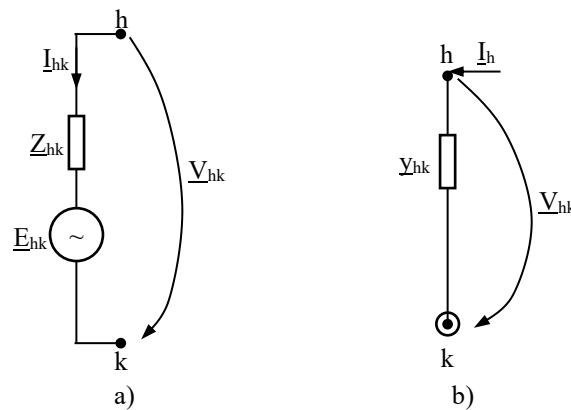


Fig.7.2. Schema echivalentă a unei laturi:
a – cu impedanțe; b- cu admitanțe.

Mărimile de stare electrică și parametrii schemei echivalente sunt:

- $\underline{V}_{hk}$ este tensiunea la bornele laturii h-k;
- $\underline{I}_{hk}$ – curentul care intră în latura h-k;
- $\underline{E}_{hk}$ – tensiunea electromotoare din latură (de fază);
- $\underline{I}_h$ – curentul debitat de sursa de curent din latură;
- $\underline{Z}_{hk}$ – impedanța proprie a laturii h-k;
- $\underline{Y}_{hk}$ – admitanța proprie a laturii h-k.

Ecuațiile de funcționare ale unei laturi reprezentată sub forma impedanță sunt:

$$\underline{Z}_{hk} \cdot \underline{I}_{hk} = \underline{V}_{hk} + \underline{E}_{hk}, \quad (7.12)$$

iar sub forma de admitanță este:

$$\underline{Y}_{hk} (\underline{V}_{hk} + \underline{E}_{hk}) = \underline{I}_{hk}. \quad (7.13)$$

Ecuațiile anterioare scrise pentru toate laturile rețelei iau forma matriceală:

$$[\underline{Z}] \cdot [\underline{I}] = [\underline{V}] + [\underline{E}], \quad (7.14)$$

$$[\underline{Y}] \cdot [\underline{V}] = [\underline{I}] + [\underline{I}_{sc}], \quad (7.15)$$

unde:

- $[Z]$ este matricea de impedanță a laturilor; este o matrice pătrată de dimensiunea $\ell \times \ell$, unde ℓ este numărul laturilor. Matricea $[Z]$ nu depinde de schema de conexiuni, adică de proprietățile topologice ale schemei de conexiuni;
- $[Y]=[Z]^{-1}$ reprezintă matricea de admitanță a laturilor;
- $[V]$ –este o matrice coloană având dimensiunea $\ell \times 1$, cu liniile aranjate în ordinea laturilor. Termenii matricei sunt tensiunile de la bornele laturilor;
- $[E]$ este o matrice coloană, cu dimensiunea $\ell \times 1$, având liniile aranjate în ordinea laturilor. Termenii matricei sunt t.e.m. din laturi, luate cu semnul + sau – după cum sensul tensiunii corespunde sau nu cu sensul de orientare a laturii;
- $[I]$ este tot o matrice coloană, de dimensiune $\ell \times 1$, cu rândurile aranjate în ordinea laturilor. Termenii matricei sunt curenții care intră în laturi;
- $[I_{sc}]$ reprezintă matricea curenților de scurtcircuit, la bornele laturilor, luați cu semn schimbat. Este o matrice având dimensiunea $\ell \times 1$ cu rândurile aranjate în ordinea laturilor:

$$[I_{sc}] = -[Y] \cdot [E]. \quad (7.16)$$

Pentru rețele electrice fără cuplaje mutuale matricele $[Y]$ și $[Z]$ sunt diagonale.

7.3.2. Ecuațiile topologice ale rețelelor electrice

Ecuațiile topologice ale rețelelor electrice, scrise cu ajutorul matricei $[A]$, sunt:

- prima teoremă a lui Khirchhoff scrisă sub forma [1]:

$$[A] \cdot [I] = [I_n]; \quad (7.17)$$

- teorema potențialului scalar în regim staționar scrisă sub forma:

$$[A]^T \cdot [V_n] = [V]. \quad (7.18)$$

Ecuațiile (7.17) și (7.18) sunt **ecuațiile topologice de bază** ale rețelelor electrice și permit transformarea unei rețele cu surse de curent în laturi într-o rețea echivalentă cu curenți injectați la noduri, unde:

- **matricea** $[I_n]$ are dimensiunea $(n-1) \times 1$. Rândurile matricelor sunt atașate nodurilor independente. Termenii matricei $[I_n]$ sunt curenții injectați (se presupun pozitivi), sau ejectați (se introduc cu semnul minus), la nodurile independente;
- **matricea** $[V_n]$ este o matrice coloană având dimensiunea $(n-1) \times 1$, termenii matricei sunt tensiunile nodurilor independente, determinate față de potențialul arbitrar al nodului de referință, orientate de la nodurile independente către nodul de referință.

O altă pereche de ecuații topologice pot fi scrise cu ajutorul matricei ochiuri independente-laturi, $[B]$.

Astfel, se multiplică ecuația (7.18) la dreapta cu matricea $[B]$ și se ține cont de relațiile de ortogonalitate (7.8):

$$[B] \cdot [A]^T \cdot [V_n] = [B] \cdot [V], \quad (7.19)$$

sau

$$[B] \cdot [V] = [0]. \quad (7.20)$$

În continuare se partiționează, corespunzător arborelui și coarborelui grafului asociat, ecuația (7.17):

$$\begin{bmatrix} [A_1] & [A_2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_1] \\ [I_2] \end{bmatrix} = [I_n], \quad (7.21)$$

$$[A_1] \cdot [I_1] + [A_2] \cdot [I_2] = [I_n]. \quad (7.22)$$

Se multiplică ecuația (7.22) la dreapta cu $[A_1]^{-1}$:

$$[I_1] = [B_1]^T [I_2] + [A_1]^{-1} \cdot [I_n] \quad (7.23)$$

și se obține ținând seama de proprietatea (7.11):

$$[I] = [B][I_2] + [A]^{-1} \cdot [I_n]. \quad (7.24)$$

Ecuatiile (7.20) și (7.24) reprezintă ecuațiile topologice scrise cu matricea $[B]$.

7.3.3. Sistemul de referință nodal. Metoda potențialelor la noduri

Se consideră ecuația de material pentru forma admitanță (7.15) care se multiplică la dreapta cu matricea $[A]$

$$[A] \cdot [Y] \cdot [V] = [A] \cdot [I] + [A] \cdot [I_{sc}], \quad (7.25)$$

și ținând cont de ecuațiile topologice (7.17) și (7.18) se scriu succesiv relațiile:

$$[A] \cdot [Y] \cdot [A]^T \cdot [V_n] = [A] \cdot [I] + [A] \cdot [I_{sc}], \quad (7.26)$$

$$[Y_{nn}] \cdot [V_n] = [I_n] + [I_{nsc}], \quad (7.27)$$

cu:

➤ matricea de admitanță nodală, $(n-1) \times (n-1)$, este

$$[Y_{nn}] = [A] \cdot [Y] \cdot [A]^T; \quad (7.28)$$

➤ $[V_n]$ – matricea coloană a potențialelor nodurilor independente în raport cu nodul de referință, orientate de la nodurile independente spre nodul de referință;

➤ $[I_n]$ - matrice coloană, $(n-1) \times 1$; termenii matricei I_h sunt egali cu sumele curenților injectați la fiecare din nodurile h. În absența injectiilor de curent din noduri $[I_n]=0$.

➤ $[I_{nsc}]$ - matrice coloană, $(n-1) \times 1$; termenii matricei I_{hsc} sunt egali cu sumele curenților de scurtcircuit din laturile incidente nodului h. În absența surselor de tensiune din laturi $[I_{nsc}]=0$.

Ecuatia (7.27) reprezintă **metoda potențialelor la noduri**, în care necunoscutele sunt potențialele nodurilor independente în raport cu potențialul nodului de referință care pot fi determinate cu:

$$[V_n] = [Y_{nn}]^{-1} \cdot \{[I_n] + [I_{nsc}]\}. \quad (7.29)$$

Matricea de admitanță nodală, $[Y_{nn}]$, se determină ținând seama de existența laturilor cu transformatoare de putere

7.3.3.1. Cazul circuitelor electrice, fără transformatoare în laturi (sau cazul în care se apelează la modelarea în mărimi raportate [u.r.]

Matricea $[Y_{nn}]$ se determină cu relația (7.28) în care matricea $[A]$ se calculează conform subparagrafului 7.2.2.1. Termenii ei se mai pot calcula pe baza definițiilor:

➤ termenii diagonali ai matricei de admitanță nodală sunt egali cu suma admitanțelor laturilor incidente la nodul respectiv:

$$Y_{hh} = \sum_k Y_{hk}, \quad (7.30)$$

➤ termenii nediagonali sunt egali cu admitanța dintre nodurile conectate, h și k , luată cu semn schimbat:

$$\underline{Y}_{hk} = \underline{Y}_{kh} = -\underline{y}_{hk}. \quad (7.31)$$

7.3.3.2. Cazul rețelelor cu transformatoare în laturi

În conformitate cu paragraful 3.1.2 se pot trata două situații în general [2]:

A. Transformator coborător, operatorul de transformare conectat la nodul h (latura orientată de la nodul h la nodul k – admitanța transformatorului este calculată în funcție de tensiunea nodului k) - pentru un transformator cu comutarea fazei raportul de transformare este o mărime complexă și se poate scrie următoarea relație a admitanței nodale (3.14):

$$[\underline{Y}_{hk}] = \begin{bmatrix} N_{kh}^2 \underline{y}_{kh} & -N_{kh}^* \underline{y}_{kh} \\ -N_{kh} \underline{y}_{kh} & \underline{y}_{kh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{kh}^* \\ -1 \end{bmatrix} \underline{y}_{kh} \begin{bmatrix} N_{kh} & -1 \end{bmatrix} = \left\{ [\underline{A}_{kh}]^T \right\}^* \cdot \underline{y}_{kh} \cdot [\underline{A}_{kh}], \quad (7.32)$$

unde matricea $[\underline{A}_{kh}]$ este matricea de cvasiincidență.

Dacă transformatorul este în fază atunci raportul de transformare este o mărime reală și

$$\left\{ [\underline{A}_{kh}]^T \right\}^* = [\underline{A}_{kh}]^T = \begin{bmatrix} N_{kh} \\ -1 \end{bmatrix}, \quad (7.33)$$

iar în conformitate cu (3.15)

$$[\underline{Y}_{hk}] = [\underline{A}_{kh}]^T \cdot \underline{y}_{kh} \cdot [\underline{A}_{kh}] = \begin{bmatrix} N_{kh} \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \underline{y}_{kh} \cdot \begin{bmatrix} N_{kh} & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{kh}^2 \underline{y}_{kh} & -N_{kh} \underline{y}_{kh} \\ -N_{kh} \underline{y}_{kh} & \underline{y}_{kh} \end{bmatrix}. \quad (7.34)$$

Dacă raportul de transformare, N_{kih} este real atunci matricea $[\underline{Y}_{hk}]$ este simetrică, iar incidența laturii $h-k$ cu nodul inițial h , în matricea de incidență noduri-laturi, va lua valoarea N_{kh} (în loc de „+1”) !

În cazul în care componentele transversale ale transformatorului nu se neglijează acestea se adaugă și ele la termenul $\underline{Y}_{hh}$.

B. Transformator ridicător, operatorul de transformare conectat la nodul k (latura orientată de la nodul h la nodul k – admitanța transformatorului este calculată în funcție de tensiunea nodului h) - pentru un transformator cu comutarea fazei raportul de transformare este o mărime complexă și se poate scrie următoarea relație a admitanței nodale (3.26):

$$[\underline{Y}_{hk}] = \begin{bmatrix} \underline{y}_{hk} & -N_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ -N_{hk}^* \cdot \underline{y}_{hk} & N_{hk}^2 \cdot \underline{y}_{hk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ N_{hk}^* \end{bmatrix} \underline{y}_{hk} \begin{bmatrix} N_{hk} & -1 \end{bmatrix} = \left\{ [\underline{A}_{hk}]^T \right\}^* \cdot \underline{y}_{hk} \cdot [\underline{A}_{hk}], \quad (7.35)$$

unde matricea $[\underline{A}_{hk}]$ este matricea de cvasiincidență.

Dacă transformatorul este în fază atunci raportul de transformare este o mărime reală și

$$\left\{ [\underline{A}_{hk}]^T \right\}^* = [\underline{A}_{hk}]^T = \begin{bmatrix} -1 \\ N_{hk} \end{bmatrix}, \quad (7.36)$$

iar în conformitate cu (3.15)

$$[\underline{Y}_{hk}] = [\underline{A}_{hk}]^T \cdot \underline{y}_{hk} \cdot [\underline{A}_{hk}] = \begin{bmatrix} -1 \\ N_{hk} \end{bmatrix} \cdot \underline{y}_{hk} \cdot \begin{bmatrix} -1 & N_{hk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_{hk} & -N_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} \\ -N_{hk} \cdot \underline{y}_{hk} & N_{hk}^2 \cdot \underline{y}_{hk} \end{bmatrix}. \quad (7.37)$$

Dacă raportul de transformare, N_{hk} , este real atunci matricea $[Y_{hk}]$ este simetrică iar incidența laturii $h-k$ cu nodul final k , în matricea de incidență noduri-laturi, va lua valoarea $-N_{hk}$ (în loc de „-1”) !

Aplicația 7.1. Se consideră rețeaua prezentată prin schema monofilară în figura 7.3. Transformatoarele sunt transformatoare în fază fără reglaj.

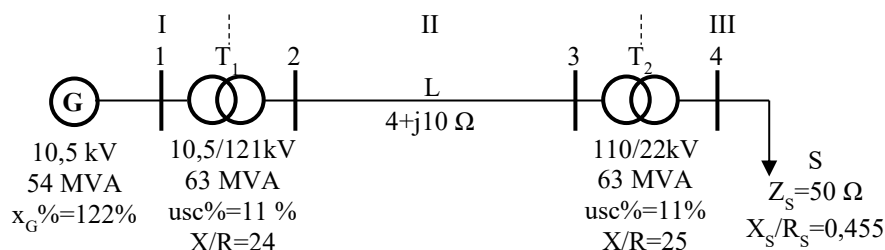


Fig.7.3. Schema electrică monofilară a unei rețele electrice.

Se cere să se determine matricea admitanțelor nodale, $[Y_{nn}]$, atât în unități relative cât și în unități fizice.

Soluție:

1. Se stabilesc mărimile de bază.

Tabelul 7.1. Mărimile de bază atașate rețelei prezentate în figura 7.3

S_b [MVA]	U_b [kV]			$I_b = S_b / (\sqrt{3} U_b)$ [kA]			$Z_b = U_b / (\sqrt{3} I_b)$ [Ω]		
	U_{bI}	U_{bII}	U_{bIII}	I_{bI}	I_{bII}	I_{bIII}	Z_{bI}	Z_{bII}	Z_{bIII}
100	10,5	121	$121 \cdot 22 / 110 = 24,2$	5,5	0,48	2,40	1,10	146	5,80

2. Se calculează parametrii elementelor de rețea atât în unități fizice cât și în unități relative (Tabelul 7.2)

Tabelul 7.2. Parametrii elementelor rețelei în studiu

Element		$\underline{z} = r + jx$ [Ω]	$\underline{z}_{u.r.} = z/z_b$	$\underline{y} = 1/\underline{z}$ [S]	$\underline{y}_{u.r.} = 1/\underline{z}_{u.r.}$
Transformator $X_T \approx \frac{u_{sc\%}}{100} \frac{U_N^2}{S_{TN}}$ $R_T \ll X_T (\approx 0)$	T1 $\underline{z}_{21}$ $N_{21} = 121/10,5 = 11,52$	$\approx j26$	$j0,175$	$-j0,039$	$-j5,70$
	T2 $\underline{z}_{34}$ $N_{34} = 110/22 = 5$	$\approx j21$	$j0,145$	$-j0,048$	$-j6,90$
Sursă $\underline{z}_{03}$; $R_G \approx 0$; $X_G = \frac{x_{\%}}{100} \frac{U_{GN}^2}{S_{GN}}$		$j2,5$	$j2,27$	$-j0,40$	$-j0,44$
Linie $\underline{z}_{23}$		$4 + j10$	$0,027 + j0,068$	$0,035 - j0,086$	$5 - j12,60$
Sarcină $\underline{z}_{04}$ $R_S = \frac{Z_S}{\sqrt{1 + (X_S/R_S)^2}}$; $X_S = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2}$		$45,5 + j20,7$	$7,85 + j3,57$	$0,0182 - j0,0083$	$0,106 - j0,048$

În figura 7.4 este prezentată schema electrică monofazată echivalentă a rețelei din figura 7.3, având numerotate nodurile și marcate valorile admitanțelor laturilor, atât în unități fizice cât și în unități relative.

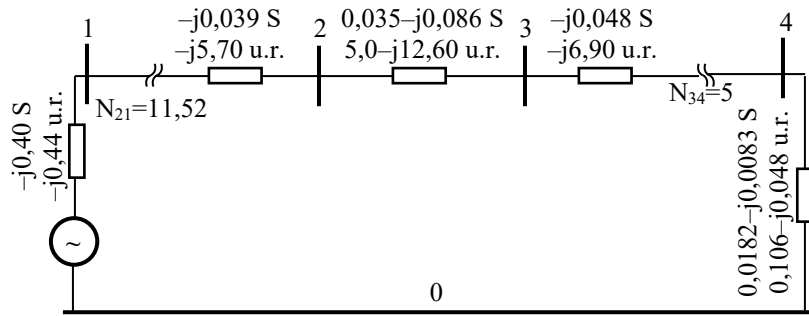


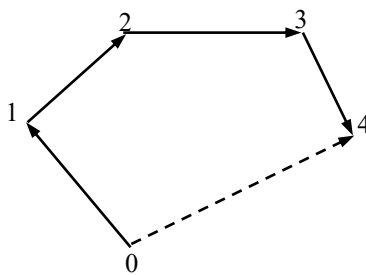
Fig.7.4. Schema electrică echivalentă monofază a rețelei din figura 7.3.

3. În continuare se scriu matricele admitanțelor laturilor atât în unități fizice, cât și în unități relative:

$$[\underline{Y}]_{(s)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0-1 & 1-2 & 2-3 & 3-4 & 0-4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0-1 \\ 1-2 \\ 2-3 \\ 3-4 \\ 0-4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -j0,40 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j0,039 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,035-j0,086 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -j0,048 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0182-j0,0083 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$[\underline{Y}]_{(u.r.)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0-1 & 1-2 & 2-3 & 3-4 & 0-4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0-1 \\ 1-2 \\ 2-3 \\ 3-4 \\ 0-4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -j0,44 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j5,70 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5,0-j0,086 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -j6,90 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,106-j0,048 \end{bmatrix} \end{matrix};$$

4. Se întocmește graful rețelei (Fig.7.5), în care cu linie plină sunt marcate ramurile iar cu linie întreruptă coardele și se întocmește matricea de incidență noduri - laturi, $[\underline{A}]$:



$$[\underline{A}] = \begin{matrix} \text{N/L} & \begin{matrix} 0-1 & 1-2 & 2-3 & 3-4 & 0-4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Fig.7.5. Graful rețelei din figura 7.4.

5. Se calculează, cu ajutorul matricei $[\underline{A}]$, matricea admitanțelor nodurilor, $[\underline{Y}_{nn}]_{u.r.}$ în unități relative:

$$\begin{aligned}
 [\underline{\mathbf{Y}}_{nn}]_{u.r.} &= [\underline{\mathbf{A}}][\underline{\mathbf{Y}}]_{u.r.} [\underline{\mathbf{A}}]^T = \\
 &= \begin{bmatrix} -j6,14 & j5,70 & 0 & 0 \\ j5,70 & 5-j18,30 & -5+j12,60 & 0 \\ 0 & -5+j12,60 & 5-j19,50 & j6,90 \\ 0 & 0 & j6,90 & 0,106-j6,95 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

sau se determină elementele matricei admitanțelor nodurilor pe baza definițiilor:

$$\underline{Y}_{11} = \underline{y}_{01} + \underline{y}_{12} = -j0,44 - j5,70 = -j6,14 \text{ u.r.};$$

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = -\underline{y}_{12} = +j5,70 \text{ u.r.};$$

$$\underline{Y}_{22} = \underline{y}_{12} + \underline{y}_{23} = -j5,70 + 5 - j12,60 = 5 - j18,30 \text{ u.r.};$$

$$\underline{Y}_{23} = \underline{Y}_{32} = -\underline{y}_{23} = -5 + j12,60 \text{ u.r.};$$

$$\underline{Y}_{33} = \underline{y}_{23} + \underline{y}_{34} = 5 - j12,60 - j6,90 = 5 - j19,50 \text{ u.r.};$$

$$\underline{Y}_{34} = \underline{Y}_{43} = -\underline{y}_{34} = +j6,90 \text{ u.r.};$$

$$\underline{Y}_{44} = \underline{y}_{04} + \underline{y}_{34} = 0,106 - j0,048 - j6,90 = 0,106 - j6,95 \text{ u.r.}$$

6. Se calculează potențialele nodurilor în ipoteza modelului în unități relative

$$[\underline{\mathbf{E}}]_{u.r.} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$[\underline{\mathbf{I}}_{sc}]_{u.r.} = -[\underline{\mathbf{Y}}]_{u.r.} \cdot [\underline{\mathbf{E}}]_{u.r.} = \begin{bmatrix} j0,44 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$[\underline{\mathbf{I}}_{nsc}]_{u.r.} = [\underline{\mathbf{A}}] \cdot [\underline{\mathbf{I}}_{sc}]_{u.r.} = \begin{bmatrix} -j0,44 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$[\underline{\mathbf{V}}_n]_{u.r.} = [\underline{\mathbf{Y}}_{nn}]_{u.r.}^{-1} \cdot [\underline{\mathbf{I}}_{nsc}]_{u.r.} = \begin{bmatrix} 0,8593 - j0,1781 \\ 0,8484 - j0,1919 \\ 0,8420 - j0,1956 \\ 0,8331 - j0,2069 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Abs}\{[\underline{\mathbf{V}}_n]_{u.r.}\} = \begin{bmatrix} 0,8775 \\ 0,8798 \\ 0,8644 \\ 0,8584 \end{bmatrix},$$

Multiplicând elementele matricei potențialelor nodurilor cu tensiunile de bază corespunzătoare ($U_{b1} = 10,5 \text{ kV}$; $U_{b2} = 121 \text{ kV}$; $U_{b3} = 121 \text{ kV}$, $U_{b4} = 24,2 \text{ kV}$) se obține matricea potențialelor ca tensiuni în unități fizice:

$$[\underline{\mathbf{U}}_n] = \begin{bmatrix} 9,21 \\ 106,46 \\ 104,59 \\ 20,77 \end{bmatrix} \text{ kV};$$

7. Pentru calculul matricei admitanțelor nodale, în unități fizice, sub formă matriceală, se apelează la matricea de incidență $[A']$:

$$[A'] = \begin{matrix} & \begin{matrix} N/L & 0-1 & 1-2 & 2-3 & 3-4 & 0-4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -11,52 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

în care:

- pentru transformatorul ideal conectat la nodul inițial h, incidența laturii transformator cu extremitatea inițială este „+N_{kh}”, iar cu cea finală „-1”;
- pentru transformatorul ideal conectat la nodul final k, incidența laturii transformator cu extremitatea inițială este „+1”, iar cu cea finală „-N_{hk}”.

Astfel, se obține matricea admitanțelor nodurilor în unități fizice matriceal:

$$[Y_{nn}]_{(S)} = [A'] [Y]_{(S)} [A']^T =$$

$$= \begin{bmatrix} -j5,5757 & j0,4493 & 0 & 0 \\ j0,4493 & 0,035 - j0,125 & -0,035 + j0,086 & 0 \\ 0 & -0,035 + j0,086 & 0,035 - j0,134 & j0,24 \\ 0 & 0 & j0,24 & 0,0182 - j1,2083 \end{bmatrix}.$$

Elementele matricei admitanțelor nodurilor în unități fizice pe baza definițiilor elementelor matricei $[Y_{nn}]_{(S)}$:

$$Y_{11} = y_{01} + (N_{21})^2 \cdot y_{12} = -0,40 + 11,52^2(-j0,039) = -j0,5757 \text{ S};$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -(N_{21} \cdot y_{12}) = -11,52(-j0,039) = j0,4493 \text{ S};$$

$$Y_{22} = (N_{21})^2 y_{12} + y_{23} = 11,52^2(-j0,039) + 0,035 - j0,086 = 0,035 - j0,126 \text{ S};$$

$$Y_{23} = Y_{32} = -y_{23} = -0,035 + j0,086 \text{ S};$$

$$Y_{33} = y_{23} + y_{34} = 0,035 - j0,086 + (-j0,048) = 0,035 - j0,134 \text{ S};$$

$$Y_{34} = Y_{43} = -N_{34} \cdot y_{34} = -5(-j0,048) = j0,24 \text{ S};$$

$$Y_{44} = y_{04} + (N_{34})^2 y_{34} = 0,0182 - j0,0083 + 5^2(-j0,048) = 0,0182 - j1,2083 \text{ S}.$$

8. Verificarea echivalenței celor două metode de calcul, în unități relative și în unități fizice, poate fi făcută prin calculul potențialelor nodurilor în conformitate cu relațiile (7.28), (7.29) în care matricea curenților injectați în noduri $[I_n] = 0$.

Calculul potențialelor nodurilor în ipoteza modelului în unități fizice:

$$[E] = \begin{bmatrix} 10,5/\sqrt{3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ kV};$$

$$[I_{sc}] = -[Y] \cdot [E] = \begin{bmatrix} j2,4249 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ kA};$$

$$[\underline{I}_n] = [\underline{A}] \cdot [\underline{I}_{sc}] = \begin{bmatrix} -j2,4249 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ kA};$$

$$[\underline{U}_n] = \sqrt{3} [\underline{Y}_{nn}]^{-1} \cdot [\underline{I}_n] = \begin{bmatrix} 9,01 - j1,88 \\ 102,51 - j23,22 \\ 101,73 - j23,66 \\ 20,13 - j5,0 \end{bmatrix} \text{ kV} \Rightarrow \text{Abs}\{[\underline{U}_n]\} = \begin{bmatrix} 9,20 \\ 105,10 \\ 104,44 \\ 20,74 \end{bmatrix} \text{ kV}.$$

Comparând rezultatele obținute se constată că cele două abordări sunt echivalente.

7.3.4. Sistemul de referință al ochiurilor independente. Metoda curenților ciclici

Pe baza legii a doua a lui Kirchhoff, (7.14) și a relației (7.21) se scriu ecuațiile elementului de rețea sub forma:

$$[\underline{B}] \cdot [\underline{V}] = \underline{0} \Rightarrow [\underline{B}] \cdot [\underline{Z}] \cdot [\underline{I}] = [\underline{B}] \cdot [\underline{E}], \quad (7.38)$$

$$[\underline{B}] \cdot [\underline{Z}] \cdot [\underline{B}]_T \cdot [\underline{I}_C] = [\underline{E}_C]; \quad (7.39)$$

sau

$$[\underline{Z}_{CC}] \cdot [\underline{I}_C] = [\underline{E}_C], \quad (7.40)$$

unde:

➤ $[\underline{Z}_{CC}] = [\underline{B}] \cdot [\underline{Z}] \cdot [\underline{B}]_T$ este matricea impedanțelor ochiurilor independente, de dimensiunea $C \times C$:

▪ termenii Z_{ii} de pe diagonala matricei sunt egali cu sumele impedanțelor laturilor incidente la ciclurile C_i ;

▪ termenii $Z_{ik} = Z_{ki}$ sunt egali cu sumele impedanțelor laturilor comune perechilor de cicluri C_i și C_k . Impedanțele $Z_{ik} = Z_{ki}$ se introduc în matrice cu semnul „+” sau „-”, după cum corespund sau nu sensurile curenților ciclici (de coardă) din laturile comune;

➤ $[\underline{E}_C] = [\underline{B}] \cdot [\underline{E}]$ – matrice coloană, având dimensiunea $C \times 1$, termenii ei fiind egali cu suma algebrică a tensiunilor electromotoare de pe conturul ciclui independent;

➤ $[\underline{I}_C]$ – matricea coloană, de dimensiune $C \times 1$, a curenților ochiurilor independente (curenții din laturile coardă).

Ecuația care reprezintă metoda curenților ciclici se scrie:

$$[\underline{I}_C] = [\underline{Z}_{CC}]^{-1} \cdot [\underline{E}_C]. \quad (7.41)$$

Aplicația 2. Se consideră rețeaua prezentată în figura 7.6 prin schema monofilară, respectiv prin schema electrică monofazată a rețelei.

Se cere să se calculeze:

1. Matricea de incidență a admitanțelor nodale și matricea impedanțelor ciclurilor;
2. Matricea curenților nodali, respectiv a t.e.m. de contur.
3. Să se determine potențialele nodurilor și curenții ciclici.

Datele prezentate în figura 7.6 sunt în unități relative (u.r.), laturile fiind reprezentate prin impedanțe.

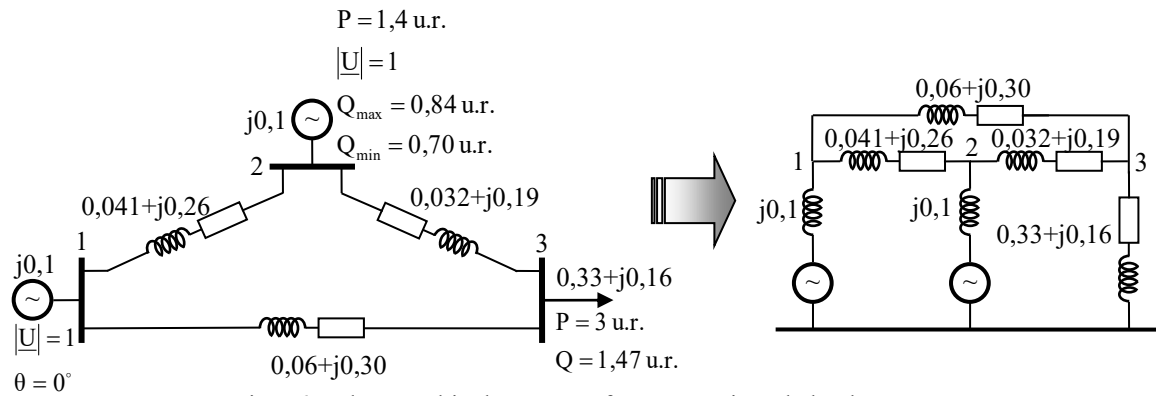


Fig.7.6. Schema echivalentă monofază a unei rețele buclate

Soluție:

Se întocmește graful atașat rețelei din figura 7.6 (Fig.7.7), nodurile fiind marcate în conformitate cu notațiile din figură, cu linie plină fiind marcate ramurile și cu linie întreruptă coardele.

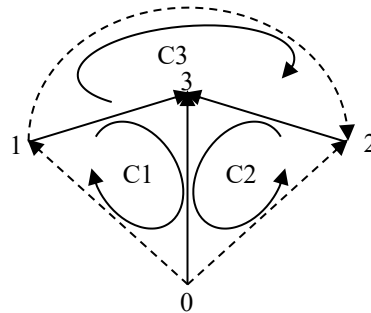


Fig.7.7. Graful asociat rețelei din figura 7.6.

1. Pentru graful din figura 7.7 rezultă următoarele matrice de incidență:

$$N/L \quad \begin{matrix} 0-3 & 1-3 & 2-3 & 0-1 & 0-2 & 1-2 \end{matrix}$$

$$[A] = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$C/L \quad \begin{matrix} 0-3 & 1-3 & 2-3 & 0-1 & 0-2 & 1-2 \end{matrix}$$

$$[B] = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

2. Matricea impedanțelor rețelei (6×6)

$$[Z]_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} 0.33 + 0.16j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.06 + 0.30j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.032 + 0.19j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0 + 0.10j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0 + 0.10j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.041 + 0.26j \end{bmatrix} [\text{u.r.}];$$

3. Matricea admitanțelor rețelei (6×6)

$$[\underline{Y}]_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} 2.45-1.19j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.64-3.20j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.86-5.12j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0-10.0j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0-10.0j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.59-3.75j \end{bmatrix} [\text{u.r.}];$$

3. Matricea admitanțelor nodale (3×3)

$$[\underline{Y}_{nn}] = [\underline{A}] \cdot [\underline{Y}] \cdot [\underline{A}]^T = \begin{bmatrix} 1.23-16.96j & -0.59+3.75j & -0.64+3.20j \\ -0.59+3.75j & 1.45-18.87j & -0.86+5.12j \\ -0.64+3.20j & -0.86+5.12j & 3.96-9.51j \end{bmatrix} [\text{u.r.}].$$

Verificare:

$$\begin{aligned} y_{nn}(1,1) &= y_{0-1} + y_{1-2} + y_{1-3} = -j10.0 + 0.5918 - j3.7528 + 0.6410 - j3.2051 = 1.2328 - j16.9580 \\ y_{nn}(1,2) &= y_{nn}(2,1) = -y_{1-2} = -0.5918 + j3.7528 [\text{u.r.}]; \end{aligned}$$

4. Matricea impedanțelor ciclurilor (3×3)

$$[\underline{Z}_{cc}] = [\underline{B}] \cdot [\underline{Z}] \cdot [\underline{B}]^T = \begin{bmatrix} 0.39 + 0.56j & 0.33 + 0.16j & -0.06 - 0.30j \\ 0.33 + 0.16j & 0.362 + 0.45j & 0.032 + 0.19j \\ -0.06 - 0.30j & 0.032 + 0.19j & 0.133 + 0.75j \end{bmatrix} [\text{u.r.}].$$

Verificare:

$$\begin{aligned} z_{cc}(1,1) &= z_{0-1} + z_{1-3} + z_{0-3} = j0.10 + 0.06 + j0.30 + 0.33 + j0.16 = 0.39 + j0.56 [\text{u.r.}]; \\ z_{cc}(1,2) &= z_{cc}(2,1) = z_{0-3} = 0.33 + j0.16 [\text{u.r.}]. \end{aligned}$$

5. Matricea curenților nodali (3×1)

$$[\underline{I}_n] = [\underline{A}] \cdot [\underline{I}_{sc}] = [\underline{A}] \cdot (-[\underline{Y}] \cdot [\underline{E}]) = \begin{bmatrix} 0-10.0j \\ 0-10.0j \\ 0 \end{bmatrix} [\text{u.r.}];$$

6. Matricea t.e.m. de contur (3×1)

$$[\underline{E}_c] = [\underline{B}] \cdot [\underline{E}] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} [\text{u.r.}];$$

7. Matricea potențialelor nodurilor (3×1)

$$[\underline{V}_n] = [\underline{Y}_{nn}]^{-1} \cdot [\underline{I}_n] = \begin{bmatrix} 0.9376 - 0.0693j \\ 0.9204 - 0.0830j \\ 0.7297 - 0.2249j \end{bmatrix} [\text{u.r.}];$$

8. Matricea curenților ciclici (3×1)

$$[\underline{I}_c] = [\underline{Z}_{cc}]^{-1} \cdot [\underline{E}_c] = \begin{bmatrix} 0.6933 - 0.6235j \\ 0.8295 - 0.7964j \\ 0.0614 - 0.0568j \end{bmatrix} [\text{u.r.}].$$

Verificare:

Se verifică echivalența celor două metode:

$$\underline{I}_{0-1} = \frac{1 - \underline{V}_n(1)}{0,1j} = \frac{1 - (0.9376 - 0.0693j)}{0,1j} = 0.6933 - 0.6235j = \underline{I}_{c1} [\text{u.r.}];$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{0-3} &= \frac{\underline{V}_n(3) - 0}{0,33 + 0,16j} = \frac{(0.0614 - 0.0568j)}{0,33 + 0,16j} = 1.5229 - 1.4199j = [\text{u.r.}]; \\ &= (0.6933 - 0.6235j) + (0.8295 - 0.7964j) = \underline{I}_{c1} + \underline{I}_{c2} \end{aligned}$$

$$\underline{I}_{1-2} = \frac{\underline{V}_n(2) - \underline{V}_n(1)}{0,041 + 0,26j} = \frac{(0.9376 - 0.0693j) - (0.9204 - 0.083j)}{0,041 + 0,26j} = 0.0614 - 0.0568j = \underline{I}_{c3} [\text{u.r.}].$$

Se constată că cele două metode conduc la aceleași rezultate.

Pe de altă parte se constată că potențialul nodului 1 devine:

$$|\underline{V}_1| = |\underline{U}_1| = |0,9376 - j0,0693| = 0,94 \text{ u.r.} \neq 1 \text{ u.r.},$$

având argumentul

$$\theta_1 = \arctan \frac{-0,0693}{0,9376} = -4,22^\circ \neq 0^\circ,$$

deci ipotezele pentru calculul regimului permanent nu au fost respectate!

Potențialul nodului 1 devine:

$$|\underline{V}_2| = |\underline{U}_2| = |0,9204 - j0,0830| = 0,92 \text{ u.r.} \neq 1 \text{ u.r.},$$

iar puterea injectată de generator în nodul 2 este:

$$\underline{S}_g = \underline{V}_2 \cdot \underline{I}_{02}^* = 0,8295 + j0,6642 \text{ u.r.},$$

cu

$$P_g = \text{Re}(\underline{S}_g) = 0,8295 \neq 1 \text{ u.r.};$$

$$Q_g = \text{Im}(\underline{S}_g) = 0,6642 < Q_{\min} = 0,70 \text{ u.r.}$$

Deci restricțiile impuse de tipul nodurilor nu au fost respectate!

Metodele potențialelor nodale și a curenților ciclici, astfel prezentate, se pretează pentru calculele de scurtcircuit sau de regim permanent în care nu există un control al tensiunilor la bornele generatoarelor.

Pentru soluționarea regimului permanent se va pleca de la reprezentarea sarcinilor (generatoare, consumatori) în conformitate cu ipotezele enunțate.

7.3.5. Verificarea metodei potențialelor la noduri în cazul sarcinilor electrice reprezentate prin injecții de curent

Se consideră rețeaua electrică având schema electrică monofilară reprezentată în figura 7.8, cu nodul 1 nod de echilibrare, nodul 2 nod generator și nodul 3 nod consumator. Se consideră că parametrii elementelor de rețea sunt în mărimi relative.

În figura 7.9 este reprezentat graful atașat rețelei, cu linie plină fiind evidențiat graful arbore iar cu linie întreruptă graful coarboare.

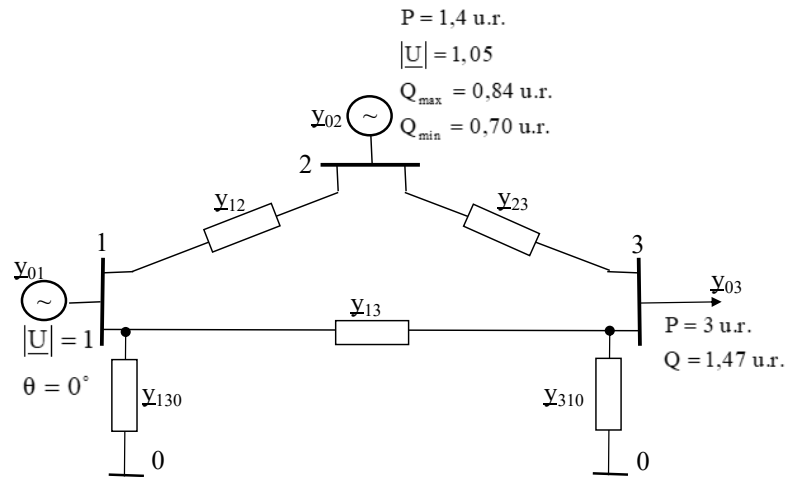


Fig.7.8. Schema echivalentă monofază a unei rețele buclate.

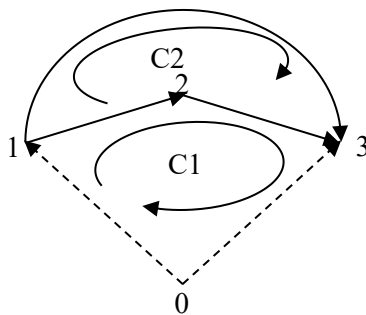


Fig.7.9. Graful asociat rețelei din figura 7.8.

Schema electrică echivalentă monofază a rețelei din figura 7.8 este reprezentată în figura 7.10. *Sensul curenților din laturi corespunde orientării laturii respective (de la nodul cu inițial spre cel final)!*

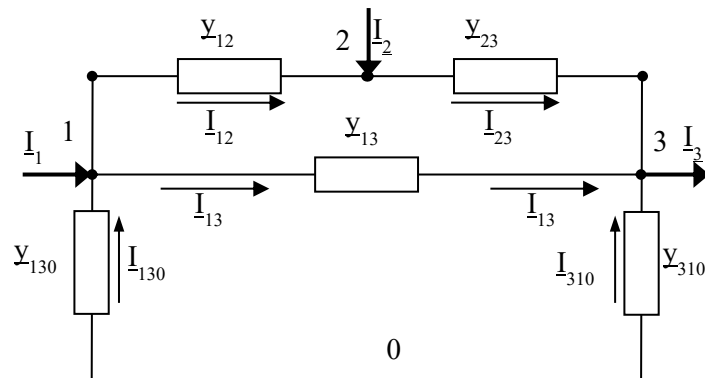


Fig.7.10. Schema electrică echivalentă monofază asociată rețelei din Fig.7.8.

$$[\mathbf{A}_0] = \begin{bmatrix} \text{N/L} & 1-2 & 1-3 & 2-3 & 0-1 & 0-3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$$[\underline{\mathbf{Y}}] = \begin{bmatrix} \underline{y}_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{y}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{y}_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{y}_{130} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{y}_{310} \end{bmatrix};$$

$$[\mathbf{A}] \cdot [\underline{\mathbf{I}}] = [\underline{\mathbf{I}}_n];$$

$$[\mathbf{A}_0] \times [\underline{\mathbf{I}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{I}_{12} \\ \underline{I}_{13} \\ \underline{I}_{23} \\ \underline{I}_{130} \\ \underline{I}_{310} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{130} + \underline{I}_{310} \\ \underline{I}_{12} + \underline{I}_{13} - \underline{I}_{130} \\ -\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23} \\ -\underline{I}_{13} - \underline{I}_{23} - \underline{I}_{310} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix};$$

$$[\mathbf{A}] \times [\underline{\mathbf{I}}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{I}_{12} \\ \underline{I}_{13} \\ \underline{I}_{23} \\ \underline{I}_{130} \\ \underline{I}_{310} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{12} + \underline{I}_{13} - \underline{I}_{130} \\ -\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23} \\ -\underline{I}_{13} - \underline{I}_{23} - \underline{I}_{310} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix};$$

$$[\mathbf{A}]^T \cdot [\underline{\mathbf{V}}_n] = [\underline{\mathbf{V}}];$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot \underline{V}_1 - 1 \cdot \underline{V}_2 + 0 \cdot \underline{V}_3 \\ 1 \cdot \underline{V}_1 + 0 \cdot \underline{V}_2 - 1 \cdot \underline{V}_3 \\ 0 \cdot \underline{V}_1 + 1 \cdot \underline{V}_2 - 1 \cdot \underline{V}_3 \\ -1 \cdot \underline{V}_1 + 0 \cdot \underline{V}_2 + 0 \cdot \underline{V}_3 \\ 0 \cdot \underline{V}_1 + 0 \cdot \underline{V}_2 - 1 \cdot \underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{V}_1 - \underline{V}_2 \\ \underline{V}_1 - \underline{V}_3 \\ \underline{V}_2 - \underline{V}_3 \\ -\underline{V}_1 \\ -\underline{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{V}_{12} \\ \underline{V}_{13} \\ \underline{V}_{23} \\ \underline{V}_{01} \\ \underline{V}_{03} \end{bmatrix};$$

$$[\underline{\mathbf{Y}}_{nn}] = [\mathbf{A}] \cdot [\underline{\mathbf{Y}}] \cdot [\mathbf{A}]^T;$$

$$\begin{aligned}
 [\underline{Y}_{nn}] &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{y}_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{y}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{y}_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{y}_{130} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{y}_{310} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \underline{y}_{12} & \underline{y}_{13} & 0 & -\underline{y}_{130} & 0 \\ -\underline{y}_{12} & 0 & \underline{y}_{23} & 0 & 0 \\ 0 & -\underline{y}_{13} & -\underline{y}_{23} & 0 & -\underline{y}_{310} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \underline{y}_{12} + \underline{y}_{13} + \underline{y}_{130} & -\underline{y}_{12} & -\underline{y}_{13} \\ -\underline{y}_{12} & \underline{y}_{12} + \underline{y}_{23} & -\underline{y}_{23} \\ -\underline{y}_{13} & -\underline{y}_{23} & \underline{y}_{13} + \underline{y}_{23} + \underline{y}_{310} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$[\underline{Y}_{nn}] \cdot [\underline{V}_n] = [\underline{I}_n];$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \underline{y}_{12} + \underline{y}_{13} + \underline{y}_{130} & -\underline{y}_{12} & -\underline{y}_{13} \\ -\underline{y}_{12} & \underline{y}_{12} + \underline{y}_{23} & -\underline{y}_{23} \\ -\underline{y}_{13} & -\underline{y}_{23} & \underline{y}_{13} + \underline{y}_{23} + \underline{y}_{310} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (\underline{y}_{12} + \underline{y}_{13} + \underline{y}_{130})\underline{V}_1 - \underline{y}_{12}\underline{V}_2 - \underline{y}_{13}\underline{V}_3 \\ -\underline{y}_{12}\underline{V}_1 + (\underline{y}_{12} + \underline{y}_{23})\underline{V}_2 - \underline{y}_{23}\underline{V}_3 \\ -\underline{y}_{13}\underline{V}_1 - \underline{y}_{23}\underline{V}_2 + (\underline{y}_{13} + \underline{y}_{23} + \underline{y}_{310})\underline{V}_3 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \underline{I}_{12} + \underline{I}_{13} - \underline{I}_{130} \\ -\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23} \\ -\underline{I}_{13} - \underline{I}_{23} - \underline{I}_{310} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$[\underline{Y}'_{nn}] \cdot [\underline{V}_n] = [\underline{I}'_n];$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \underline{y}_{12} + \underline{y}_{13} & -\underline{y}_{12} & -\underline{y}_{13} \\ -\underline{y}_{12} & \underline{y}_{12} + \underline{y}_{23} & -\underline{y}_{23} \\ -\underline{y}_{13} & -\underline{y}_{23} & \underline{y}_{13} + \underline{y}_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \underline{V}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (\underline{y}_{12} + \underline{y}_{13})\underline{V}_1 - \underline{y}_{12}\underline{V}_2 - \underline{y}_{13}\underline{V}_3 \\ -\underline{y}_{12}\underline{V}_1 + (\underline{y}_{12} + \underline{y}_{23})\underline{V}_2 - \underline{y}_{23}\underline{V}_3 \\ -\underline{y}_{13}\underline{V}_1 - \underline{y}_{23}\underline{V}_2 + (\underline{y}_{13} + \underline{y}_{23})\underline{V}_3 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \underline{I}_{12} + \underline{I}_{13} \\ -\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23} \\ -\underline{I}_{13} - \underline{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 + \underline{I}_{130} \\ \underline{I}_2 \\ -\underline{I}_3 + \underline{I}_{310} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{I}_{130} \\ 0 \\ \underline{I}_{310} \end{bmatrix} = [\underline{I}_n] + [\underline{I}_{n0}]
 \end{aligned}$$

BIBLIOGRAFIE

[1].Darie, S., Vădan, I., Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Instalații pentru Transportul și Distribuția energiei electrice, U.T. Press, Cluj Napoca 2003, ISBN 973-662-037-0.

[2].Eremia M. ș.a., Electric Power Systems. Volume 1 Electric Networks, Editura Academiei Române, București, 2006, ISBN 973-27-1323-2.

8. FORMULAREA PROBLEMEI DE CALCUL DE REGIM PERMANENT DE FUNCȚIONARE A SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

În acest curs sunt prezentate principalele tipuri de modele matematice dezvoltate pentru calculul regimului permanent al SEE. Este formulată problema de bază a calculului de regim permanent și sunt discutate condițiile de soluționare a acestei probleme.

8.1. PREAMBUL

Problema calculului regimului permanent poate fi pusă sub forma unui set de relații algebrice de egalitate/inegalitate, liniare sau neliniare. Aceste relații sunt dezvoltate atât prin aplicarea legilor lui Kirchhoff cât și ținând cont de constrângerile impuse de limitele de funcționare ale rețelei. Formularea de bază a problemei este determinată de structura rețelei și ține cont de natura nodurilor din sistem.

Fiecărui nod generic „h” îi sunt asociate patru mărimi, care pot fi variabile sau impuse:

- U_h - valoarea efectivă a tensiunii;
- θ_h - argumentul tensiunii;
- P_h - puterea netă activă (suma algebrică a puterii active generate și a celei consumate în nod);
- Q_h - puterea reactivă netă (suma algebrică a puterii reactive generate și a celei consumate în nod).

Se definesc trei tipuri de noduri de bază în funcție de care dintre cele patru variabile de mai sus sunt cunoscute (date) și care sunt necunoscute (de calculat):

- 1) **Noduri consumator**, de tip PQ - sunt date P și Q și se calculează U și θ . În general nodurile de tip PQ reprezintă circa 80% din totalitatea nodurilor unui SEE;
- 2) **Noduri generator**, de tip PU - sunt date P și U și se determină Q și θ .
- 3) **Nod de echilibrare**, de tip U θ - sunt fixate U și θ și se calculează P și Q. Un astfel de nod se mai numește și nod de referință sau nod slab („slack bus”) și servește:
 - ca referință pentru argumentul tensiunilor;
 - respectiv pentru echilibrarea puterilor din sistem astfel încât să se închidă bilanțul puterilor – pentru o funcționare stabilă puterea generată trebuie să fie egală cu puterea consumată plus pierderile.

În figura 7.1 se prezintă o rețea cu 5 noduri, cu patru linii de transmisie (L_{13} , L_{15} , L_{34} , L_{45}) și două transformatoare (T_1 , T_2).

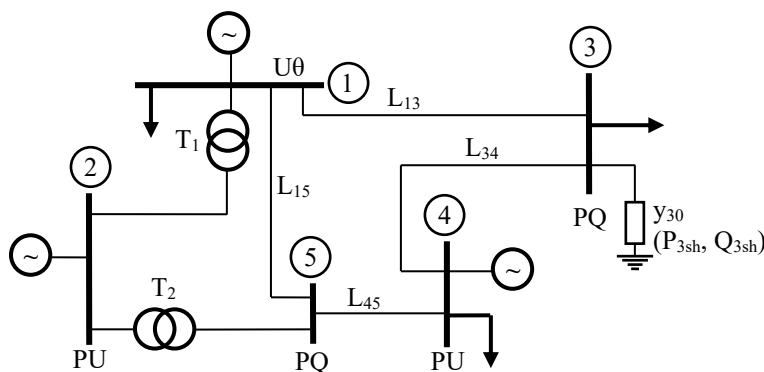


Fig.7.1. Schema monofilară a rețelei analizate.

Generatoarele, cu control al tensiunii, sunt conectate la nodurile 1, 2 și 4, iar sarcinile sunt conectate la nodurile 3 (unde una dintre sarcini este reprezentată sub formă de admitanță constantă – sarcină șunt) și 4. Nodul 5 este un nod de sarcină 0 ($P = 0, Q = 0$) sau de transfer iar la nodul 4.

Se poate face o clasificare a nodurilor în funcție de tipul lor (PU, PQ și U θ), astfel:

- Nodurile 1, 2 și 4, toate ar putea fi de tipul de nod PU sau U θ . Deoarece doar unul poate fi de tip U θ , se selectează (arbitrar) nodul 1 ca nod de echilibrare (U θ). Într-un sistem practic, de obicei, generatorul, sau centrala cu puterea instalată cea mai mare, este selectat/selectată ca nod de echilibrare. de referință sau de slăbire. Chiar dacă la nodul 1 este conectată o sarcină, acesta poate fi doar un nod PU sau U θ , deoarece tensiunea nodului este controlată. Argumentul tensiunii (unghiul de referință) nodului este setat de obicei la valoarea 0°;
- Nodul 5 este un nod de transfer în care nu există generare/consum - atât P cât și Q sunt egale cu zero și, în consecință, acest nod este de tip PQ;
- Nodul 3 este un nod de sarcină la care este conectată și o susceptanță de șunt - deoarece elementele șunt sunt modelate ca parte a rețelei, nodul este, de asemenea, clasificat ca nod PQ.

8.2. TIPURI DE MODELE UTILIZATE ÎN ANALIZA SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

Modelele utilizate în analiza regimului permanent al SEE pot fi grupate în [1]:

- 1) **Modele liniare** – sisteme de ecuații algebrice cu necunoscutele potențialele nodurilor la puterea a I- a. Este vorba despre modelul ecuațiilor nodale liniare cu injecție de curenți;
- 2) **Modele neliniare** - sisteme de ecuații algebrice cu necunoscutele tensiunile (potențialele) nodurilor la o putere diferită de puterea a I- a. Este vorba despre”
 - modelul ecuațiilor nodale neliniare (în mărimi complexe);
 - modelul bilanțului de curenți în noduri (în mărimi reale);
 - modelul bilanțului de puteri în noduri (în mărimi reale).

8.2.1. Modelul ecuațiilor nodale liniare cu injecții de curent

Modelul apelează la ecuațiile de bază (6.10):

$$\underline{Y}_{hh} \cdot \underline{U}_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n (\underline{Y}_{hk} \cdot \underline{U}_k) = \underline{I}_h, h=1, \dots, n, \quad (8.1)$$

unde h este un nod generic, n reprezintă numărul de noduri independente (fără nodul 0, pământul fictiv), iar $I_h = \text{const.}$ și $\cos\phi_h = \text{const.}$

Se separă nodul de echilibrare, nod notat cu „e”, a cărui potențial este cunoscut:

$$\underline{Y}_{ee} \cdot \underline{U}_e + \sum_{k=1; k \neq e}^n (\underline{Y}_{ek} \cdot \underline{U}_k) = \underline{I}_e, \quad (8.2)$$

$$\underline{Y}_{hh} \cdot \underline{U}_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n (\underline{Y}_{hk} \cdot \underline{U}_k) = \underline{I}_h, h=1, \dots, n; h \neq e, \quad (8.3)$$

Sistemul de ecuații de soluționat (8.2) este un sistem liniar, cu mărimi complexe, având (n-1) ecuații și (n-1) necunoscute.

Atât potențialele nodurilor cât și admitanțele nodale se exprimă în coordonate carteziane:

$$\begin{cases} \underline{U}_h = U'_h + jU''_h \\ \underline{U}_k = U'_k + jU''_k \end{cases} \quad (8.4)$$

$$\begin{cases} \underline{Y}_{hh} = G_{hh} + jB_{hh} \\ \underline{Y}_{hk} = G_{hk} + jB_{hk} \end{cases} \quad (8.5)$$

cu

- U'_h componenta reală a tensiunii;
- U''_h componenta imaginară a tensiunii;
- G – conductanță;
- B – susceptanță.

Se înlocuiesc expresiile tensiunilor și a admitanțelor din (8.4) și (8.5) în (8.3) rezultând:

$$\begin{aligned} \underline{I}_h &= (G_{hh} + jB_{hh}) \cdot (U'_h + jU''_h) + \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} + jB_{hk}) \cdot (U'_k + jU''_k) = \\ &= G_{hh} \cdot U'_h - B_{hh} \cdot U''_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U'_k - B_{hk} \cdot U''_k) + \\ &+ j \left[G_{hh} \cdot U''_h + B_{hh} \cdot U'_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U''_k + B_{hk} \cdot U'_k) \right], h=1, \dots, n; h \neq e \end{aligned} \quad (8.6)$$

În relația (8.6) se separă partea reală de partea imaginară rezultând un sistem de $2(n-1)$ ecuații liniare cu $2(n-1)$ necunoscute, respectiv partea reală U'_h și cea imaginară U''_h a tensiunilor:

$$\begin{cases} G_{hh} \cdot U'_h - B_{hh} \cdot U''_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U'_k - B_{hk} \cdot U''_k) = I_{ha} \\ G_{hh} \cdot U''_h + B_{hh} \cdot U'_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U''_k + B_{hk} \cdot U'_k) = I_{hr} \end{cases}, h=1, \dots, n; h \neq e. \quad (8.7)$$

unde

- $I_{ha} = I_h \cdot \cos \varphi_h = \text{const.};$
- $I_{hr} = I_h \cdot \sin \varphi_h = \text{const.}$

8.2.2. Modele neliniare

În calculele de regim permanent sunt utilizate mai multe tipuri de modele neliniare. În continuare sunt prezentate principalele astfel de modele dezvoltate pentru analiza rețelelor electrice.

8.2.2.1. Modelul ecuațiilor nodale neliniare (în mărimi complexe)

Termenul liber al ecuațiilor (8.1) se calculează cu relația:

$$\underline{I}_h = \frac{\underline{S}_h^*}{\underline{U}_h^*} = \frac{P_h - jQ_h}{\underline{U}_h^*}, \quad h=1, \dots, n, \quad (8.8)$$

sau

$$\underline{I}_h = \frac{P_h - jQ_h}{\underline{U}_h^*} + (-\underline{Y}_{h0} \cdot \underline{U}_h), \quad h=1, \dots, n. \quad (8.9)$$

Relațiile (8.2) și (8.3) se rescriu:

$$\underline{Y}_{hh} \cdot \underline{U}_h + \sum_{k=1; k \neq h, e}^n \underline{Y}_{hk} \cdot \underline{U}_k + \underline{Y}_{he} \cdot \underline{U}_e = \frac{P_h - jQ_h}{\underline{U}_h^*}, h=1, \dots, n; h \neq e, \quad (8.10)$$

$$\underline{Y}_{ee} \cdot \underline{U}_e + \sum_{k=1; k \neq e}^n \underline{Y}_{ek} \cdot \underline{U}_k = \frac{P_e - jQ_e}{\underline{U}_e^*} \quad (8.11)$$

Sistemul de ecuații de soluționat, format din ecuații de forma (8.10), este un sistem neliniar de (n-1) ecuații cu (n-1) necunoscute, în mărimi complexe ($\underline{U}_h$).

Modelul bilanțului de curenți în noduri

Ecuația nodală de bază este dată de relația (8.10).

Se exprimă tensiunile în coordonate carteziene (8.4) sau în coordonate polare (cu relațiile lui Euler):

$$\begin{cases} \underline{U}_h = U_h \cdot e^{j\theta_h} = U_h (\cos \theta_h + j \sin \theta_h) \\ \underline{U}_k = U_k \cdot e^{j\theta_k} = U_k (\cos \theta_k + j \sin \theta_k) \end{cases} \quad (8.12)$$

unde θ reprezintă argumentul tensiunii în raport cu fazorul de referință al tensiunii nodului de echilibrare.

Admitanțele longitudinale și transversale, din matricea admitanțelor laturilor, se exprimă în coordonate carteziene sau polare:

$$\begin{cases} \underline{y}_{hk} = g_{hk} + jb_{hk} = y_{hk} e^{j\gamma_{hk}} = y_{hk} (\cos \gamma_{hk} + j \sin \gamma_{hk}) \\ \underline{y}_{hk0} = \underline{y}_{kh0} = g_{hk0} + jb_{hk0} \end{cases} \quad (8.13)$$

Astfel relația (8.10) se poate scrie:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{hk} \cdot \underline{U}_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n \underline{Y}_{hk} \cdot \underline{U}_k - \frac{(P_h - jQ_h) \cdot (U'_h + jU''_h)}{\underline{U}_h^* \cdot \underline{U}_h} = \\ = \underline{Y}_{hh} \underline{U}_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n \underline{Y}_{hk} \underline{U}_k - \frac{(P_h U'_h + Q_h U''_h) + j(P_h U''_h - Q_h U'_h)}{(U'_h)^2 + (U''_h)^2} = 0, h = 1, \dots, n; h \neq e \end{aligned} \quad (8.14)$$

Pentru admitanțele nodale pot fi scrise următoarele relații:

$$\begin{cases} \underline{Y}_{hh} = \sum_{k \in \Omega_h} (\underline{y}_{hk} + \underline{y}_{hk0}) = G_{hh} + jB_{hh} = Y_{hh} e^{j\gamma_{hh}} = \sum_{k \in \Omega_h} [g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk} + j(b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk})] \\ G_{hh} = \sum_{k \in \Omega_h} (g_{hk0} + y_{hk} \cos \gamma_{hk}) \\ B_{hh} = \sum_{k \in \Omega_h} (b_{hk0} + y_{hk} \sin \gamma_{hk}) \end{cases} \quad (8.15)$$

$$\begin{cases} \underline{Y}_{hk} = -\underline{y}_{hk} = -y_{hk} e^{j\gamma_{hk}} = G_{hk} + jB_{hk} = Y_{hk} e^{j\gamma_{hk}} = Y_{hk} \cdot \cos \gamma_{hk} + jY_{hk} \cdot \sin \gamma_{hk} \\ G_{hk} = Y_{hk} \cdot \cos \gamma_{hk} \\ B_{hk} = Y_{hk} \cdot \sin \gamma_{hk} \end{cases} \quad (8.16)$$

1) Modelul în coordonate carteziene – se obține prin exprimarea tensiunilor și a admitanțelor în coordonate carteziene, respectiv identificarea părții reale respectiv a părții imaginare din relația (8.14):

$$\begin{cases} G_{hh} \cdot U'_h - B_{hh} \cdot U''_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U'_k - B_{hk} \cdot U''_k) - \frac{P_h \cdot U'_h + Q_h \cdot U''_h}{(U'_h)^2 + (U''_h)^2} = 0 \\ G_{hh} \cdot U'_h + B_{hh} \cdot U''_h + \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U'_k + B_{hk} \cdot U''_k) - \frac{P_h \cdot U'_h - Q_h \cdot U''_h}{(U'_h)^2 + (U''_h)^2} = 0 \end{cases}, h = 1, \dots, n; h \neq e. \quad (8.17)$$

Sistemul de ecuații (8.17) este un sistem de $2(n-1)$ ecuații având $2(n-1)$ necunoscute, respectiv componente reale U' și cele imaginare U'' ale tensiunilor în noduri.

2) Modelul în coordonate polare - se obține prin exprimarea tensiunilor și a admitanțelor în coordonate polare, respectiv identificarea părții reale respectiv a părții imaginare din relația (8.14):

$$\begin{cases} Y_{hh} \cdot U_h \cdot \cos(\theta_h + \gamma_{hh}) + \sum_{k=1; k \neq h}^n Y_{hk} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_k + \gamma_{hk}) - \frac{P_h \cdot \cos \theta_h + Q_h \cdot \sin \theta_h}{U_h} = 0 \\ Y_{hh} \cdot U_h \cdot \sin(\theta_h + \gamma_{hh}) + \sum_{k=1; k \neq h}^n Y_{hk} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_k + \gamma_{hk}) - \frac{P_h \cdot \sin \theta_h - Q_h \cdot \cos \theta_h}{U_h} = 0 \end{cases}, h = 1, \dots, n; h \neq e \quad (8.18)$$

Sistemul de ecuații (8.18) este un sistem de $2(n-1)$ ecuații cu $2(n-1)$ necunoscute, respectiv valorile efective ale potențialelor nodurilor U și argumentele acestora θ .

8.2.2.2. Modelul bilanțului de puteri în noduri

Bilanțul puterilor într-un nod generic se exprimă prin relația:

$$\underline{S}_h = \underline{U}_h \underline{I}_h^* = \underline{U}_h \left(\underline{Y}_{hh}^* \cdot \underline{U}_h^* + \sum_{k=1; k \neq h}^n \underline{Y}_{hk}^* \cdot \underline{U}_k^* \right), h = 1, \dots, n; h \neq e, \quad (8.19)$$

unde curentul nodal $\underline{I}_h$ este exprimat prin relația (8.19).

1) O primă formă a ecuațiilor de bilanț de puteri în noduri în coordonate carteziane se scrie:

$$\begin{aligned} \underline{S}_h &= (U'_h + jU''_h) \left\{ (G_{hh} - jB_{hh})(U'_h - jU''_h) + \sum_{k=1; k \neq h}^n [(G_{hk} - jB_{hk})(U'_k - jU''_k)] \right\} = \\ &= \left[(U'_h)^2 + (U''_h)^2 \right] \cdot G_{hh} + U'_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U'_k - B_{hk} \cdot U''_k) + U''_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U''_k + B_{hk} \cdot U'_k) + \\ &+ j \left\{ - \left[(U'_h)^2 + (U''_h)^2 \right] \cdot B_{hh} - U'_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U''_k + B_{hk} \cdot U'_k) + U''_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U'_k - B_{hk} \cdot U''_k) \right\} = \\ &= P_h + jQ_h, h = 1 \dots n, h \neq e \end{aligned} \quad (8.20)$$

respectiv prin identificarea părții reale și a celei imaginare din relația (8.20):

$$\begin{cases} \left[(U'_h)^2 + (U''_h)^2 \right] \cdot G_{hh} + U'_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U'_k - B_{hk} \cdot U''_k) + U''_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U''_k + B_{hk} \cdot U'_k) = P_h \\ - \left[(U'_h)^2 + (U''_h)^2 \right] \cdot B_{hh} - U'_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U''_k + B_{hk} \cdot U'_k) + U''_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n (G_{hk} \cdot U'_k - B_{hk} \cdot U''_k) = Q_h \end{cases} \quad (8.21)$$

Sistemul de ecuații (8.21) este un sistem de $2(n-1)$ ecuații având $2(n-1)$ necunoscute, respectiv componente reale U' și cele imaginare U'' ale tensiunilor în noduri.

2) Modelul bazat pe bilanțul puterilor în noduri în coordonate polare se scrie:

$$\begin{aligned} \underline{S}_h &= U_h \cdot e^{j\theta_h} \cdot \left[Y_{hh} e^{-j\gamma_{hh}} \cdot U_h \cdot e^{-j\theta_h} + \sum_{k=1; k \neq h}^n (Y_{hk} \cdot e^{-j\gamma_{hk}} \cdot U_k \cdot e^{-j\theta_k}) \right] = \\ &= Y_{hh} \cdot U_h^2 \cdot e^{-j\gamma_{hh}} + U_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n U_k \cdot Y_{hk} e^{j(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk})} = P_h + jQ_h, h = 1, \dots, n; h \neq e \end{aligned} \quad (8.22)$$

sau în mărimi reale

$$\begin{cases} P_h - Y_{hh} \cdot U_h^2 \cdot \cos \gamma_{hh} - U_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n [U_k \cdot Y_{hk} \cdot \cos(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk})] = 0 \\ Q_h - Y_{hh} \cdot U_h^2 \cdot \sin \gamma_{hh} - U_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n [U_k \cdot Y_{hk} \cdot \sin(\theta_h - \theta_k - \gamma_{hk})] = 0 \end{cases}, h = 1, \dots, n; h \neq e. \quad (8.23)$$

Sistemul de ecuații (8.23) este un sistem de $2(n-1)$ ecuații cu $2(n-1)$ necunoscute, respectiv valorile efective ale potențialelor nodurilor U și argumentele acestora θ .

3) Modelul bazat pe bilanțul puterilor în noduri cu tensiuni exprimate în coordonate polare și admitanțe în coordonate carteziane se scrie:

$$\begin{aligned} \underline{S}_h &= U_h \cdot e^{j\theta_h} \cdot \left\{ (G_{hh} - jB_{hh}) \cdot U_h \cdot e^{-j\theta_h} + \sum_{k=1; k \neq h}^n [(G_{hk} - jB_{hk}) \cdot U_k \cdot e^{-j\theta_k}] \right\} = \\ &= G_{hh} \cdot U_h^2 - jB_{hh} \cdot U_h^2 + U_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n [(G_{hk} - jB_{hk}) \cdot U_k \cdot e^{j(\theta_h - \theta_k)}] = P_h + jQ_h, h = 1, \dots, n; h \neq e \end{aligned} \quad (8.24)$$

sau în mărimi reale

$$\begin{cases} P_h - G_{hh} \cdot U_h^2 - U_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n [G_{hk} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_h - \theta_k) + B_{hk} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_h - \theta_k)] = 0 \\ Q_h + B_{hh} \cdot U_h^2 - U_h \cdot \sum_{k=1; k \neq h}^n [G_{hk} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_h - \theta_k) - B_{hk} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_h - \theta_k)] = 0 \end{cases}, h = 1, \dots, n; h \neq e \quad (8.25)$$

Sistemul de ecuații (8.25) este un sistem de $2(n-1)$ ecuații cu $2(n-1)$ necunoscute, respectiv valorile efective ale potențialelor nodurilor U și argumentele acestora θ .

8.2.3. Restricții impuse în soluționarea regimului permanent al SEE

Limitele de operare a variabilelor de determinat prin soluționarea sistemelor de ecuații algebrice, care modelează funcționarea în regim permanent a SEE, sunt impuse printr-un set de restricții. Aceste restricții, sub forma unor inegalități, se referă la plaja în care trebuie să se încadreze injecțiile de putere reactivă la nodurile PU (noduri generatoare), respectiv domeniul în care trebuie să se încadreze valorile tensiunilor la nodurile de tip PQ [2]:

$$Q_h^{\min} \leq Q_h \leq Q_h^{\max}, h \in \Omega_G, \quad (8.26)$$

unde Ω_G este mulțimea nodurilor generatoare din rețeaua analizată și

$$U_h^{\min} \leq U_h \leq U_h^{\max}, h \in \Omega_C, \quad (8.27)$$

cu Ω_C este mulțimea nodurilor de tip consumator.

Dacă aceste constrângeri de inegalitate nu sunt încălcate, ecuațiile de regim permanent nu sunt afectate.

Dar dacă una dintre limitări este încălcată, situația nodului este modificată, iar limita respectivă este impusă printr-o relație de egalitate. Acest lucru necesită în mod normal o schimbare a tipului nodului. Dacă, de exemplu, o limită Q din (8.26) a unui nod PU este încălcată, nodul este transformat într-un nod PQ cu $Q = Q^{\text{limită}}$ iar valoarea efectivă a tensiunii U devine o necunoscută a problemei. O procedură similară este adoptată pentru revenirea la situația anterioară ori de câte ori este cazul [2].

Este important ca modificările tipului nodurilor să nu afecteze solvabilitatea problemei. Diferite alte tipuri de limitări sunt, de asemenea, luate în considerare în implementările practice, inclusiv circulația curenților de ramificație, circulația puterilor prin ramificații, nivelurile de generare a puterii active, reglajul transformatoarelor cu ploturi, unghiurile de defazare, etc.

8.2.4. Solvabilitatea problemei de regim permanent

O problemă în definirea tipului nodurilor este garantarea faptului că setul rezultat de ecuații conține același număr de ecuații ca și cel al necunoscutelor.

Pentru un sistem cu n noduri, dintre care un număr n_{PU} sunt de tip PU, n_{PQ} reprezintă numărul de noduri de tip PQ, iar unul este de tip U_0 (de echilibrare).

Starea sistemului este cunoscută dacă sunt cunoscute valorile tensiunilor în toate nodurile n ale sistemului. Deci, este vorba de $2n$ valori reprezentând valorile efective ale tensiunilor și argumentele acestora pentru cele n noduri.

Modulul tensiunii și argumentul acesteia pentru nodul de echilibrare U_0 sunt fixate. În același mod sunt și valorile tensiunilor nodurilor n_{PU} .

Astfel, necunoscutele sunt reprezentate de mărimile tensiunilor nodurilor PQ și argumentele tensiunilor nodurilor PU și PQ, rezultând un total $n_{PU} + 2n_{PQ}$ de necunoscute. Pentru nodurile PU se scriu n_{PU} ecuații de echilibru privind injecțiile de putere activă, iar pentru nodurile de tip PQ $2n_{PQ}$ ecuații privind injecțiile de putere activă și reactivă. Rezultă un total de $n_{PU} + 2n_{PQ}$ ecuații, deci un număr de ecuații egal cu cel al necunoscutelor, fiind îndeplinită condiția de solvabilitate.

Condiții necesare similare, pentru solvabilitate, pot fi stabilite și atunci când alte tipuri de noduri, cum ar fi nodurile de tip P, U și PQU, sunt utilizate în formularea problemei de regim permanent.

Pentru rețeaua din figura 8.1 se pot formula următoarele:

- Numărul de noduri este $n = 5$ dintre care $n_{PQ} = 2$, $n_{PU} = 1$, iar nodul 1 este nod de echilibrare U_0 ;
- Numărul de ecuații necesar pentru soluționarea regimului permanent este astfel: $n_{PU} + 2n_{PQ} = 2 + 2 \cdot 2 = 6$, iar acestea sunt:

$$\begin{aligned} P_2 &= P_{21} + P_{25}; \\ Q_2 &= Q_{21} + Q_{25}; \\ P_3 + P_{3sh} &= P_{32} + P_{34}; \\ Q_3 + Q_{3sh} &= Q_{32} + Q_{34}; \\ P_4 &= P_{43} + P_{45}; \\ Q_4 &= Q_{43} + Q_{45}; \\ P_5 &= P_{51} + P_{52} + P_{54}; \\ Q_5 &= Q_{51} + Q_{52} + Q_{54}. \end{aligned}$$

În ecuațiile de mai sus sunt date $P_2, P_3, P_4, P_5 = 0, Q_2$ și Q_4 (Y_{30} este de asemenea cunoscută a problemei). Toate celelalte mărimi sunt funcții ale mărimilor tensiunilor și ale argumentelor acestora fiind date U_1 și θ_1, U_2 și U_4 . Celelalte șase, adică $U_3, U_5, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ și θ_5 (în total 6 necunoscute) pot fi determinate din ecuațiile de mai sus.

Restricțiile pentru nodurile generatoare sunt:

$$\begin{cases} Q_2^{\min} \leq Q_2 \leq Q_2^{\max} \\ Q_3^{\min} \leq Q_3 \leq Q_3^{\max} \end{cases}.$$

Limitele puterilor reactive de mai sus sunt derivate din curbele de capacitate reactivă a generatoarelor.

8.3. METODE DE SOLUȚIONARE A PROBLEMEI DE REGIM PERMANENT

Dintre abordările cele mai semnificative propuse pentru soluționarea problemei de regim permanent pot fi amintite următoarele [3]:

- Transformarea problemei neliniare într-o succesiune de probleme liniare de forma (6.12) sau (6.13) și rezolvarea exactă a acestor probleme. Dintre metodele utilizate fac parte:
 - metodele „directe” care folosesc inversa matricelor de coeficienți, sau procedee de factorizare a acestor matrice de tipul eliminării Gauss, a eliminării complete Gauss – Jordan, etc. După determinarea soluției, aceasta se folosește succesiv pentru corectarea termenului liber;
 - iterarea, sau corectarea pas cu pas a soluției problemei neliniare. Aceste metode nu asigură – până la etapa finală – verificarea ecuațiilor (6.12) sau (6.13) și deci nu oferă soluții exacte unor probleme liniare. Din această categorie fac parte metodele: Gauss – Jacobi, Gauss – Seidel, relaxației;
- Corectarea soluției problemei neliniare în funcție de erorile comise la puterile nodale S_p . Acestei grupe îi aparțin metodele „variaționale” de tip Newton – Raphson. Prin diferențierea sistemului de ecuații neliniare în raport cu variabilele și aproximarea diferențialelor prin diferențe finite se obține un sistem de ecuații liniarizat. Necunoscutele reprezintă elementele unui vector de corecție a soluției iar termenul liber, vectorul erorilor introduse la calcularea puterilor S_p din soluția precedentă;
- Utilizarea unor procedee hibride. Termenul semnifică fie folosirea unor matrice mixte de coeficienți obținute prin substituția parțială a variabilelor, fie folosirea combinată a unor metode directe și iterative sau uneori a unei tehnici analog – numerice;
- Utilizarea unor scheme de rețea (sau matrice de coeficienți) reduse. Semnificativă este în acest sens metoda românească a iterației curenților de scurtcircuit propusă de P.Dimo;
- Utilizarea unor tehnici bazate pe inteligența artificială.

BIBLIOGRAFIE

- [1].M. Gavrilăș, Sisteme Electroenergetice - Note de curs, <http://iota.ee.tuiasi.ro/~mgavril/>, accesat octombrie 2017.
- [2]. Göran Andersson, Modelling and Analysis of Electric Power Systems. Power Flow Analysis. Fault Analysis. Power Systems Dynamics and Stability, Lecture 227-0526-00, ITET ETH Zürich, EEH - Power Systems Laboratory, ETH Zürich, September 2008.
- Darie, S., Vădan, I., Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Instalații pentru Transportul și Distribuția energiei electrice, U.T. Press, Cluj Napoca 2003, ISBN 973-662-037-0.

9. REGIMUL PERMANENT AL REȚELELOR RADIALE

9.1. PARTICULARITĂȚI ALE REȚELELOR RADIALE

Configurațiile radiale sunt specifice distribuțiilor în medie și joasă tensiune. Deși în zonele aglomerate, rețelele sunt puternic buclate, din considerente tehnico-economice, în condiții normale ele funcționează radial.

Principala particularitate constă în faptul că astfel de rețele sunt alimentate dintr-o singură sursă (dacă se neglijează generarea locală, distribuită), numit nod sursă.

Vehicularea puterii este unidirecțională astfel încât orice nod de derivație primește energie de la un singur nod anterior (amonte), printr-o ramură incidentă, și transmite energie nodului următor (aval), sau în cazul în care este nod final numai transmite energie.

O rețea buclată poate fi descompusă în subrețele radiale. Fiecare subrețea conține un nod sursă, unul sau mai multe noduri de sarcină cât și noduri de derivație care pot sau nu să aibă consum.

În absența surselor distribuite există numai două tipuri de noduri în rețea [4]:

1) **Noduri de sarcină**, pentru care se scrie expresia puterii complexe sub forma

$$\underline{S} = (P_c + jQ_c) + \sqrt{3}\underline{U}(I_{ac} + jI_{rc}) + U^2(G_c + jB_c), \quad (9.1)$$

cu:

- P_c și Q_c componente constante ale puterii complexe injectate/ejectate în nod;
- I_{ac} și I_{rc} componente constante ale curentului complex injectat/ejectat în nod
- G_c și B_c componente constante ale admitanței conectate în nod;
- $\underline{U}$ tensiunea de linie a nodului;

2) **Nod sursă (E)**, care este nodul de injecție a puterii în rețea, este caracterizat prin valori constante (date, impuse) ale tensiunii efective U și a argumentului tensiunii θ .

9.2. METODA DE CALCULUL A REȚELELOR RADIALE PRIN BALEIERE ASCENDENT/DESCENDENTĂ

Aceasta este una dintre metodele specifice de calculul al rețelelor radiale [1], care se bazează pe faptul că în aceste rețele fără bucle, cele $2(n-1)$ necunoscute ($n-1$ curenți din laturi și $n-1$ potențiale ale nodurilor independente ale rețelei – n fiind numărul de noduri) se pot determina utilizând prima teorema a lui Kirchhoff, respectiv legea lui Ohm pentru determinarea căderilor de tensiuni pe laturi.

Metoda constă în efectuarea repetată a unor pași corespunzători a două etape (iterații repetate) [1]:

1) **Baleierea ascendentă** – conform schemei din figura 9.1, a, se pleacă de la nodul final, se calculează curenții în noduri și în fiecare latură aplicând prima lege a lui Kirchhoff, nod cu nod înspre nodul sursă E;

2) **Baleierea descendentă** – conform figurii 9.1, b, se pleacă de la nodul sursă se calculează căderile de tensiune pe fiecare latură (curenții în laturi fiind determinați la pasul anterior) înspre nodul final și se determină potențialele fiecărui nod.

În cazul rețelelor cu sarcini exprimate prin curenți constanți (sistem de ecuații liniare), soluția se obține după o singură iterație $it = 1$.

Pentru rețele neliniare, cu noile valori ale potențialelor nodurilor se reia algoritmul, până când între ultimele două determinări ale puterii aparente injectate în nodul sursă, sau între

ultimele două tensiuni calculate pentru fiecare nod (exceptând nodul sursă), diferența este mai mică decât o eroare impusă ($\varepsilon_S \leq \varepsilon_{Simp}$ sau $\varepsilon_U \leq \varepsilon_{Uimp}$). În acest caz algoritmul se desfășoară într-un număr de iterații „it” determinat de numărul de repetări necesare îndeplinirii condiției de oprire.

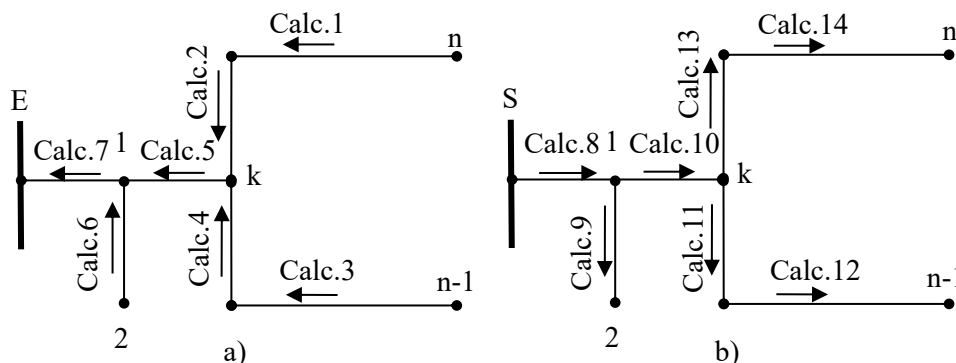


Fig.9.1. Schema de calcul prin metoda ascendent/descendentă:
a) calculul curenților prin laturi; b) calculul tensiunilor nodale.

Algoritmul se desfășoară astfel:

0. Pasul 0 se inițializează numărul de iterații cu valoarea 0 ($it = 0$), tensiunile tuturor nodurilor se inițializează cu valoarea nominală corespunzătoare având numai componentă reală:

$$\underline{U}_k^{(0)} = U_{nk}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad k \neq E, \quad (9.2)$$

iar puterea aparentă injectată în nodul sursă E este egală cu suma puterilor nodurilor consumatoare care alcătuiesc mulțimea Ω_C

$$\underline{S}_E^{(0)} = \sum_{k \in \Omega_C} \underline{S}_k, \quad (9.3)$$

unde $\underline{S}_k$ este de forma (9.1);

1. Baleiere ascendentă, $it = it + 1$:

1.1. Dacă sarcinile sunt date prin puteri constante se calculează curentul în nodul k:

$$\underline{I}_k^{(it)} = \frac{\underline{S}_k^*}{\sqrt{3} U_k^{(it-1)*}}; \quad (9.4)$$

1.2. Se calculează curenții din laturile incidente nodului k pentru iterația curentă:

$$\underline{I}_{ik}^{(it)} = \frac{1}{N_{ik}} \left(\underline{I}_k^{(it)} + \sum_{j=\text{next}(k)} \underline{I}_{kj}^{(it)} \right), \quad (9.5)$$

cu:

- i nodul din amonte de nodul k;
- next(k) nodurile care urmează după nodul k (din aval) și aparțin laturilor din aval incidente la nodul k;
- N_{ik} operator care ține seama de raportul de transformare a laturii ($N_{ik} = 1$ dacă latura nu conține transformatoare);
- Se repetă calculul până când nodul curent $i \equiv E$.

2. Baleiere descendentă:

2.1. Se calculează căderile de tensiune pe laturi pentru iterația curentă:

$$\Delta \underline{U}_{ik}^{(it)} = \sqrt{3} \underline{Z}_{ik} \cdot \underline{I}_{ik}^{(it)}; \quad (9.6)$$

2.2. Se calculează noile tensiuni ale nodurilor pentru iterația curentă:

$$\underline{U}_k^{(it)} = \frac{1}{N_{ik}} \left(\underline{U}_i^{(it)} - \Delta \underline{U}_{ik}^{(it)} \right); \quad (9.7)$$

3. Se calculează puterea injectată prin nodul sursă:

$$S_s^{(it)} = \sqrt{3} \underline{U}_E \sum_{j=\text{next}(E)} \underline{I}_{Ej}^{(it)*}; \quad (9.8)$$

4. Dacă modelul este liniar ($it = 1$) se trece la pasul 6;

5. Dacă modelul este neliniar se verifică condiția de oprire:

➤ se calculează eroarea relativă de putere din nodul sursă

$$\varepsilon_s = \frac{\left| S_E^{(it)} - S_E^{(it-1)} \right|}{\left| S_E^{(it-1)} \right|} \quad (9.9)$$

și se verifică condiția

$$\varepsilon_s \leq \varepsilon_s^{\text{imp}}; \quad (9.10)$$

➤ se calculează eroarea maximă relativă de tensiune din noduri

$$\varepsilon_U = \text{Maximum} \left\{ \frac{\left| \underline{U}_k^{(it)} - \underline{U}_k^{(it-1)} \right|}{\left| \underline{U}_k^{(it-1)} \right|}, \quad k=1, 2, \dots, n-1 \right\} \quad (9.11)$$

și se verifică condiția

$$\varepsilon_U \leq \varepsilon_U^{\text{imp}}; \quad (9.12)$$

Dacă condiția (9.10) este adevărată și/sau condiția (9.12) este îndeplinită se trece la pasul 6, dacă nu se revine la pasul 1!

6. Se calculează pierderile de puteri prin laturi.

Aplicația 9.1. Se consideră rețeaua radială a cărei schemă monofilară este prezentată în figura 9.2 având următoarele caracteristici:

- tensiunea sursei $\underline{U}_E = 10 \text{ kV}$;
- valoarea sarcinilor sunt prezentate în tabelul 9.1.
- caracteristicile liniilor electrice în tabelul 9.2;
- caracteristicile transformatorului (Tabelul 9.3).

Se cere să se calculeze circulația curenților în rețea, potențialele nodurilor și puterea debitată de sursă în ipoteza sarcinilor exprimate atât prin curenți constanți cât și prin puteri constante. Se va utiliza metoda ascendent/descendentă („backward/forward”) în maxim două iterații.

Se vor lua în considerare următoarele scheme echivalente ale elementelor de rețea:

- pentru transformator, coborâtor, o schema în Γ cu parametri raportați la secundar;
- pentru liniile electrice L_{12} și L_{23} (LEC) scheme în Π cu parametri transversali dați de capacitățile liniilor.

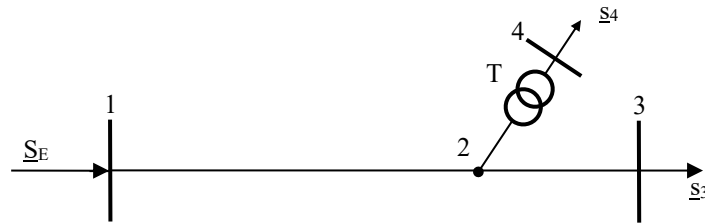


Fig.9.2. Schema monofilară a rețelei analizate.

Tabelul 9.2

$\underline{i}_3$ [A]	$\underline{s}_3$ [kVA]	$\underline{i}_4$ [A]	$\underline{s}_4$ [kVA]
$100-j50=112 \cdot e^{-j26,6^\circ}$	$1730+j865=1934 \cdot e^{j26,6^\circ}$	$200-j125=236 \cdot e^{-j32^\circ}$	$138,4+j86,5=163 \cdot e^{j32^\circ}$

Tabelul 9.3

LEC	R_L [Ω]	X_L [Ω]	Z_L [Ω]	B_L [mS]	Y_L [mS]
L_{1-2}	2,0	0,9	$2,0+j0,9=2,2 \cdot e^{j24,2^\circ}$	0,90	$j0,90=0,9 \cdot e^{j90^\circ}$
L_{2-3}	1,2	0,5	$1,2+j0,5=1,3 \cdot e^{j22,6^\circ}$	0,44	$j0,44=0,44 \cdot e^{j90^\circ}$

Tabelul 9.4

	S_N [kVA]	U_1/U_2	u_{sc} [%]	P_{Sc} [kW]	P_{Fe} [kW]	$i_{0\%}$ [%]
T	250	10/0,4	6	4,4	0,660	2,9

Soluție:

Se calculează parametrii transformatorului T raportați la nivelul de tensiune de 0,4 kV rezultând:

- impedanța: $z_T = 0,0113 + j0,0384 = 0,040 \cdot e^{j73,6^\circ} \Omega$;
- admitanța: $y_T = 4,125 - j45 = 45,2 \cdot e^{-j84,8^\circ} \text{ mS}$.

Se întocmește schema electrică echivalentă monofazată conform reprezentării din figura 9.3.

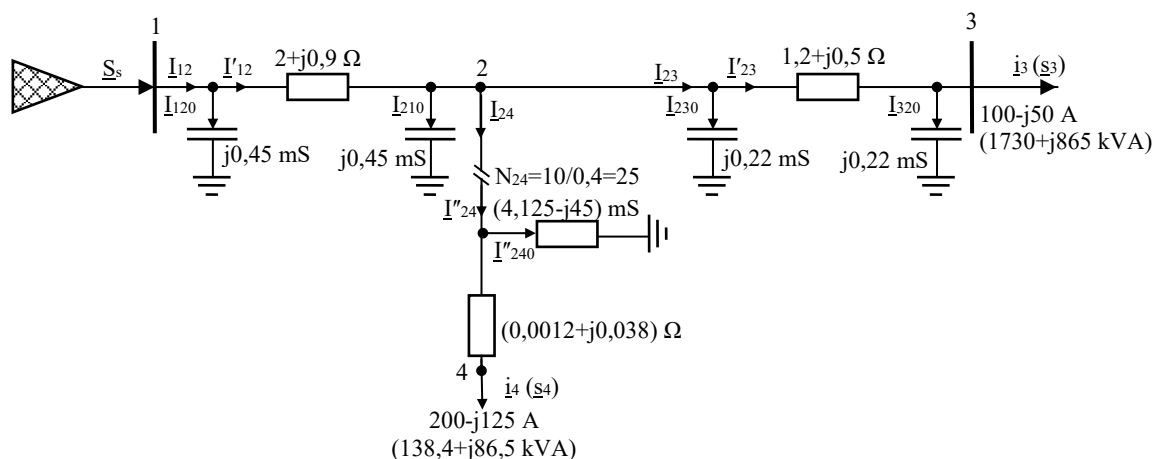


Fig.9.3. Schema electrică echivalentă monofazată a rețelei aflată în studiu.

CAZUL I. SE CONSIDERĂ CĂ SARCINILE SUNT EXPRIMATE PRIN CURENȚI CONSTANȚI ($I_3 = \text{ct.}$, $I_4 = \text{ct.}$).

0. Inițializare $t = 0$

Se consideră tensiunile tuturor nodurilor egale cu 10 kV (secundar trafo 0,4 kV):

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \underline{U}_3 = \underline{U}_5 = 10 \cdot e^{j0^\circ} \text{ kV}; \quad \underline{U}_4 = 0,4 \cdot e^{j0^\circ} \text{ kV}$$

și

$$\underline{S}_E^{(0)} = \underline{S}_3 + \underline{S}_4 = 1730 + j865 + 138,4 + j86,5 = 1868,4 + j951,5 \text{ kVA}$$

1. Calculul ascendent (calculul curenților) $t = t + 1$

➤ Latura 2-3:

$$\underline{i}_3^{(1)} = 100 - j50 = 112 \cdot e^{-j26,6^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{320}^{(1)} = \frac{\underline{U}_3^{(0)} \cdot (jB_{23}/2)}{\sqrt{3}} = j \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 0,22 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = j1,27 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{23}^{(1)} = \underline{i}_3^{(1)} + \underline{I}_{320}^{(1)} = (100 - j50) + j1,27 = 100 - j48,73 = 111,24 \cdot e^{-j26^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{23}^{(1)} = \underline{I}_{23}^{(1)} + \underline{I}_{230}^{(1)} = (100 - j48,5) + j1,27 = (100 - j47,46) \text{ A}$$

➤ Latura 2-4:

$$\underline{U}_4^{(0)} = 400 \text{ V}$$

$$\underline{i}_4^{(1)} = 200 - j125 = 236 \cdot e^{-j32^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{240}^{(1)} = \frac{(\underline{U}_2^{(0)} / N_{24}) \cdot \underline{y}_T}{\sqrt{3}} = \frac{400 \cdot 45,2 \cdot e^{-j84,8^\circ} \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 10,45 \cdot e^{-j84,8^\circ} = 0,947 - j10,4 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{24}^{(1)} = \underline{i}_4^{(1)} + \underline{I}_{240}^{(1)} = (200 - j125) + (0,947 - j10,4) = (200,947 - j135,4) = 242,3 \cdot e^{-j33,97^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{24}^{(1)} = \frac{\underline{I}_{24}^{(1)}}{N_{24}} = \frac{(200,947 - j135,4)}{25} = (8,04 - j5,4) \text{ A}$$

➤ Latura 1-2:

$$\underline{I}_{210}^{(1)} = \frac{\underline{U}_2^{(0)} \cdot (jB_{12}/2)}{\sqrt{3}} = j \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 0,45 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = j2,6 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{12}^{(1)} = \underline{I}_{23}^{(1)} + \underline{I}_{24}^{(1)} + \underline{I}_{210}^{(1)} = (100 - j48,73) + (8,04 - j5,4) + j2,6 = 108,04 - j51,53 = 119,7 \cdot e^{-j25,5^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{12}^{(1)} = \underline{I}_{12}^{(1)} + \underline{I}_{120}^{(1)} = (108,04 - j51,53) + j2,6 = 108,04 - j48,93 \text{ A}$$

2. Calculul descendent (calculul tensiunilor)

➤ Latura 1-2

$$\Delta \underline{U}_{12}^{(1)} = \sqrt{3} \underline{I}_{12}^{(1)} \cdot \underline{Z}_{L12} = \sqrt{3} \cdot 119,7 \cdot e^{-j25,5^\circ} \cdot 2,2 \cdot e^{j24,2^\circ} = 455,6 \cdot e^{-j1,3^\circ} = (455,5 - j10,33) \text{ V}$$

$$\underline{U}_2^{(1)} = \underline{U}_1 - \Delta \underline{U}_{12}^{(1)} = 10000 - (455,6 - j10,33) = 9544,4 + j10,33 \text{ V}$$

$$\frac{|\underline{U}_2^{(1)}|}{|\underline{U}_1|} = \frac{\sqrt{9544,4^2 + 10,33^2}}{10000} = 0,95444;$$

$$\varepsilon_{U2} = \frac{|\underline{U}_2^{(1)} - \underline{U}_2^{(0)}|}{|\underline{U}_2^{(0)}|} = \frac{|9544,4 + j10,33 - 10000|}{10000} = 0,0456$$

➤ Latura 2-4:

$$\Delta \underline{U}_{24}^{(1)} = \sqrt{3} \underline{i}_{24}^{(1)} \cdot \underline{Z}_T = \sqrt{3} \cdot 236 \cdot e^{-j32^\circ} \cdot 0,04 \cdot e^{j73,6^\circ} = 16,33 \cdot e^{j41,6^\circ} = (12,21 + j10,84) \text{ V}$$

$$\underline{U}_4^{(1)} = \frac{\underline{U}_2^{(1)}}{N_{24}} - \Delta \underline{U}_{24}^{(1)} = \frac{(9544,4 + j10,33)}{25} - (12,21 + j10,84) = (369,57 - j10,43) \text{ V}$$

$$\frac{|\underline{U}_4^{(1)}|}{|\underline{U}_4^{(0)}|} = \frac{\sqrt{369,57^2 + 10,84^2}}{400} = 0,924 \quad ;$$

$$\varepsilon_{U4} = \frac{|\underline{U}_4^{(1)} - \underline{U}_4^{(0)}|}{|\underline{U}_4^{(0)}|} = \frac{|369,57 - j10,43 - 400|}{400} = 0,08$$

➤ Latura 2-3:

$$\Delta \underline{U}_{23}^{(1)} = \sqrt{3} \underline{i}_{23}^{(1)} \cdot \underline{Z}_{L23} = \sqrt{3} \cdot 111,24 \cdot e^{-j26^\circ} \cdot 1,3 \cdot e^{j22,6^\circ} = 250,18 \cdot e^{-j3,4^\circ} = (249,74 - j14,84) \text{ V};$$

$$\underline{U}_3^{(1)} = \underline{U}_2^{(1)} - \Delta \underline{U}_{23}^{(1)} = (9544,4 + j10,33) - (249,74 - j14,84) = (9294,66 + j23,17) \text{ V};$$

$$\frac{|\underline{U}_3^{(1)}|}{|\underline{U}_3^{(0)}|} = \frac{\sqrt{9294,66^2 + 23,17^2}}{10000} = 0,929$$

$$\varepsilon_{U3} = \frac{|\underline{U}_3^{(1)} - \underline{U}_3^{(0)}|}{|\underline{U}_3^{(0)}|} = \frac{|9294,66 + j23,17 - 10000|}{10000} = 0,07 \quad ;$$

3. Calculul puterii injectate

$$\underline{S}_1^{(1)} = \sqrt{3} \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_{12}^{(1)*} = \sqrt{3} \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot (108,04 + j48,93) = (1869 + j846,5) \text{ kVA}$$

$$\underline{S}_1^{(1)} = 2051,76 \text{ kVA} \quad ;$$

4. Verificarea condiției de oprire

➤ Calculul erorii de putere

$$\varepsilon_S = \frac{|1869 + j846,5 - 1868,4 - j951,5|}{|1868,4 + j951,5|} = 0,05 \Rightarrow \varepsilon_{S\%} = 5\%$$

➤ Calculul erorii maxime de tensiune din noduri

$$\varepsilon_U = \text{Maximum}(\varepsilon_{U2}, \varepsilon_{U3}, \varepsilon_{U4}) = \text{Maximum}(0,046; 0,07; 0,08) = 0,08 \Rightarrow \varepsilon_{U\%} = 8\%.$$

CAZUL II. SE CONSIDERĂ CĂ SARCINILE SUNT REPREZENTATE PRIN PUTERI CONSTANTE ($\underline{s}_3 = \text{ct.}$, $\underline{s}_4 = \text{ct.}$).

Deoarece:

$$\underline{i}_3^{(1)} = \frac{\underline{s}_3^*}{\sqrt{3} \underline{U}_3^{(0)*}} = \frac{(1730 - j865)10^3}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 10^3} = (100 - j50) \text{ A și}$$

$$\underline{i}_4^{(1)} = \frac{\underline{s}_4^*}{\sqrt{3} \underline{U}_4^{(0)*}} = \frac{(138,4 - j86,5)10^3}{\sqrt{3} \cdot 0,4} = (200 - j125) \text{ A},$$

sunt curenții de sarcină de la **Cazul I**, se poate trece direct la iterația a 2-a, luând ca valori inițiale ale tensiunilor tensiunile calculate deja la **Cazul Precedent!**

0. Inițializare $it = 1$

Se consideră tensiunile inițiale ale nodurilor egale cu:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_1^{(1)} = \underline{U}_s = 10^4 \cdot e^{j0^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_2^{(1)} = 9544,4 + j10,33 = 9544,4 \cdot e^{j0,062^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_3^{(1)} = 9294,66 + j23,17 = 9294,68 \cdot e^{j0,143^\circ} \text{ V};$$

$$\underline{U}_4 = \underline{U}_4^{(1)} = 369,57 - j10,43 = 369,72 \cdot e^{-j4,92^\circ} \text{ V};$$

și

$$\underline{S}_1^{(1)} = \sqrt{3} \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_{12}^{(1)*} = (1869 + j846,5) \text{ kVA}$$

$$S_1^{(1)} = 2051,76 \text{ kVA}$$

Iterația 2

1. Calculul ascendent $it = it + 1$

Calculul curenților de sarcină:

$$\underline{i}_3^{(2)} = \frac{\underline{s}_3^*}{\sqrt{3} \underline{U}_3^{(2)*}} = \frac{1934 \cdot e^{-j26,6^\circ} \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 9294,68 \cdot e^{-j0,143^\circ}} = 120,275 \cdot e^{-j26,743^\circ} = (107,4 - j54,12) \text{ A};$$

$$\underline{i}_4^{(2)} = \frac{\underline{s}_4^*}{\sqrt{3} \underline{U}_4^{(2)*}} = \frac{163 \cdot e^{-j32^\circ} \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 369,72 \cdot e^{j4,92^\circ}} = 254,84 \cdot e^{-j27,08^\circ} = (226,9 - j116) \text{ A};$$

➤ Latura 2-3:

$$\underline{I}_{320}^{(2)} = \frac{\underline{U}_3^{(1)} \cdot (jB_{23}/2)}{\sqrt{3}} = \frac{9294,68 \cdot e^{j0,143^\circ} \cdot 0,22 \cdot e^{j90^\circ} \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 1,18 \cdot e^{j90,143^\circ} \approx j1,18 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{23}^{(2)} = \underline{i}_3^{(2)} + \underline{I}_{320}^{(2)} = (107,4 - j54,12) + j1,18 = 107,4 - j52,94 = 119,74 \cdot e^{-j26,24^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{230}^{(2)} = \frac{\underline{U}_2^{(1)} \cdot (jB_{23}/2)}{\sqrt{3}} = \frac{9544,4 \cdot e^{j0,062^\circ} \cdot 0,22 \cdot e^{j90^\circ} \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 1,21 \cdot e^{j90,062^\circ} \approx j1,21 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{23}^{(2)} = \underline{I}_{23}^{(1)} + \underline{I}_{230}^{(1)} = (107,4 - j52,94) + j1,21 = (107,4 - j51,73) \text{ A}$$

➤ Latura 2-4:

$$\underline{I}_{240}^{(2)} = \frac{(\underline{U}_2^{(1)}/N_{24}) \cdot \underline{y}_T}{\sqrt{3}} = \frac{9544,4 \cdot e^{j0,062^\circ} \cdot 45,2 \cdot e^{-j84,8^\circ} \cdot 10^{-3}}{25 \cdot \sqrt{3}} = 9,97 \cdot e^{-j84,738^\circ} = 0,91 - j9,93 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{24}^{(2)} = \underline{i}_4^{(2)} + \underline{I}_{240}^{(2)} = (226,9 - j116) + (0,91 - j9,93) = 227,81 - j125,93 = 260,3 \cdot e^{-j28,93^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{24}^{(2)} = \frac{\underline{I}_{24}^{(2)}}{N_{24}} = \frac{227,81 - j125,93}{25} = (9,1 - j5,0) \text{ A};$$

➤ Latura 1-2:

$$\underline{I}_{210}^{(2)} = \frac{\underline{U}_2^{(1)} \cdot (jB_{12}/2)}{\sqrt{3}} = \frac{9544,4 \cdot e^{j0,062^\circ} \cdot 0,45 \cdot e^{j90^\circ} \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 2,48 \cdot e^{j90,062^\circ} \approx j2,48 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{12}^{(2)} = \underline{I}_{23}^{(2)} + \underline{I}_{24}^{(2)} + \underline{I}_{210}^{(2)} = (107,4 - j51,73) + (9,1 - j5,0) + j2,48 = 116,5 - j54,25 = 128,5 \cdot e^{-j25^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{120}^{(2)} = \frac{\underline{U}_s \cdot (jB_{12}/2)}{\sqrt{3}} = \frac{10^4 \cdot 0,45 \cdot e^{j90^\circ} \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = j2,6A$$

$$\underline{I}_{12}^{(2)} = \underline{I}_{12}^{(2)} + \underline{I}_{120}^{(2)} = (116,5 - j54,25) + j2,6 = 116,5 - j51,65 A$$

2. Calculul descendent (calculul tensiunilor)

➤ Latura 1-2

$$\Delta \underline{U}_{12}^{(2)} = \sqrt{3} \underline{I}_{12}^{(2)} \cdot \underline{Z}_{L12} = \sqrt{3} \cdot 128,5 \cdot e^{-j25^\circ} \cdot 2,2 \cdot e^{j24,2^\circ} = 489 \cdot e^{-j0,8^\circ} = (488,95 - j6,82)V$$

$$\underline{U}_2^{(2)} = \underline{U}_s - \Delta \underline{U}_{12}^{(2)} = 10000 - (488,95 - j6,82) = 9511 + j6,82 = 9511 \cdot e^{j0,041^\circ} V$$

$$\frac{|\underline{U}_2^{(2)}|}{|\underline{U}_2^{(0)}|} = \frac{\sqrt{9511^2 + 6,82^2}}{10000} = 0,9511$$

$$\varepsilon_{U2} = \frac{|\underline{U}_2^{(2)} - \underline{U}_2^{(1)}|}{|\underline{U}_2^{(1)}|} = \frac{|9511 + j6,82 - 9544,4 - j10,33|}{|9544,4 + j10,33|} = 0,0035$$

➤ Latura 2-4:

$$\Delta \underline{U}_{24}^{(2)} = \sqrt{3} \underline{I}_{14}^{(2)} \cdot \underline{Z}_T = \sqrt{3} \cdot 254,84 \cdot e^{-j27,08^\circ} \cdot 0,040 \cdot e^{j73,6^\circ} = 17,63 \cdot e^{j46,52^\circ} = (12,13 + j12,8) V$$

$$\underline{U}_4^{(2)} = \frac{\underline{U}_2^{(2)}}{N_{24}} - \Delta \underline{U}_{24}^{(2)} = \frac{(9511 + j6,82)}{25} - (12,13 + j12,8) = 368,31 - j12,52 = 368,52 \cdot e^{-j1,94^\circ} V$$

$$\frac{|\underline{U}_4^{(2)}|}{|\underline{U}_4^{(0)}|} = \frac{368,52}{400} = 0,9213$$

$$\varepsilon_{U2} = \frac{|\underline{U}_4^{(2)} - \underline{U}_4^{(1)}|}{|\underline{U}_4^{(1)}|} = \frac{|368,31 - j12,52 - 369,57 + j10,43|}{|369,57 - j10,43|} = 0,0066$$

➤ Latura 2-3:

$$\Delta \underline{U}_{23}^{(2)} = \sqrt{3} \underline{I}_{23}^{(2)} \cdot \underline{Z}_{L23} = \sqrt{3} \cdot 119,74 \cdot e^{-j26,24^\circ} \cdot 1,3 \cdot e^{j22,6^\circ} = 269,3 \cdot e^{-j3,64^\circ} = (268,76 - j15,97)V$$

$$\underline{U}_3^{(2)} = \underline{U}_2^{(2)} - \Delta \underline{U}_{23}^{(2)} = (9511 + j6,82) - (268,76 - j15,97) = 9242,24 + j22,8 = 9242,26 \cdot e^{j0,14^\circ} V.$$

$$\frac{|\underline{U}_3^{(2)}|}{|\underline{U}_3^{(0)}|} = \frac{9242,26}{10000} = 0,9242$$

$$\varepsilon_{U3} = \frac{|\underline{U}_3^{(2)} - \underline{U}_3^{(1)}|}{|\underline{U}_3^{(1)}|} = \frac{|9242,24 + j22,8 - 9294,66 - j23,17|}{|9294,66 + j23,17|} = 0,0056$$

3. Calculul puterii injectate

$$\underline{S}_1^{(2)} = \sqrt{3} \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_{12}^{(2)*} = \sqrt{3} \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot (116,5 + j51,65) = (2015 + j894) kVA$$

$$\underline{S}_1^{(2)} = 2204 kVA$$

4. Verificarea condiției de oprire

➤ Calculul erorii de putere

$$\varepsilon_{S\%} = \frac{|\underline{S}_1^{(2)} - \underline{S}_1^{(1)}|}{|\underline{S}_1^{(1)}|} 100 = \frac{|2015 + j894 - 1869 - j846,5|}{|1869 + j846,5|} = 7,48\%$$

➤ Calculul erorii maxime de tensiune din noduri

$$\varepsilon_U = \text{Maximum}(\varepsilon_{U2}, \varepsilon_{U3}, \varepsilon_{U4}) = \text{Maximum}(0,0035; 0,0066; 0,0056) = 0,0066 \Rightarrow \varepsilon_{U\%} = 0,66\%$$

5. Se consideră că eroarea obținută în iterația 2 este sub valoarea admisă, valorile obținute sunt valorile finale și se procedează la realizarea bilanțului puterilor în rețeaua studiată, adică la verificarea egalității:

$$\sum_{i \in n_g} S_{gi} = \sum_{j \in n_c} S_{cj} + \Delta S.$$

Valorile finale ale tensiunilor nodurilor sunt cele obținute în iterația 2:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= 10000 = 10000 \cdot e^{j0,0^\circ} \text{ V}; \\ \underline{U}_2 &= 9511 + j6,82 = 9511 \cdot e^{j0,041^\circ} \text{ V} \\ \underline{U}_3 &= 9242,24 + j22,8 = 9242,26 \cdot e^{j0,14^\circ} \text{ V}; \\ \underline{U}_4 &= 368,31 - j12,52 = 368,52 \cdot e^{-j1,94^\circ} \text{ V},\end{aligned}$$

iar admitanțele laturilor sunt:

$$\begin{aligned}\underline{y}_{12} &= \underline{y}_{21} = (\underline{z}_{L12})^{-1} = (2,2 \cdot e^{j24,2^\circ})^{-1} = 0,456 \cdot e^{-j24,2^\circ} = 0,416 - j0,187 \text{ S}; \\ \underline{y}_{23} &= \underline{y}_{32} = (\underline{z}_{L23})^{-1} = (1,3 \cdot e^{j22,6^\circ})^{-1} = 0,77 \cdot e^{-j22,6^\circ} = 0,71 - j0,296 \text{ S}; \\ \underline{y}_{24} &= (\underline{z}_T)^{-1} = (0,040 \cdot e^{j73,6^\circ})^{-1} = 25 \cdot e^{-j73,6^\circ} = 7,0 - j24,0 \text{ S}; \\ \underline{y}_{120} &= \underline{y}_{210} = jB_{L12}/2 = 0,45 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j90^\circ} = j0,45 \cdot 10^{-3} \text{ S}; \\ \underline{y}_{230} &= \underline{y}_{230} = jB_{L23}/2 = 0,22 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j90^\circ} = j0,22 \cdot 10^{-3} \text{ S}; \\ \underline{y}_{240} &= \underline{y}_T = 45,2 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-j84,8^\circ} = (4,125 - j45) \cdot 10^{-3} \text{ S}; \\ \underline{y}_{420} &= 0 \text{ S}.\end{aligned}$$

6. Se procedează la determinarea pierderilor de putere pe laturi:

➤ pentru laturile fără transformator se utilizează relația (6.12):

▪ pentru latura 1-2:

$$\begin{aligned}\Delta S_{12} &= (\underline{y}_{120} + \underline{y}_{12})^* (\underline{U}_1^2 + \underline{U}_2^2) - \underline{y}_{12}^* (\underline{U}_1 \underline{U}_2^* + \underline{U}_2 \underline{U}_1^*) = \\ &= (j0,45 \cdot 10^{-3} + 0,416 - j0,187)^* [(10^4)^2 + (9511)^2] - \\ &- (0,416 - j0,187)^* [10^4 \cdot (9535,51 \cdot e^{-j0,041^\circ} + 9535,51 \cdot e^{j0,041^\circ})] = \\ &= (0,416 + j0,18655) [(10^4)^2 + (9511)^2] - 2(0,416 + j0,187) \cdot 10^4 \cdot 9511 \cdot \cos(0,041^\circ) = \\ &= 99,5 - j40,98 \text{ kVA};\end{aligned}$$

▪ pentru latura 2-3:

$$\begin{aligned}
 \Delta S_{23} &= (\underline{y}_{230} + \underline{y}_{23})^* (\underline{U}_2^2 + \underline{U}_3^2) - \underline{y}_{23}^* (\underline{U}_2 \underline{U}_3^* + \underline{U}_3 \underline{U}_2^*) = \\
 &= (j0,22 \cdot 10^{-3} + 0,71 - j0,296)^* [(9511)^2 + (9242,26)^2] - \\
 &- (0,71 - j0,296) (9511 \cdot e^{j0,041^\circ} 9242,26 \cdot e^{-j0,14^\circ} + 9242,26 \cdot e^{j0,14^\circ} \cdot 9511 \cdot e^{-j0,041^\circ}) = \\
 &= (0,71 + j0,29578) [(9511)^2 + (9242,26)^2] - \\
 &- (0,71 + j0,296) (9511 \cdot 9242,26 \cdot e^{-j0,1^\circ} + 9511 \cdot 9242,26 \cdot e^{j0,1^\circ}) = \\
 &= (0,71 + j0,29578) [(9511)^2 + (9242,26)^2] - 2(0,71 + j0,296) \cdot 9511 \cdot 9242,26 \cdot \cos(0,1^\circ) = \\
 &= 51,467 - j17,3 \text{ kVA};
 \end{aligned}$$

➤ pentru latura 2-4 cu transformator, transformator conectat la nodul k (operatorul N_{ik} la nodul i), se utilizează relația (6.28), în care se ține cont că $\underline{y}_{420}=0$:

$$\begin{aligned}
 \Delta S_{24} &= (\underline{y}_{240} + \underline{y}_{24})^* \cdot N_{42}^2 \cdot \underline{U}_2^2 + \underline{y}_{24}^* \cdot \underline{U}_4^2 - \underline{y}_{24}^* N_{42} \cdot (\underline{U}_2 \underline{U}_4^* + \underline{U}_4 \underline{U}_2^*) = \\
 &= (0,004125 - j0,045 + 7 - j24)^* \cdot (1/25)^2 \cdot 9511^2 + (7 - j24)^* \cdot 368,52^2 - \\
 &- (7 - j24)^* (1/25) \cdot (9511 \cdot e^{j0,041^\circ} 368,52 \cdot e^{j1,94^\circ} + 368,52 \cdot e^{-j1,94^\circ} 9511 \cdot e^{-j0,041^\circ}) = \\
 &= (7,004 + j24,045) \cdot (1/25)^2 \cdot 9511^2 + (7 + j24) \cdot 368,52^2 - \\
 &- 2(7 + j24)(1/25) \cdot 9511 \cdot 368,52 \cdot \cos(1,9^\circ) = 2,65 + j13,623 \text{ kVA}
 \end{aligned}$$

Se pot verifica pierderile pe latura 2-4, care sunt pierderi în transformator. Factorul de încărcare al transformatorului este $\alpha = S/S_{nom} = 163/250 = 0,652$. Se utilizează următoarele relații:

- pentru pierderile de putere activă:

$$\Delta P_T = P_{Fe} + \alpha^2 P_{Sc} = 0,66 + (0,652)^2 \cdot 4,4 = 2,53 \text{ kW};$$

- pentru pierderile de putere reactivă:

$$\Delta Q_T = \frac{i_{0\%}}{100} S_{nom} + \frac{u_{sc\%}}{100} \alpha^2 S_{nom} = \frac{2,9}{100} 250 + \frac{6}{100} (0,652)^2 \cdot 250 = 13,62 \text{ kvar},$$

rezultate care confirmă calculele anterioare.

7. Verificare:

- Sarcina totală este:

$$\sum \underline{S}_{cj} = \underline{S}_3 + \underline{S}_4 = (1730 + j865) + (138,4 + j86,5) = (1868,4 + j951,5) \text{ kVA};$$

- Diferența dintre puterea injectată și sarcina cerută (pierderile rezultate):

$$\begin{aligned}
 \Delta \underline{S}_r &= \underline{S}_s - \sum \underline{S}_{cj} = (2015 + j894) - (1868,4 + j951,5) = (146,6 - j57,5) \text{ kVA}; \\
 \Delta S_r &= 157,47 \text{ kVA};
 \end{aligned}$$

- Pierderile totale calculate sunt:

$$\begin{aligned}
 \Delta \underline{S}_c &= \Delta \underline{S}_{12} + \Delta \underline{S}_{23} + \Delta \underline{S}_{24} = (99,5 - j40,98) + (51,467 - j17,3) + (2,65 + j13,62) = \\
 &= (153,617 - j54,06) \text{ kVA}; \\
 \Delta S_c &= 162,85 \text{ kVA};
 \end{aligned}$$

- Eroarea de calcul a pierderilor:

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{\Delta S_r - \Delta S_c}{\Delta S_r} 100 = \frac{157,47 - 162,85}{157,47} 100 = 3,42\% .$$

Eroarea se datorează preciziei de determinare a soluției finale și aproximărilor de calcul.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Eremia M., Bulac C. ș.a. Electric Power Systems. Volume 1 Electric Networks, Editura Academiei Române, București, 2006.
- [2]. Radu-Adrian Tîrnovan, Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Note de curs, Ed. UT. PRESS, Cluj-Napoca, 2017, ISBN 978-606-737-273-1

10. METODE DIRECTE DE SOLUȚIONARE A REGIMULUI PERMANENT. METODA DE ELIMINARE GAUSS. METODA DE ELIMINARE COMPLETĂ GAUSS-JORDAN

10.1. INTRODUCERE

Formularea problemei de regim permanent al sistemelor electroenergetice (SEE) poate fi exprimată prin două tipuri de modele matematice:

1) **Modele liniare:** modelul ecuațiilor nodale liniare – injecție de curenți;

2) **Modele neliniare:**

- modelul ecuațiilor nodale neliniare (în mărimi complexe);
- modelul bilanțului de curenți în noduri (în mărimi reale);
- modelul bilanțului de puteri în noduri (în mărimi reale).

Metodele numerice de rezolvare a unui sistem liniar sunt de două tipuri:

1) **Directe** - metodele directe constau în reducerea sistemului de ecuații, într-un număr finit de etape, la un sistem echivalent, (cu aceeași soluție) direct rezolvabil – prin substituție directă sau inversă. Aceste metode furnizează soluția exactă a sistemului în cazurile (ideale) în care erorile de rotunjire sunt absente și necesită, în acest scop, efectuarea unui număr de operații aritmetice elementare de ordinul n^3 (unde n este numărul de necunoscute). Pot fi amintite următoarele metode directe de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare:

- Metoda lui Cramer bazată pe calculul determinanților;
- Metoda de eliminare a lui Gauss;
- Factorizarea LU;
- Factorizarea Cholesky;
- Metoda eliminării complete (Gauss-Jordan).

Deși în esență foarte simplă, metoda lui Cramer se dovedește cu totul inefficientă sub aspectul numărului de operații.

2) **Iterative** - în care soluția este obținută pornind de la o aproximație inițială care este îmbunătățită de la o etapă la alta, astfel pot fi amintite:

- Metoda iterativă Jacobi;
- Metoda iterativă Gauss-Seidel;
- Metoda relaxării.

10.2. PRINCIPIUL METODEI DE ELIMINARE A LUI GAUSS

Fie sistemul de ecuații algebrice liniare scris sub forma

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (10.1)$$

unde $a_{ij} \in \mathbf{R}$ sunt coeficienți, x_j sunt necunoscutele sistemului, iar b_i sunt termenii liberi.

Sistemul (10.1) poate fi scris sub formă matriceală:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}. \quad (10.2)$$

$\mathbf{A}$ este o matrice pătrată, nesingulară, de dimensiune $n \times n$, iar $\mathbf{x}$ și $\mathbf{b}$ sunt vectori coloană de dimensiune n .

Se consideră sistemul format din trei ecuații cu trei necunoscute

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 = b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 = b_2, \\ a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 = b_3 \end{cases} \quad (10.3)$$

care poate fi pus sub forma matriceală

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}. \quad (10.4)$$

Prima ecuație, multiplicată cu raportul a_{21}/a_{11} , se scade din cea de a doua ecuație, după care multiplicată cu raportul a_{31}/a_{11} se scade din cea de a treia ecuație. Elementul a_{11} se numește *pivot*, iar dacă este egal cu zero se interschimbă între ele ecuațiile 1 și 2. Se elimină astfel necunoscută x_1 din cea de a doua ecuație și de a treia ecuație obținându-se sistemul:

$$\begin{cases} x_1 + \left(\frac{a_{12}}{a_{11}}\right) \cdot x_2 + \left(\frac{a_{13}}{a_{11}}\right) \cdot x_3 = \left(\frac{b_1}{a_{11}}\right) \\ \left(a_{22} - a_{21} \frac{a_{12}}{a_{11}}\right) \cdot x_2 + \left(a_{23} - a_{21} \frac{a_{13}}{a_{11}}\right) \cdot x_3 = b_2 - a_{21} \frac{b_1}{a_{11}}, \\ \left(a_{23} - a_{31} \frac{a_{12}}{a_{11}}\right) \cdot x_2 + \left(a_{33} - a_{31} \frac{a_{13}}{a_{11}}\right) \cdot x_3 = b_2 - a_{21} \frac{b_1}{a_{11}} \end{cases} \quad (10.5)$$

în care se fac notațiile

$$\begin{cases} a_{1j}^{(1)} = \left(\frac{a_{1j}}{a_{11}}\right); \quad b_1^{(1)} = \left(\frac{b_1}{a_{11}}\right), \\ a_{ij}^{(1)} = (a_{ij} - a_{j1} a_{1j}^{(1)}); \quad b_i^{(1)} = (b_i - a_{i1} b_1^{(1)}) \end{cases} \quad i = 2, 3; \quad j = 1, 2, 3. \quad (10.6)$$

Rezultă următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} 1 \cdot x_1 + a_{12}^{(1)} \cdot x_2 + a_{13}^{(1)} \cdot x_3 = b_1^{(1)} \\ a_{22}^{(1)} \cdot x_2 + a_{23}^{(1)} \cdot x_3 = b_2^{(1)}, \\ a_{32}^{(1)} \cdot x_2 + a_{33}^{(1)} \cdot x_3 = b_3^{(1)} \end{cases} \quad (10.7)$$

care poate fi pus sub forma matriceală

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} \\ 0 & a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(1)} \\ b_3^{(1)} \end{bmatrix}. \quad (10.8)$$

Se continuă algoritmul cu eliminarea celei de a doua necunoscute din cea de a treia ecuație. Se împarte cea de a doua ecuație cu elementul pivot $a_{22}^{(1)}$ (dacă acesta este nul se interschimbă

între ele ecuațiile 2 și 3 și se trece la pasul următor). Apoi ecuația 2 se multiplică cu $a_{32}^{(1)}$ și se scade din cea de a treia ecuație, obținându-se:

$$\begin{cases} 1 \cdot x_1 + a_{12}^{(1)} \cdot x_2 + a_{13}^{(1)} \cdot x_3 = b_1^{(1)} \\ 1 \cdot x_2 + a_{23}^{(2)} \cdot x_3 = b_2^{(2)} \\ a_{33}^{(2)} \cdot x_3 = b_3^{(2)} \end{cases}, \quad (10.9)$$

sau sub formă matriceală

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} \\ 0 & 1 & a_{23}^{(2)} \\ 0 & 0 & a_{33}^{(2)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(2)} \\ b_3^{(2)} \end{bmatrix}. \quad (10.10)$$

Faza eliminării se încheie împărțind ultima ecuație la elementul pivot $a_{33}^{(2)}$, care pentru un sistem cu matrice nesingulară (matrice pătratică, cu determinant nenul), este diferit de zero. Rezultă următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} 1 \cdot x_1 + a_{12}^{(1)} \cdot x_2 + a_{13}^{(1)} \cdot x_3 = b_1^{(1)} \\ 1 \cdot x_2 + a_{23}^{(2)} \cdot x_3 = b_2^{(2)} \\ 1 \cdot x_3 = \frac{b_3^{(2)}}{a_{33}^{(2)}} = b_3^{(3)} \end{cases}, \quad (10.11)$$

sau

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} \\ 0 & 1 & a_{23}^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(2)} \\ b_3^{(3)} \end{bmatrix}. \quad (10.12)$$

Matricea coeficienților din (10.12) este superior triunghiulară, iar sistemul obținut este echivalent cu cel inițial $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, având aceeași soluție (x_1, x_2, x_3). Soluția sistemului se determină pe baza unui calcul recursiv care presupune parcurgerea în sens invers a ecuațiilor sistemului (10.12) cu matrice triunghiulară, rezultat în faza eliminării. Faza se numește substituția inversă și rezultă:

$$\begin{cases} x_3 = b_3^{(3)} \\ x_2 = b_2^{(2)} - a_{23}^{(2)} \cdot x_3 \\ x_1 = b_1^{(1)} - a_{12}^{(1)} \cdot x_2 - a_{13}^{(1)} \cdot x_3 \end{cases}, \quad (10.13)$$

Așadar, determinarea soluțiilor se face recursiv, începând cu ultima necunoscută. Fiecare nouă soluție depinde în mod explicit numai de soluțiile determinate anterior.

Metoda descrisă mai sus poate fi generalizată și aplicată la rezolvarea unui sistem cu un număr oarecare de n ecuații liniare cu n necunoscute. Metoda constă în a obține zerouri sub diagonală principală a matricei $\mathbf{A}$ succesiv, întâi pe prima coloană, apoi pe coloana a doua etc. Pe ultima linie a lui $\mathbf{A}$ rămânând doar coeficientul $a_{nn}^{(n-1)}$ modificat de operațiile de eliminare anterioare. Un pas oarecare, p , al metodei constă în obținerea de zerouri sub diagonală

principală, în coloana p a matricei $\mathbf{A}$. Matricea coeficienților necunoscutelor modificată, cât și matricea termenilor liberi și elementele celor două matrice se identifică prin indicele superior (p) . Astfel, în urma pasului $p-1$ al fazei eliminării, sistemul are forma echivalentă

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & \cdots & a_{1p}^{(1)} & a_{1(p+1)}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(2)} & \cdots & a_{2p}^{(2)} & a_{2(p+1)}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(2)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{pp}^{(p-1)} & a_{(p+1)p}^{(p-1)} & \cdots & a_{pn}^{(p-1)} \\ 0 & 0 & \cdots & a_{(p+1)p}^{(p-1)} & a_{(p+1)(p+1)}^{(p-1)} & \cdots & a_{(p+1)n}^{(p-1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{np}^{(p-1)} & a_{n(p+1)}^{(p-1)} & \cdots & a_{nn}^{(p-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_p \\ x_{p+1} \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(2)} \\ \cdots \\ b_p^{(p-1)} \\ b_{p+1}^{(p-1)} \\ \cdots \\ b_n^{(p-1)} \end{bmatrix}. \quad (10.14)$$

La pasul p ($p = 1, 2, \dots, n-1$) este eliminată necunoscuta x_p din ultimele $n-p$ ecuații și sistemul este adus la forma următoare:

$$\begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} & \cdots & a_{1p}^{(1)} & a_{1(p+1)}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(2)} & \cdots & a_{2p}^{(2)} & a_{2(p+1)}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(2)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{pp}^{(p)} & a_{(p+1)p}^{(p)} & \cdots & a_{pn}^{(p)} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{(p+1)(p+1)}^{(p)} & \cdots & a_{(p+1)n}^{(p)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{np}^{(p)} & a_{n(p+1)}^{(p)} & \cdots & a_{nn}^{(p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_p \\ x_{p+1} \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(2)} \\ \cdots \\ b_p^{(p)} \\ b_{p+1}^{(p)} \\ \cdots \\ b_n^{(p)} \end{bmatrix}. \quad (10.15)$$

În final se obține sistemul

$$\mathbf{A}^{(n)} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}^{(n)}, \quad (10.16)$$

în care matricea $\mathbf{A}^{(n)}$ este superior triunghiulară.

Sistemul se rezolvă prin metoda substituției inverse potrivit relațiilor:

$$\begin{cases} x_n = \frac{b_n^{(n)}}{a_{nn}^{(n)}} \\ x_i = \left(b_i^{(i)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}^{(i)} x_j \right) / a_{ii}^{(i)}, i = n-1, \dots, 1. \end{cases} \quad (10.17)$$

Sistemul $\mathbf{A}^{(n)} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}^{(n)}$ poate fi transformat într-un sistem superior triunghiular echivalent (adică cu matricea sistemului triunghiular superior). Algoritmul corespunzător metodei de triangularizare și substituția inversă este prezentat în organigrama din figura 10.1.

În implementarea algoritmului eliminării gaussiene, la fiecare pas p al eliminării se efectuează împărțirea liniei pivot p la elementul diagonal a_{pp} . În practică, este posibil ca acest element să fie egal cu zero, situație în care este imposibilă continuarea algoritmului. Erorile de rotunjire în calculul elementelor matricei $\mathbf{A}^{(p)}$ sunt cu atât mai mici cu cât elementul pivot a_{pp} este mai mare în valoare absolută.

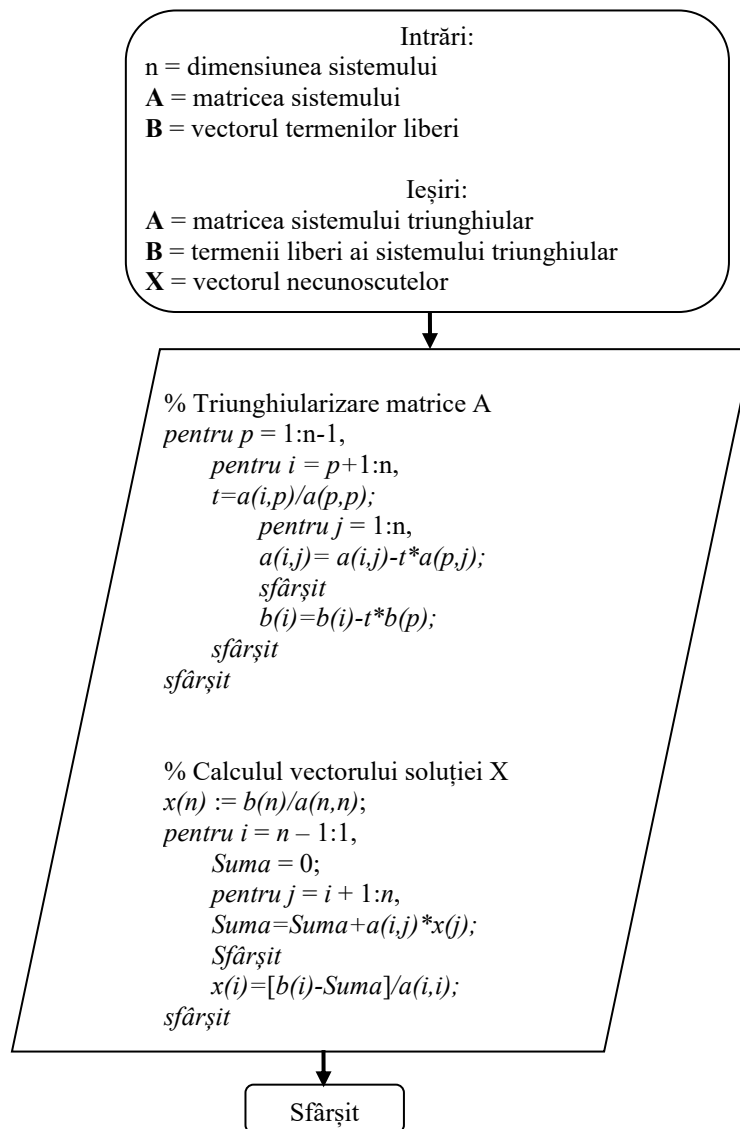


Fig.10.1. Algoritmul metodei de triangularizare și substituția inversă.

Aplicația 10.1. Să se rezolve următorul sistem de ecuații liniare, folosind metoda Gauss:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 2 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

Soluție:

Se urmăresc pașii prezentați în organigrama din figura 10.1.

Intrări:

$$n=3; \quad [A] = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -4 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}; \quad [B] = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix};$$

<pre> % Triunghiularizare matrice A pentru p = 1:n-1, pentru i = p+1:n, t=a(i,p)/a(p,p); pentru j = 1:n, a(i,j) = a(i,j)-t*a(p,j); sfârșit b(i)=b(i)-t*b(p); sfârșit sfârșit </pre>	<pre> 1) Triunghiularizare matrice A p=1;i=2, t=-2/3; a(2,1)=2-(-2/3)(-3)=0 a(2,2)=1-(-2/3)(1)=5/3 a(2,3)=-4-(-2/3)(-2)=-16/3 b(2)=2-(-2/3)(1)=8/3 p=1;i=3, t=-5/3 a(3,1)=5-(-5/3)(-3)=0 a(3,2)=-1-(-5/3)(1)=2/3 a(3,3)=3-(-5/3)(-2)=-1/3 b(3)=3-(-5/3)(1)=14/3 p=2;i=3, t=2/5; a(3,1)=0-(2/5)(0)=0 a(3,2)=2/3-(2/5)(5/3)=0 a(3,3)=-1/3-(2/5)(-16/3)=27/15 b(3)=14/3-(2/5)(8/3)=54/15 </pre>
<pre> % Calculul vectorului soluției X x(n) := b(n)/a(n,n); Suma = 0; pentru i = n - 1:1, Suma = 0; pentru j = i + 1:n, Suma=Suma+a(i,j)*x(j); Sfârșit x(i)=[b(i)-Suma]/a(i,i); sfârșit </pre>	<pre> 2) Calculul vectorului soluției X x(3)=b(3)/a(3,3)=2 Suma = 0; i = 2, j = 3, Suma=0+(-16/3)*2=-32/3; Sfârșit x(2)=[8/3+32/3]/(5/3)=8 Suma=0, i=1, j=2, Suma=0+1*8=8, j=3, Suma=8+(-2)*2=4, x(1)=[1-4]/(-3)=1. </pre>

10.3. METODA ELIMINĂRII COMPLETE (GAUSS - JORDAN)

Metoda este similară cu metoda eliminărilor Gauss, cu deosebirea că produce zerouri atât sub cât și deasupra diagonalei principale, reducând astfel matricea inițială la o matrice diagonală. Ca urmare a numărului sporit de operații, utilizarea metodei Gauss - Jordan la rezolvarea sistemelor de ecuații nu este justificată. Această metodă este însă utilizată la calculul numeric al matricei inverse, notată cu A^{-1} .

Astfel, metoda presupune transformarea sistemului:

$$[A] \cdot [X] = [B] \quad (10.18)$$

într-un sistem echivalent (care are soluție similară cu cea a sistemului original) de forma:

$$[A^*] \cdot [X] = [B^*] \quad (10.19)$$

pentru care rezolvarea este foarte simplă.

Metoda se caracterizează prin faptul că matricea $\mathbf{A}^*$ se identifică cu matricea unitate $\mathbf{I}$, ceea ce permite determinarea rapidă a soluției:

$$[\mathbf{X}] = [\mathbf{B}^*] \quad (10.20)$$

Cu alte cuvinte, matricea coeficienților $\mathbf{A}$ trebuie redusă la matricea unitate $\mathbf{I}$ efectuând operațiile corespunzătoare asupra vectorului $\mathbf{B}$.

În timp ce metoda eliminării Gauss conține eliminarea înainte sau înapoi, pentru a transforma matricea inițială a coeficienților într-o matrice superior sau inferior triunghiulară, respectiv, substituția înainte sau înapoi, în vederea determinării soluției, metoda Gauss-Jordan conține atât eliminarea înainte cât și eliminarea înapoi, în scopul transformării matricei inițiale în matrice unitate, astfel încât vectorul termenilor liberi rezultat va coincide cu soluția sistemului inițial.

Metoda eliminării complete se poate folosi, printre altele, pentru:

- rezolvarea unui sistem de ecuații liniare;
- calculul inversei unei matrice nesingulare.

Etapele aplicării acestei metode sunt:

1) Se alcătuiește un tabel care conține matricea sistemului ce trebuie rezolvat (notată $\mathbf{A}$) sau matricea ce trebuie inversată ($\mathbf{A}$);

2) Se alege un element nenul al matricei $\mathbf{A}$, numit pivot;

3) Elementele din tabel se modifică astfel:

- elementele de pe linia pivotului se împart la pivot;
- coloana pivotului se completează cu zero;
- restul elementelor se calculează după regula dreptunghiului:
 - se formează un dreptunghi, având elementul ce trebuie înlocuit și pivotul ca vârfuri;
 - din produsul elementelor de pe diagonala pivotului se scade produsul elementelor celeilalte diagonale, iar rezultatul se împarte la pivot;
 - regula dreptunghiului se prezintă astfel:

$$\begin{array}{ccc|c} a & \cdots & x & \\ \vdots & & \vdots & \\ \vdots & & \vdots & \\ \boxed{b} & \cdots & c & \end{array} \quad (10.21)$$

și

$$x' = \frac{b \cdot x - a \cdot c}{b}, \quad (10.22)$$

unde

- b = pivotul;
- x = elementul ce trebuie înlocuit;
- x' = noua valoare a elementului x ;
- dacă pe linia pivotului există un element egal cu zero, atunci coloana acelui element se copiază; analog, dacă pe coloana pivotului există un element egal cu zero, atunci linia acelui element se copiază.
- se reiau pașii 2 și 3 până când de pe fiecare linie s-a ales câte un pivot.

Aplicația 10.2. Să se rezolve următorul sistem de ecuații liniare, folosind metoda Jordan:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 2 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

Soluție:

Se folosește o schemă de forma următoare:

$$\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{b} \\ \hline \dots\dots & \\ \hline \mathbf{I}_3 & \mathbf{X} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} -3 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -4 & 2 \\ 5 & -1 & 3 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/3 & 2/3 & -1/3 \\ 0 & 5/3 & -16/3 & 8/3 \\ 0 & 2/3 & -1/3 & 14/3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2/5 & 1/5 \\ 0 & 1 & -16/5 & 8/5 \\ 0 & 0 & 9/5 & 18/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

Rezultă că soluția sistemului este: $x_1 = 1$, $x_2 = 8$, $x_3 = 2$.

10.4. APLICAREA METODELOR DIRECTE PENTRU SOLUȚIONAREA REGIMULUI PERMANENT AL SEE

10.4.1. Introducere

Se pleacă de la *modelul bilanțului de curenți în noduri*:

$$[\mathbf{Y}_{nn}] \cdot [\mathbf{U}_n] = [\mathbf{I}_n], \quad (10.23)$$

unde în cazul în care sarcinile sunt date sub formă de puteri, curenții nodali se determină cu relația

$$\underline{I}_i = \frac{P_i - jQ_i}{\underline{U}_i^*}, \quad i = 1, \dots, n; i \neq e. \quad (10.24)$$

Ecuatiile nodale de bază în regim permanent al SEE, pentru cele $n-1$ noduri independente, se scriu sub forma:

$$\underline{I}_i = \underline{Y}_{ii} \cdot \underline{U}_i + \sum_{k=1; k \neq i}^n \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{U}_k, \quad i = 1 \dots n; i \neq e, \quad (10.25)$$

sau

$$\underline{Y}_{ii} \cdot \underline{U}_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i; k \neq e}}^n \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{U}_k = \underline{I}_i - \underline{Y}_{ek} \cdot \underline{U}_e, i=1 \dots n; i \neq e. \quad (10.26)$$

Sistemul de ecuații (10.26) poate fi scris sub formă matriceală plecând de la relația (10.23) în care se elimină linia corespunzătoare nodului de echilibrare, respectiv din matricea $[\underline{Y}_{nn}]$ se elimină și coloana corespunzătoare acestui nod:

$$\left[\underline{Y}_{nn}'' \right]_{(n-1) \times (n-1)} \cdot \left[\underline{U}_{n-1}'' \right]_{(n-1) \times 1} = \left[\underline{I}_{n-1}'' \right]_{(n-1) \times 1} - \left[\underline{Y}_{ne} \right]_{(n-1) \times 1} \cdot \left[\underline{U}_e \right]_{(n-1) \times 1}, \quad (10.27)$$

unde matricea $[\underline{Y}_{nn}'']$ este de forma

$$\left[\underline{Y}_{nn}'' \right]_{(n-1) \times (n-1)} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{ee} & \dots & \dots & \underline{Y}_{en} \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \underline{Y}_{ne} & \dots & \dots & \underline{Y}_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

Calculul injecției de putere în nodul de echilibru se face cu relația:

$$\underline{S}_e = P_e + jQ_e = \underline{Y}_{ee}^* \cdot \underline{U}_e^2 + \underline{U}_e \cdot \sum_{k=1; k \neq e}^n \underline{Y}_{ek}^* \cdot \underline{U}_k^* \quad (10.28)$$

10.4.2. Aplicarea algoritmului de calcul

Rezolvarea problemei de regim permanent, utilizând metoda de eliminare a lui Gauss, se desfășoară într-un proces iterativ care se consideră încheiat atunci când este îndeplinită condiția de oprire:

- Pentru rețele cu sarcini exprimate prin curenți constanți (sistem de ecuații liniare), soluția se obține după o singură iterație, $it = 1$;
- Pentru rețele neliniare calculul se desfășoară repetitiv, noile valori ale potențialelor nodurilor calculate în iterația curentă fiind valori inițiale pentru reluarea calculului în iterația următoare $it+1$. Calculul se reia până când se verifică cel puțin una dintre condițiile de oprire:
 - eroarea relativă a puterii injectate/absorbite în nodul de echilibrare este mai mică sau cel puțin egală cu o valoare impusă:

$$\varepsilon_S = \frac{|S_e^{(it)} - S_e^{(it-1)}|}{|S_e^{(it-1)}|} \leq \varepsilon_S^{imp}; \quad (10.29)$$

- eroarea relativă de tensiune, pentru fiecare nod, să fie mai mică sau cel puțin egală cu o valoare impusă:

$$\varepsilon_U = \text{Maximum} \left\{ \frac{|U_i^{(it)} - U_i^{(it-1)}|}{|U_i^{(it-1)}|}, \quad i=1, 2, \dots, n; i \neq e \right\} \leq \varepsilon_U^{imp}, \quad (10.30)$$

unde n reprezintă numărul de noduri independente;

- numărul de iterații (reluări) ale algoritmului este mai mare decât o valoare impusă:

$$it \geq it_{\max}. \quad (10.31)$$

1) Introducerea datelor inițiale:

➤ Date nodale:

- număr nod – numărul nodurilor este suma dintre numărul nodurilor de echilibrare U_0 (1), a numărului nodurilor generatoare (n_G) și a numărului nodurilor de consum (n_C)
 - codificare tip nod (PU, PQ, U0) - Ω_G reprezintă mulțimea nodurilor de tip PU, Ω_C este mulțimea nodurilor de tip consumator (PQ);
 - potențialele nodurilor
 - pentru nodul de echilibrare (U_0) $U_e = U^{imp}$ și $\theta_e = \theta^{imp}$ ($\theta^{imp} = 0^\circ$);
 - în nodurile cu valori ale tensiunii fixate (PU) tensiunile se inițializează cu valorile date $U_i = U_i^{imp}$ și $\theta_i = \theta_e$, $i \in \Omega_G$;
 - pentru nodurile de tip consumator de obicei potențialele se inițializează cu valorile nominale ale nodurilor $U_i = U_{ni}$ și $\theta_i = \theta_e$ unde $i \in \Omega_C$;
 - puteri generate (P_i) în nodurile generator cu $i \in \Omega_G$;
 - limite ale puterilor reactive ($Q_i^{(min)}$, $Q_i^{(max)}$) în nodurile generator, $i \in \Omega_G$;
 - puteri consumate (P_i , Q_i) la nodurile consumator, $i \in \Omega_C$;
- **Date laturi:** nod inițial, nod final, parametrii laturilor (impedanțe, admitanțe) sau date necesare pentru calculul acestora în funcție de tip (linie electrică, transformator, etc.), etc.;

2) Inițializarea procesului iterativ:

$$it = 1;$$

3) Calculul injecției de putere aparentă în nodul de echilibru, la începutul iterației

$$\underline{S}_e^{(it-1)} = \underline{Y}_{ee}^* \cdot \underline{U}_e^2 + \underline{U}_e \cdot \sum_{k=1; k \neq e}^n \underline{Y}_{ek}^* \cdot \underline{U}_k^{(it-1)};$$

4) Tratarea nodurilor de tip generator (PU):

4.1) Calculul valorii corectate a potențialelor $\underline{U}_i^{(it-1)}$

$$\underline{U}_i^{(cor)} = \frac{|\underline{U}_i^{(impuse)}| \cdot \underline{U}_i^{(it-1)}}{|\underline{U}_i^{(it-1)}|};$$

4.2) Calculul injecției de putere reactivă în nod

$$Q_i^{(it-1)} = \text{Im}(\underline{S}_i^{(it-1)}) = \text{Im}(\underline{U}_i^{(cor)} \cdot \underline{I}_i^*) = \text{Im} \left[\underline{Y}_{ii}^* \cdot (\underline{U}_i^{(cor)})^2 + \underline{U}_i^{(cor)} \cdot \sum_{k=1; k \neq i}^n \underline{Y}_{ik}^* \cdot (\underline{U}_k^{(it-1)})^* \right], i \neq e;$$

4.3) Verificarea încadrării puterii reactive nodale între limitele impuse:

- Dacă se constată că $Q_i^{(min)} \leq Q_i^{(it-1)} \leq Q_i^{(max)}$ nodul i rămâne nod de tip generator, iar în calcule se utilizează valoarea corectată a tensiunii $\underline{U}_i^{(it-1)} = \underline{U}_i^{(cor)}$;
- Dacă rezultă că $Q_i^{(it-1)} < Q_i^{(min)}$ nodul i se transformă în iterația curentă în nod de tip PQ (consumator), pentru care $Q_i^{(it-1)} = Q_i^{(min)}$ și se menține valoarea necorectată a tensiunii $\underline{U}_i^{(it-1)}$;
- Dacă rezultă că $Q_i^{(it-1)} > Q_i^{(max)}$ nodul i se transformă în iterația curentă în nod de tip PQ (consumator), pentru care $Q_i^{(0)} = Q_i^{(max)}$ și se menține valoarea necorectată a tensiunii $\underline{U}_i^{(it-1)}$;

5) Calculul potențialelor nodale din iterația curentă it ($i = 1, \dots, n, i \neq e$) – se utilizează una dintre metodele de rezolvare directă – eliminare Gauss, eliminare completă Gauss-Jordan, etc.

Calculul se desfășoară într-o singură etapă oferind o soluție exactă a sistemului de ecuații din iterația curentă it !

6) Calculul puterii aparente în nodul de echilibru la finalul iterației curente it :

$$\underline{S}_e^{(it)} = \underline{Y}_{ee}^* \cdot \underline{U}_e^2 + \underline{U}_e \cdot \sum_{k=1; k \neq e}^n \underline{Y}_{ek}^* \cdot (\underline{U}_k^{(it)});$$

$$it = it + 1;$$

7) Verificarea condiției de oprire:

Criteriile de oprire a algoritmului iterativ pot avea în vedere mai multe elemente:

7.1) Eroarea puterii aparente în nodul de echilibrare

$$\frac{|S_e^{(it)} - S_e^{(it-1)}|}{|S_e^{(it-1)}|} \leq \varepsilon_S^{imp};$$

7.2) Eroarea maximă a tensiunilor în noduri

$$\text{Maximum} \left\{ \frac{|U_i^{(it)} - U_i^{(it-1)}|}{|U_i^{(it-1)}|}, \quad i=1, 2, \dots, n; i \neq e \right\} \leq \varepsilon_U^{imp};$$

7.3) Numărul de iterații

$$it \geq it_{\max};$$

- Dacă condiția de oprire este îndeplinită se trece la pasul următor, 8;
- Dacă condiția de oprire nu este verificată se revine la pasul 4, folosind ca aproximații inițiale ale tensiunilor nodale noile valori calculate și ca putere injectată inițială în nodul de echilibru valoarea nou calculată;

8) Tensiunile nodale sunt cele calculate în ultima iterație. Injecția de putere în nodul de echilibru corespunde ultimii valori calculate;

9) Se efectuează calculul circulațiilor de puteri și al pierderilor de putere pe laturi.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Darie, S., Vădan, I., Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Instalații pentru transportul și distribuția energiei electrice, UT PRESS, Cluj Napoca 2003, ISBN 973-662-037-0
- [2]. Mihai Talmaciu, Alina-Mihaela Patriciu - Calcul numeric, Editura PIM, Iași, 2008, ISBN: 978-606-520-013-5
- [3]. M. Gavrilăș, Sisteme Electroenergetice - Note de curs, <http://iota.ee.tuiasi.ro/~mgavril/>, accesat octombrie 2017.

11. METODE ITERATIVE DE SOLUȚIONARE A REGIMULUI PERMANENT AL SEE. METODA GAUSS-JACOBI. METODA GAUSS-SEIDEL

Pentru soluționarea regimului permanent, în cazul în care modelul de rețea este liniar, se pot utiliza atât metode directe cât și metode iterative.

Metodele iterative sunt metode în care soluția este obținută pornind de la o aproximație inițială, care este îmbunătățită de la o etapă la alta. Astfel, dintre de algoritmi utilizați pentru soluționarea regimurilor permanente din SEE, pot fi amintiți:

- Metoda iterativă Gauss-Jacobi;
- Metoda iterativă Gauss-Seidel;
- Metoda relaxării;
- Metoda curenților reziduali.

Numărul de operații pentru metodele directe de rezolvare a sistemelor algebrice liniare este $O(n^3)$ (n fiind numărul de ecuații și necunoscute), în timp de metodele iterative pot conduce la un număr mai mic de operații.

11.1. SOLUȚIONAREA PROBLEMEI DE REGIM PERMANENT UTILIZÂND METODA GAUSS-JACOBI

Este o alternativă la metodele directe precum Gauss sau metoda eliminării complete Gauss-Jordan.

Modelul utilizat în acest caz este un model liniar și anume *modelul bilanțului de curenți în noduri* exprimat prin relația:

$$\underline{I}_i = \underline{Y}_{ii} \cdot \underline{U}_i + \sum_{k=1; k \neq i}^n \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{U}_k, i=1, \dots, n; i \neq e, \quad (11.1)$$

unde curenții din nod, dacă sarcinile electrice sunt date sub formă de puteri se scriu:

$$\underline{I}_i = \frac{P_i - jQ_i}{\underline{U}_i^*}, \quad i=1, \dots, n; i \neq e. \quad (11.2)$$

Metoda Gauss-Jacobi este o metodă iterativă pentru rezolvarea unui sistem de ecuații liniare, care transformă sistemul într-o formă de recurență. Metoda constă în calculul succesiv al unor aproximații ale soluției pornind de la o valoare inițială. Pentru calcul soluției din iterația curentă utilizează exclusiv valorile obținute la iterația anterioară, până la atingerea convergenței (erorii convenite).

Se exprimă tensiunea nodului curent „i” funcție de tensiunile celorlalte noduri, respectiv de curentul nodal sub forma:

$$\underline{U}_i = \frac{1}{\underline{Y}_{ii}} \left(- \sum_{k=1; k \neq i}^n \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{U}_k + \frac{P_i - jQ_i}{\underline{U}_i^*} \right), i=1 \dots n; i \neq e. \quad (11.3)$$

Pentru iterația curentă „it” se poate scrie:

$$\underline{U}_i^{(it)} = \frac{1}{\underline{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i^{(it-1)}}{(\underline{U}_i^{(it-1)})^*} - \sum_{k=1; k \neq i}^n \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{U}_k^{(it-1)} \right), i=1, \dots, n; i \neq e. \quad (11.4)$$

relație aplicată tuturor nodurilor independente (excluzând nodul de echilibrare).

Se calculează injecția de putere în nodul de echilibrare conform relației:

$$\underline{S}_e = P_e + jQ_e = \underline{Y}_{ee}^* \cdot \underline{U}_e^2 + \underline{U}_e \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq e}}^n \underline{Y}_{ek}^* \cdot \underline{U}_k^* . \quad (11.5)$$

11.2. METODA GAUSS-SEIDEL

11.2.1. Principiul metodei iterative Gauss-Seidel

Matricea $[\mathbf{A}]$ se poate descompune în trei matrice:

- $[\mathbf{A}]^{\text{inf}}$ – matrice inferioară, având coeficienții de pe diagonala principală și cei superiori nuli;
- $[\mathbf{A}]^{\text{sup}}$ – matrice superioară, având coeficienții de pe diagonala principală și cei inferiori nuli;
- $[\mathbf{D}]$ – matrice diagonală, având restul coeficienților nediagonali nuli, astfel încât

$$[\mathbf{A}] = [\mathbf{A}]^{\text{inf}} + [\mathbf{D}] + [\mathbf{A}]^{\text{sup}}, \quad (11.5)$$

de exemplu

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se construiește [1] șirul $\mathbf{x}^{(k)} = (x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})$ definit prin următoarele formule de recurență:

$$x_1^{(k+1)} = -\sum_{j=2}^n \frac{a_{1j}}{a_{11}} x_j^{(k)} + \frac{b_1}{a_{11}}, \quad (11.6)$$

$$x_i^{(k+1)} = -\sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(k)} + \frac{b_i}{a_{ii}}, \forall i \in \{2, \dots, n-1\}, \quad (11.7)$$

$$x_n^{(k+1)} = -\sum_{j=1}^{n-1} \frac{a_{nj}}{a_{nn}} x_j^{(k+1)} + \frac{b_n}{a_{nn}}, \quad (11.8)$$

unde $k \in \mathbf{N}$ și $\mathbf{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ un element din $\mathbf{R}^n$.

Dacă se ține seama de relația

$$x_i^{(k+1)} = \sum_{j=i}^n \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(k+1)}, \quad (11.9)$$

formulele de recurență (11.6) – (11.9) se pot scrie sub forma:

$$\sum_{j=1}^i a_{ij} x_j^{(k+1)} + \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(k)} = b_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (11.10)$$

Relația (11.10), sub formă matriceală, se scrie:

$$(\mathbf{A}^{\text{inf}} + \mathbf{D}) \cdot \mathbf{x}^{(k+1)} + \mathbf{A}^{\text{sup}} \cdot \mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{B}, \quad (11.11)$$

sau

$$(\mathbf{A}^{\text{inf}} + \mathbf{D}) \cdot (\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}) + \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{B}. \quad (11.12)$$

În cazul acestei metode se folosesc noile valori ale componentelor vectorului necunoscutelor $x^{(k+1)}$ imediat ce au fost calculate. Astfel, șirul definit prin formulele de recurență (11.7) se scrie:

$$x_i^{(k+1)} = \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(k)} \right) / a_{ii}, i \in \{1, 2, \dots, n\}, k \in \mathbb{N}. \quad (11.13)$$

Utilizând relația matriceală (11.11) se poate scrie

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = -(\mathbf{A}^{\text{inf}} + \mathbf{D})^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\text{sup}} \cdot \mathbf{x}^{(k)} + (\mathbf{A}^{\text{inf}} + \mathbf{D})^{-1} \cdot \mathbf{B}, \quad (11.14)$$

sau

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{R}, k \in \mathbb{N}, \quad (11.15)$$

unde

$$\mathbf{P} = -(\mathbf{D} + \mathbf{A}^{\text{inf}})^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\text{sup}}; \quad (11.16)$$

$$\mathbf{R} = (\mathbf{D} + \mathbf{A}^{\text{inf}})^{-1} \cdot \mathbf{B}. \quad (11.17)$$

Algoritmul aferent metodei Gauss-Seidel este prezentat succint în figura 11.1:

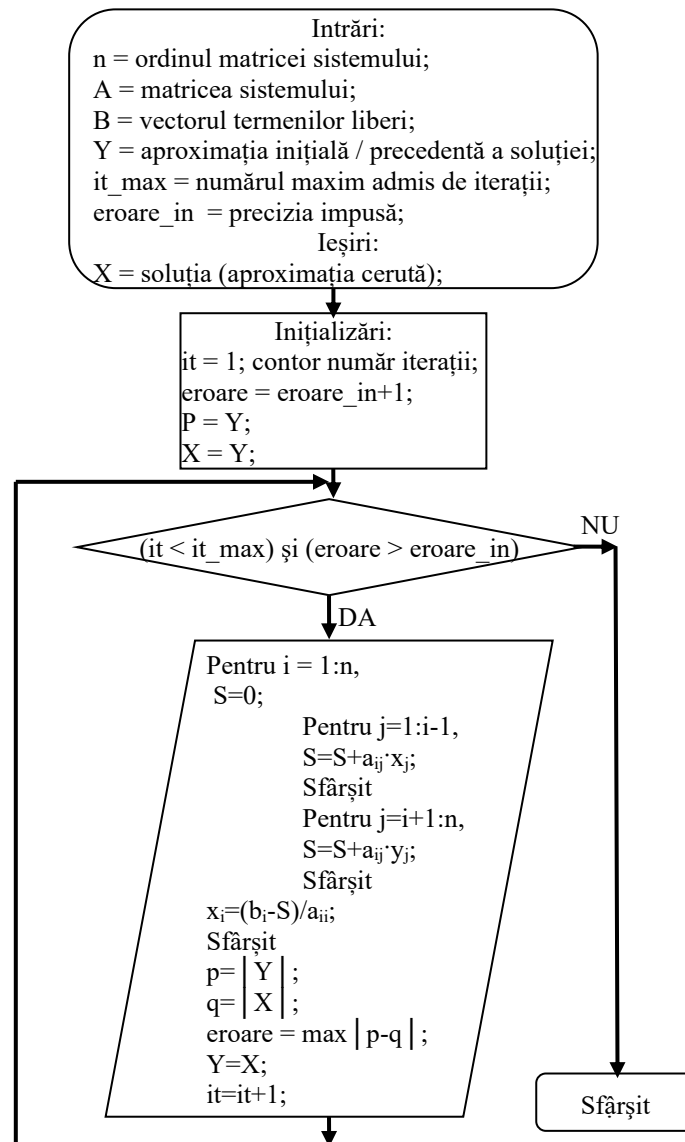


Fig.11.1. Diagrama algoritmului Gauss-Seidel.

11.2.2. Metoda Gauss-Seidel pentru calculul regimului permanent

Se pleacă de la *modelul bilanțului de curenți în noduri* scris sub forma (11.3).

Pentru iterația curentă „it” se scriu relațiile recurente:

$$\underline{U}_i^{(it)} = \frac{1}{\underline{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i^{(it-1)}}{(\underline{U}_i^{(it-1)})^*} - \sum_{k=1}^{i-1} \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{U}_k^{(it)} - \sum_{k=i+1}^n \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{U}_k^{(it-1)} \right), i=1 \dots n; i \neq e. \quad (11.18)$$

Calculul injecției de putere în nodul de echilibru se face cu relația:

$$\underline{S}_e = P_e + jQ_e = \underline{Y}_{ee}^* \cdot \underline{U}_e^2 + \underline{U}_e \cdot \sum_{k=1; k \neq e}^n \underline{Y}_{ek}^* \cdot \underline{U}_k^* \quad (11.19)$$

11.3. APLICAREA ALGORITMILOR ITERATIVI DE CALCUL PENTRU SOLUȚIONAREA REGIMULUI PERMANENT

Utilizarea metodelor iterative pentru soluționarea problemei de regim permanent presupune un proces repetitiv care se încheie atunci când este îndeplinită condiția de oprire. Calculul se reia, cu noile valori ale potențialelor nodurilor calculate în iterația curentă ca valori inițiale pentru calculul în iterația următoare it+1, până când se verifică cel puțin una dintre condițiile de oprire:

➤ eroarea relativă a puterii injectate/absorbite în nodul de echilibrare este mai mică sau cel puțin egală cu o valoare impusă:

$$\varepsilon_S = \frac{|S_e^{(it)} - S_e^{(it-1)}|}{|S_e^{(it-1)}|} \leq \varepsilon_S^{imp}; \quad (11.20)$$

➤ eroarea relativă de tensiune, pentru fiecare nod, să fie mai mică sau cel puțin egală cu o valoare impusă:

$$\varepsilon_U = \text{Maximum} \left\{ \frac{|U_i^{(it)} - U_i^{(it-1)}|}{|U_i^{(it-1)}|}, i=1, 2, \dots, n; i \neq e \right\} \leq \varepsilon_U^{imp}, \quad (11.21)$$

unde n reprezintă numărul de noduri independente;

➤ numărul de iterații (reluări) ale algoritmului este mai mare decât o valoare impusă:

$$it \geq it_{\max}. \quad (10.26)$$

1) Introducerea datelor inițiale:

➤ **Date nodale:**

- număr nod – numărul nodurilor este suma dintre numărul nodurilor de echilibrare U_0 (1), a numărului nodurilor generatoare (n_G) și a numărului nodurilor de consum (n_C)
- codificare tip nod (PU, PQ, U_0) - Ω_G reprezintă mulțimea nodurilor de tip PU, Ω_C este mulțimea nodurilor de tip consumator (PQ);
- potențialele nodurilor
 - pentru nodul de echilibrare (U_0) $U_e = U^{imp}$ și $\theta_e = \theta^{imp}$ ($\theta^{imp} = 0^\circ$);
 - în nodurile cu valori ale tensiunii fixate (PU) tensiunile se inițializează cu valorile date $U_i = U_i^{imp}$ și $\theta_i = \theta_e$, $i \in \Omega_G$;
 - pentru nodurile de tip consumator de obicei potențialele se inițializează cu valorile nominale ale nodurilor $U_i = U_{ni}$ și $\theta_i = \theta_e$ unde $i \in \Omega_C$;
- puteri generate (P_i) în nodurile generator cu $i \in \Omega_G$;
- limite ale puterilor reactive ($Q_i^{(min)}$, $Q_i^{(max)}$) în nodurile generator, $i \in \Omega_G$;

- puteri consumate (P_i, Q_i) la nodurile consumator, $i \in \Omega_C$;
- **Date laturi:** nod inițial, nod final, parametrii laturilor (impedanțe, admitanțe) sau date necesare pentru calculul acestora în funcție de tip (linie electrică, transformator, etc.), etc.;

2) Inițializarea procesului iterativ:

$$it = 1;$$

3) Calculul injecției de putere aparentă în nodul de echilibru, la începutul iterației

$$\underline{S}_e^{(it-1)} = \underline{Y}_{ee}^* \cdot U_e^2 + \underline{U}_e \cdot \sum_{k=1; k \neq e}^n \underline{Y}_{ek}^* \cdot \underline{U}_k^{(it-1)};$$

4) Tratarea nodurilor de tip generator (PU):

4.1) Calculul valorii corectate a potențialelor $\underline{U}_i^{(it-1)}$

$$\underline{U}_i^{(cor)} = \frac{|\underline{U}_i^{(impuse)}| \cdot \underline{U}_i^{(it-1)}}{|\underline{U}_i^{(it-1)}|};$$

4.2) Calculul injecției de putere reactivă în nod

$$Q_i^{(it-1)} = \text{Im}(\underline{S}_i^{(it-1)}) = \text{Im}(\underline{U}_i^{(cor)} \cdot \underline{I}_i^*) = \text{Im} \left[\underline{Y}_{ii}^* \cdot \left(\underline{U}_i^{(cor)} \right)^2 + \underline{U}_i^{(cor)} \cdot \sum_{k=1; k \neq i}^n \underline{Y}_{ik}^* \cdot \left(\underline{U}_k^{(it-1)} \right)^* \right], i \neq e;$$

4.3) Verificarea încadrării puterii reactive nodale între limitele impuse:

- Dacă se constată că $Q_i^{(\min)} \leq Q_i^{(it-1)} \leq Q_i^{(\max)}$ nodul i rămâne nod de tip generator, iar în calcule se utilizează valoarea corectată a tensiunii $\underline{U}_i^{(it-1)} = \underline{U}_i^{(cor)}$;
- Dacă rezultă că $Q_i^{(it-1)} < Q_i^{(\min)}$ nodul i se transformă în iterația curentă în nod de tip PQ (consumator), pentru care $Q_i^{(it-1)} = Q_i^{(\min)}$ și se menține valoarea necorectată a tensiunii $\underline{U}_i^{(it-1)}$;
- Dacă rezultă că $Q_i^{(it-1)} > Q_i^{(\max)}$ nodul i se transformă în iterația curentă în nod de tip PQ (consumator), pentru care $Q_i^{(0)} = Q_i^{(\max)}$ și se menține valoarea necorectată a tensiunii $\underline{U}_i^{(it-1)}$;

5) Calculul potențialelor nodale din iterația curentă it ($i = 1, \dots, n, i \neq e$) – se utilizează una dintre metodele de calcul iterative, de exemplu Gauss-Jacobi sau Gauss-Seidel:

În iterația curentă se reia calculul conform relației (11.4) sau (11.18) până la epuizarea numărului de noduri independente – de la $i=1$ până la $i=n$ cu $i \neq e$!

6) Calculul puterii aparente în nodul de echilibru la finalul iterației curente it :

$$\underline{S}_e^{(it)} = \underline{Y}_{ee}^* \cdot U_e^2 + \underline{U}_e \cdot \sum_{k=1; k \neq e}^n \underline{Y}_{ek}^* \cdot \left(\underline{U}_k^{(it)} \right);$$

$$it = it + 1;$$

7) Verificarea condiției de oprire:

Criteriile de oprire a algoritmului iterativ pot avea în vedere mai multe elemente:

7.1) Eroarea puterii aparente în nodul de echilibrare

$$\frac{|\underline{S}_e^{(it)} - \underline{S}_e^{(it-1)}|}{|\underline{S}_e^{(it-1)}|} \leq \varepsilon_S^{imp};$$

7.2) Eroarea maximă a tensiunilor în noduri

$$\text{Maximum} \left\{ \frac{|U_i^{(it)} - U_i^{(it-1)}|}{|U_i^{(it-1)}|}, \quad i=1,2,\dots,n; i \neq e \right\} \leq \epsilon_U^{\text{imp}};$$

7.3) Numărul de iterații

$$it \geq it_{\max};$$

- Dacă condiția de oprire este îndeplinită se trece la pasul următor, 8;
- Dacă condiția de oprire nu este verificată se revine la pasul 4, folosind ca aproximații inițiale ale tensiunilor nodale noile valori calculate și ca putere injectată inițială în nodul de echilibru valoarea nou calculată;

8) Tensiunile nodale sunt cele calculate în ultima iterație. Injecția de putere în nodul de echilibru corespunde ultimii valori calculate;

9) Se efectuează calculul circulațiilor de puteri și al pierderilor de putere pe laturi.

BIBLIOGRAFIE

[4]. Darie, S., Vădan, I., Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Instalații pentru transportul și distribuția energiei electrice, UT PRESS, Cluj Napoca 2003, ISBN 973-662-037-0

[5]. Mihai Talmaciu, Alina-Mihaela Patriciu - Calcul numeric, Editura PIM, Iași, 2008, ISBN: 978-606-520-013-5

M. Gavrilăș, Sisteme Electroenergetice - Note de curs, <http://iota.ee.tuiasi.ro/~mgavril/>, accesat octombrie 2017.

12. METODE VARIATIONALE PENTRU SOLUȚIONAREA PROBLEMEI DE REGIM PERMANENT AL SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

12.1. GENERALITĂȚI

Forma generală a unei ecuații (sistem de ecuații) algebrice neliniare se poate scrie [1]:

$$f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))^T = 0, \quad (12.1)$$

unde f este o funcție vectorială pe $\mathbf{X} \subset \mathbf{R}^n$, $n \geq 1$, cu n componente; iar $\mathbf{X}$ este vectorul necunoscutelor cu n componente $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Pentru $n = 1$, notând $x_1 = x$, avem o ecuație algebrică neliniară sau transcendentă, cu o necunoscută.

Rezolvarea ecuațiilor algebrice neliniare se pretează pentru o soluționare numerică implementabilă pe sistemele de calcul. Astfel, fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ (în anumite cazuri, f poate fi o funcție complexă, de la $\mathbf{C}$ la $\mathbf{C}$). Presupunând că avem funcția reală de argument real:

$$f: [x_{\min}, x_{\max}] \rightarrow \mathbf{R}, \quad (12.2)$$

orice valoare $\zeta \in [x_{\min}, x_{\max}]$, pentru care $f(\zeta) = 0$, se numește rădăcină (soluție) a ecuației $f(x) = 0$ [1].

În general, prin rădăcină aproximativă a ecuației $f(x) = 0$ se înțelege o valoare ζ' apropiată de valoarea exactă ζ . O rădăcină aproximativă poate fi definită în două moduri:

- valoarea ζ' cu proprietatea $|\zeta' - \zeta| < \varepsilon$, ($\varepsilon > 0$);
- valoarea ζ' cu proprietatea $|f(\zeta')| < \varepsilon$,

unde ε este eroarea impusă.

Presupunem că f este o funcție continuă și cu ajutorul, fie matematic, fie experimental, se va determina un interval $[x_{\min}, x_{\max}]$ în care ecuația are o rădăcină și numai una care se va nota cu z .

Rezolvarea numerică a sistemelor neliniare urmează același principiu ca și în cazul unei singure ecuații. Pentru mai multă claritate, ne limităm la sisteme de două ecuații cu două necunoscute. Fie f_1 și f_2 două aplicații în $D \subset \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$. Se caută $z = (z_1, z_2)$ astfel încât

$$\begin{cases} f_1(z_1, z_2) = 0 \\ f_2(z_1, z_2) = 0 \end{cases} \quad (12.6)$$

Domeniul D se va alege astfel încât să existe în D o soluție z și numai una a sistemului.

Se constată că teoria este identică cu cea a ecuațiilor înlocuind $x \in \mathbf{R}$ cu $X \in \mathbf{R}^2$ și valoarea absolută în $\mathbf{R}$ cu norma în $\mathbf{R}^2$.

12.2. METODA NEWTON-RAPHSON

12.2.1. Introducere

În analiză numerică, metoda tangentei, cunoscută și sub denumirile de metoda Newton sau metoda Newton-Raphson, este o metodă de determinare a rădăcinii unei funcții reale $f(x) = 0$.

Denumirea de „metoda lui Newton” este atribuită ca o recunoaștere a faptului că Isaac Newton a descris un caz special al metodei, cunoscută azi sub acest nume, în lucrarea „*De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*” (scrisă în 1669)¹. Cazul analizat apare

¹ Lucrarea a circulat, sub formă de manuscris, printre oamenii de știință incluzându-l printre aceștia și pe John Collins ca reprezentant al unui grup de matematicieni britanici și continentali. Relația sa cu Newton în calitate de „informator” s-a dovedit a fi hotărâtoare pentru recunoașterea activității lui Newton și facilitarea contactului cu

și în „*De methodis fluxionum et serierum infinitarum*” (lucrare scrisă în 1671, tradusă și publicată ca „*Metoda fluctuațiilor*” în 1736 de către John Colson). Metoda prezentată de Newton diferă substanțial față de metoda consacrată și cunoscută astăzi sub denumirile menționate anterior (Newton aplică metoda numai pentru polinoame; el nu calcula aproximări succesive x_n , dar calculează o secvență de polinoame și numai la sfârșit el ajunge la o aproximare a rădăcinii x . În cele din urmă, Newton consideră metoda ca pur algebrică și nu face nici o mențiune cu privire la calculul numeric).

Metoda lui Newton a fost publicată prima dată în 1685, în „*Tratat istoric și practic de algebră*” de John Wallis. În 1690, Joseph Raphson² a publicat o descriere simplificată a metodei în „*Analysis aequationum universalis*”. Raphson prezenta metoda lui Newton ca o metodă pur algebrică și limita utilizarea sa la funcții polinomiale, dar el descrie metoda în termeni de aproximări succesive în loc de mai complicata secvență de polinoame utilizate de Newton.

În cele din urmă, în 1740, Thomas Simpson a descris metoda lui Newton ca o metodă iterativă pentru rezolvarea ecuațiilor generale neliniare utilizând calculul, oferind, în esență, descrierea de mai sus. În aceeași publicație, Simpson oferă, de asemenea, generalizarea la sistemele de două ecuații și constată că metoda lui Newton poate fi folosit pentru rezolvarea problemelor de optimizare prin setarea gradient de la zero.

12.2.2. Principiul metodei

Metoda Newton-Raphson (Newton, metoda tangentei) constă în înlocuirea graficului funcției f restrâns la un interval $[x_{\min}, x_{\max}]$ prin tangenta într-un punct al graficului. Tangenta la curbă în punctul $B(x_{\max}, f(x_{\max}))$ are ecuația

$$y - f(x_{\max}) = f'(x_{\max})(x - x_{\max}). \quad (12.3)$$

Intersecția acestei tangente cu axa absciselor ($y=0$) este:

$$x_1 = x_{\max} - \frac{f(x_{\max})}{f'(x_{\max})}. \quad (12.4)$$

Se continuă procedeul precedent cu tangenta în punctul $(x_1, f(x_1))$. Se poate scrie că:

$$x_{n+1} = g(x_n), \quad (12.5)$$

unde $g(x) = x - f(x)/f'(x)$. Metoda este explicată în figura 12.1.

Metoda lui Newton este bine definită dacă $f'(x_{\max}) \neq 0$. Este suficient ca z să fie un zero simplu al lui f , căci, dacă f' este continuă și x_n „suficient de aproape” de z vom avea $f'(x_n) \neq 0$.

John Wallis de la Societatea Regală. Atât Cambridge University Press, cât și Societatea Regală au respins publicarea tratatului, acesta fiind publicat, la Londra, de-abia în 1711 de către William Jones și republicat în 1744 ca „*Methodus fluxionum et serierum infinitarum cum eisudem applicatione ad curvarum geometriam*” în „*Opuscula mathematica, philosophica et philologica*” de către Marcum-Michaelem Bousquet la vremea aceea editată de Johann Castillioneus [wiki2].

² Joseph Raphson a fost un matematician englez cunoscut cel mai bine pentru metoda lui Newton-Raphson. Se cunosc puține amănunte despre viața lui Raphson, și chiar datele de naștere și deces, furnizate de istoricul Florian Cajori sunt aproximative (1648 – 1715). Raphson a frecventat Colegiul lui Iezuit de la Cambridge obținând în 1692 o diplomă ca M.A. (Master of Arts, în contrast cu Master in Science). Devine membru al Societății Regale la 30 noiembrie 1689, după ce a fost propus pentru aderare de către Edmund Halley. Lucrarea cea mai importantă a lui Raphson este „*Analysis Aequationum Universalis*”, care a fost publicată în 1690. Aceasta descrie o metodă de aproximare a rădăcinilor unei ecuații cunoscută azi sub numele de metoda Newton-Raphson, pentru aproximarea rădăcinilor unei ecuații. Metoda asemănătoare descrisă de Isaac Newton anterior (1671) este fi publicată abia în 1736, la aproape 50 de ani după analiza lui Raphson. Cu toate acestea, versiunea lui Raphson a metodei este mai simplă decât cea a lui Newton și, prin urmare, este în general considerată superioară. Din acest motiv, mai degrabă în manualele de azi se regăsește versiunea lui Raphson a metodei mai degrabă decât cea a lui Newton [2].

Algoritmul care descrie metoda Newton-Raphson este ilustrat în organigrama din figura 12.2.

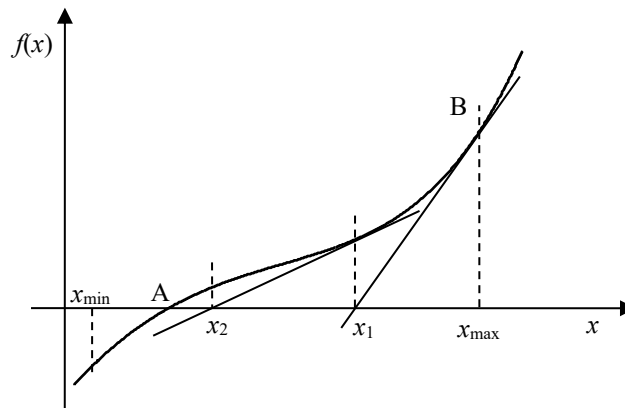


Fig.12.1 Explicativ la metoda Newton-Raphson.

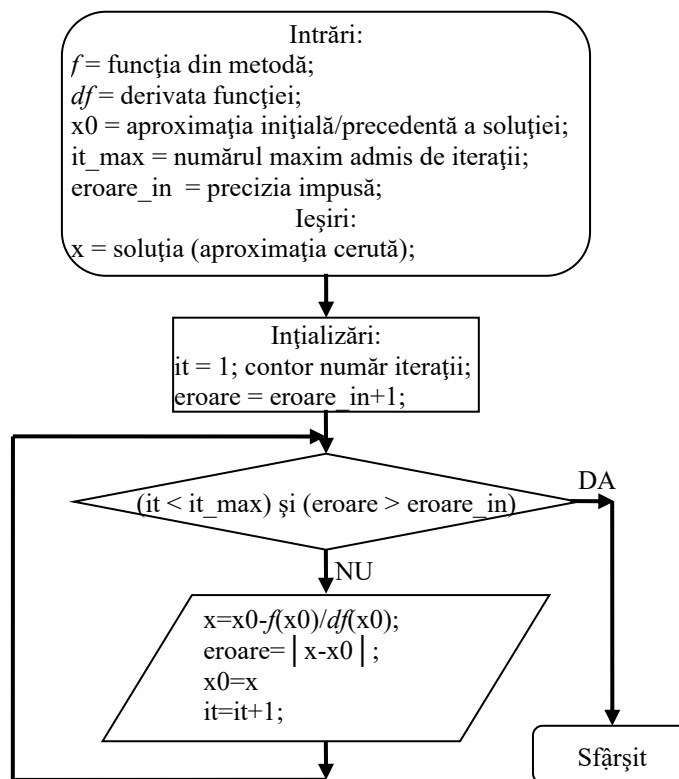


Fig.12.2 Algoritmul metodei Newton-Raphson pentru soluționarea unei ecuații neliniare.

Dacă pe parcursul procesului iterativ se anulează derivata funcției atunci se execută o iterație de „salvare” în care corecția rădăcinii se calculează fără a o împărți la derivata funcției. Această abordare are avantajul că rezolvă și zerourilor de ordin superior, în care funcția și prima ei derivată au zerouri comune.

Metoda Newton-Raphson în cazul unei ecuații $f(x) = 0$ poate fi interpretată astfel plecând de la o valoare x_n aproximând soluția z , se caută o creștere δ astfel ca $f(x_n + \delta) = 0$.

De fapt, utilizând formula Taylor și neglijând termenii de ordinul 2, se obține:

$$f(x_n) + \delta f'(x_n) = 0 \Rightarrow \delta = -\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad (12.7)$$

și

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (12.8)$$

Pentru sisteme se procedează la fel. Se dezvoltă fiecare din cele două funcții în serie Taylor și se neglijează termenii de ordinul mai mare sau cel puțin egali cu 2.

Plecând de la (x_n, y_n) , căutăm (δ_1, δ_2) astfel că:

$$\begin{cases} f_1(x_n + \delta_1, y_n + \delta_2) = 0 \\ f_2(x_n + \delta_1, y_n + \delta_2) = 0. \end{cases} \quad (12.9)$$

Dezvoltăm în serie Taylor și neglijăm termenii de ordinul 2:

$$\begin{cases} f_1(x_n, y_n) + \delta_1 f'_{1x}(x_n, y_n) + \delta_2 f'_{1y}(x_n, y_n) = 0 \\ f_2(x_n, y_n) + \delta_1 f'_{2x}(x_n, y_n) + \delta_2 f'_{2y}(x_n, y_n) = 0. \end{cases} \quad (12.10)$$

Deci, (δ_1, δ_2) trebuie să verifice următorul sistem:

$$\begin{cases} \delta_1 f'_{1x}(x_n, y_n) + \delta_2 f'_{1y}(x_n, y_n) = -f_1(x_n, y_n) \\ \delta_1 f'_{2x}(x_n, y_n) + \delta_2 f'_{2y}(x_n, y_n) = -f_2(x_n, y_n). \end{cases} \quad (12.11)$$

Fie $\mathbf{J}(x_n, y_n)$ (matricea lui Jacobi) matricea

$$\mathbf{J}(x_n, y_n) = \begin{bmatrix} f'_{1x}(x_n, y_n) & f'_{1y}(x_n, y_n) \\ f'_{2x}(x_n, y_n) & f'_{2y}(x_n, y_n) \end{bmatrix}. \quad (12.12)$$

Dacă determinantul lui $\mathbf{J}(x_n, y_n)$ este diferit de zero atunci sistemul are o soluție și numai una:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = -\mathbf{J}^{-1}(x_n, y_n) \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}, \quad (12.13)$$

atunci metoda Newton devine:

$$\begin{aligned} & (x_0, y_0) \\ & \downarrow \\ & x_{n+1} = x_n + \delta_1 \\ & y_{n+1} = y_n + \delta_2 \end{aligned} \quad (12.14)$$

Algoritmul care descrie metoda Newton-Raphson, pentru soluționarea numerică a sistemelor de ecuații neliniare, este ilustrată în organigrama din figura 12.3.

12.3. METODA NEWTON-RAPHSON APLICATĂ PENTRU CALCULUL REGIMULUI PERMANENT AL SEE

O variantă simplificată a metodei a fost publicată în 1956 de către Ward și Hale [3]. Forma în care se cunoaște în prezent a fost propusă de Van Ness și Griffin în 1961 [4], ulterior devenită deosebit de avantajoasă îndeosebi datorită lucrărilor lui W. Tinney și Hart [5].

12.3.1. Abordarea Van Ness

Cea mai răspândită formă de implementare a metodei Newton – Raphson în cazul SEE folosește modelul nelinier al bilanțului de puteri în noduri, care utilizează pentru admitanțe reprezentarea în coordonate carteziane, iar pentru tensiuni reprezentarea în coordonate polare (Van Ness):

$$\begin{cases} \underline{Y}_{ii} = \sum_{k \in \alpha(i)} (\underline{y}_{ik} + \underline{y}_{ik0}) = G_{ii} + jB_{ii} \\ \underline{Y}_{ik} = -\underline{y}_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}, k \in \alpha(i), k \neq i \end{cases}, \quad (12.15)$$

$$\begin{cases} \underline{U}_i = U_i \cdot e^{j\theta_i} = U_i (\cos\theta_i + j \sin\theta_i) \\ \underline{U}_k = U_k \cdot e^{j\theta_k} = U_k (\cos\theta_k + j \sin\theta_k), k \neq i \end{cases} \quad (12.16)$$

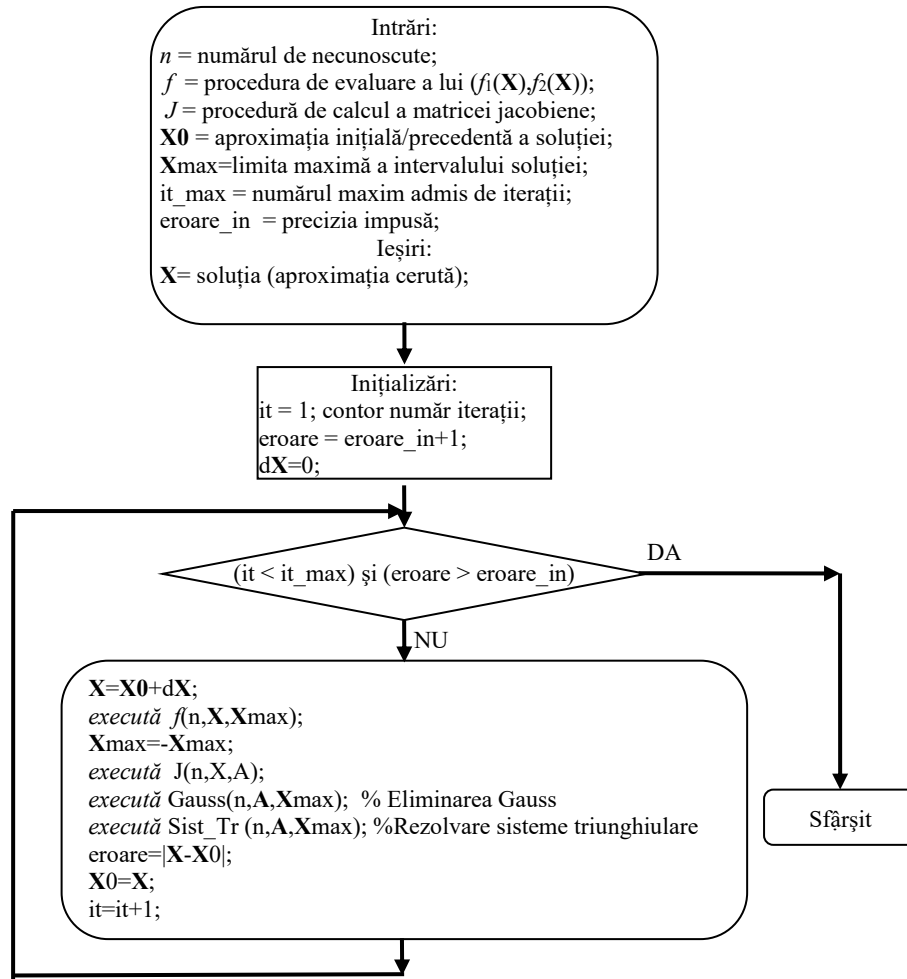


Fig.12.3 Algoritmul metodei Newton-Raphson pentru soluționarea numerică a sistemelor de ecuații neliniare.

Ecuatiile bilanțului de puteri în noduri, utilizând coordonatele polare pentru tensiuni și coordonatele carteziene pentru admitanțele nodale, se scriu:

$$\begin{aligned} \underline{S}_i &= U_i \cdot e^{j\theta_i} \cdot \left\{ (G_{ii} - jB_{ii}) \cdot U_i \cdot e^{-j\theta_i} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [(G_{ik} - jB_{ik}) \cdot U_k \cdot e^{-j\theta_k}] \right\} = \\ &= G_{ii} \cdot U_i^2 - jB_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [(G_{ik} - jB_{ik}) \cdot U_k \cdot e^{j(\theta_i - \theta_k)}] = P_i + jQ_i, i = 1 \dots n, i \neq e \end{aligned} \quad (12.17)$$

unde

- **n** reprezintă numărul de noduri independente;
- cu **e** s-a notat nodul de echilibrare.

Astfel, prin punerea în evidență a părții reale, respectiv a părții imaginare a puterii aparente, $\underline{S}_i$, se pot identifica puterile active (P_i) și reactive (Q_i) cu relațiile:

$$\begin{cases} P_i = G_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)] \\ Q_i = -B_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)], i = 1 \dots n, i \neq e \end{cases} \quad (12.18)$$

Pentru aplicarea metodei Newton-Raphson se consideră că toate nodurile sunt noduri de tip PQ. Se pleacă de la valorile impuse pentru puteri în noduri P_i^{imp} și Q_i^{imp} . Se adoptă o aproximație inițială pentru tensiunile complexe și se calculează injecțiile de puteri nodale [Gavrilaș]. În continuare se determină abaterile puterilor față de puterile impuse:

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_i^{imp} - P_i \\ \Delta Q_i = Q_i^{imp} - Q_i, i = 1 \dots n, i \neq e \end{cases} \quad (12.19)$$

Aceste variații ale puterilor sunt corelate cu variațiile valorilor efective ale tensiunilor nodale ΔU_i , respectiv ale argumentelor tensiunilor nodale $\Delta \theta_i$ prin relațiile:

$$\begin{cases} \Delta P_i = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} \cdot \Delta \theta_k + \frac{\partial P_i}{\partial U_k} \cdot \Delta U_k \right) = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} \cdot \Delta \theta_k + \frac{\partial P_i}{\partial U_k} \cdot U_k \cdot \frac{\Delta U_k}{U_k} \right) \\ \Delta Q_i = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} \cdot \Delta \theta_k + \frac{\partial Q_i}{\partial U_k} \cdot \Delta U_k \right) = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} \cdot \Delta \theta_k + \frac{\partial Q_i}{\partial U_k} \cdot U_k \cdot \frac{\Delta U_k}{U_k} \right), i = 1 \dots n, i \neq e \end{cases} \quad (12.20)$$

Variațiile puterilor pot fi rescrise sub o altă formă, astfel încât să fie posibilă trecerea la o exprimare matriceală:

$$\begin{cases} \Delta P_i = H_{ii} \cdot \Delta \theta_i + N_{ii} \cdot \frac{\Delta U_i}{U_i} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \left(H_{ik} \cdot \Delta \theta_k + N_{ik} \cdot \frac{\Delta U_k}{U_k} \right) \\ \Delta Q_i = M_{ii} \cdot \Delta \theta_i + L_{ii} \cdot \frac{\Delta U_i}{U_i} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \left(M_{ik} \cdot \Delta \theta_k + L_{ik} \cdot \frac{\Delta U_k}{U_k} \right), i = 1 \dots n, i \neq e \end{cases} \quad (12.21)$$

Forma matriceală poate fi scrisă astfel:

$$\begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & \dots & H_{1k} & N_{1k} & \dots & H_{1n} & N_{1n} \\ M_{11} & L_{11} & & M_{1k} & L_{1k} & & M_{1n} & L_{1n} \\ \vdots & & \dots & \vdots & & \dots & \vdots & \\ H_{i1} & N_{i1} & \dots & H_{ik} & N_{ik} & \dots & H_{in} & N_{in} \\ M_{i1} & L_{i1} & & M_{ik} & L_{ik} & & M_{in} & L_{in} \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots & \\ H_{n1} & N_{n1} & \dots & H_{nk} & N_{nk} & \dots & H_{nn} & N_{nn} \\ M_{n1} & L_{n1} & & M_{nk} & L_{nk} & & M_{nn} & L_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \frac{\Delta U_1}{U_1} \\ \vdots \\ \Delta \theta_i \\ \frac{\Delta U_i}{U_i} \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \frac{\Delta U_n}{U_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix}, \quad (12.22)$$

sau simbolic

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \frac{\Delta \mathbf{U}}{\mathbf{U}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix}, \quad (12.23)$$

cu matricea Jacobian

$$[\mathbf{J}] = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & \dots & H_{1k} & N_{1k} & \dots & H_{1n} & N_{1n} \\ M_{11} & L_{11} & & M_{1k} & L_{1k} & & M_{1n} & L_{1n} \\ \vdots & & \dots & \vdots & & \dots & \vdots & \\ H_{i1} & N_{i1} & \dots & H_{ik} & N_{ik} & \dots & H_{in} & N_{in} \\ M_{i1} & L_{i1} & & M_{ik} & L_{ik} & & M_{in} & L_{in} \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots & \\ H_{n1} & N_{n1} & \dots & H_{nk} & N_{nk} & \dots & H_{nn} & N_{nn} \\ M_{n1} & L_{n1} & & M_{nk} & L_{nk} & & M_{nn} & L_{nn} \end{bmatrix}. \quad (12.24)$$

Termenii matricei Jacobian pot fi identificați prin derivarea puterilor active, respectiv reactive:

➤ coeficienții H_{ii}

$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \frac{\partial \left\{ G_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)] \right\}}{\partial \theta_i} =$$

$$= -U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)] = -B_{ii} \cdot U_i^2 - Q_i, \quad (12.25)$$

deoarece în conformitate cu relațiile (12.18)

$$-U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)] = -B_{ii} \cdot U_i^2 - Q_i;$$

➤ coeficienții H_{ik}

$$H_{ik} = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} = \frac{\partial \left\{ G_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)] \right\}}{\partial \theta_k} =$$

$$= U_i \cdot U_k \cdot [G_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)] ; \quad (12.26)$$

➤ coeficienții N_{ii}

$$\begin{aligned}
 N_{ii} &= \frac{\partial P_i}{\partial U_i} \cdot U_i = \frac{\partial \left\{ G_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)] \right\}}{\partial U_i} \cdot U_i = \\
 &= 2G_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)] = G_{ii} \cdot U_i^2 + P_i
 \end{aligned}
 \tag{12.27}$$

deoarece în conformitate cu relațiile (12.18)

$$U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)] = -G_{ii} \cdot U_i^2 + P_i ;$$

➤ coeficienții N_{ik}

$$\begin{aligned}
 N_{ik} &= \frac{\partial P_i}{\partial U_k} \cdot U_k = \frac{\partial \left\{ G_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)] \right\}}{\partial U_i} \cdot U_k = \\
 &= U_i \cdot U_k \cdot [G_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)]
 \end{aligned}
 \tag{12.28}$$

➤ coeficienții M_{ii}

$$\begin{aligned}
 M_{ii} &= \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \frac{\partial \left\{ -B_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)] \right\}}{\partial \theta_i} = \\
 &= U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)] = P_i - G_{ii} \cdot U_i^2
 \end{aligned}
 \tag{12.29}$$

➤ coeficienții M_{ik}

$$\begin{aligned}
 M_{ik} &= \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} = \frac{\partial \left\{ -B_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)] \right\}}{\partial \theta_k} = \\
 &= -U_i \cdot [G_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)] = -N_{ik}
 \end{aligned}
 \tag{12.30}$$

➤ coeficienții L_{ii}

$$L_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_i} \cdot U_i = \frac{\partial \left\{ -B_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)] \right\}}{\partial U_i} \cdot U_i =$$

$$= -2B_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)] = -B_{ii} \cdot U_i^2 + Q_i$$

;(12.31)

➤ coeficienții L_{ik}

$$L_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_k} \cdot U_k = \frac{\partial \left\{ -B_{ii} \cdot U_i^2 + U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n [G_{ik} \cdot U_k \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot U_k \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)] \right\}}{\partial U_k} \cdot U_k =$$

$$= U_i \cdot U_k \cdot [G_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)] = H_{ik}$$

.(12.32)

Expresiile finale ale coeficienților Jacobianului pot fi scrise, astfel:

$$H_{ii} = -B_{ii} \cdot U_i^2 - Q_i, \quad (12.33)$$

$$N_{ii} = G_{ii} \cdot U_i^2 + P_i, \quad (12.34)$$

$$M_{ii} = -G_{ii} \cdot U_i^2 + P_i, \quad (12.35)$$

$$L_{ii} = -B_{ii} \cdot U_i^2 + Q_i, \quad (12.36)$$

$$H_{ik} = L_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot [G_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k)], k \neq i, \quad (12.37)$$

$$N_{ik} = -M_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot [G_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k)], k \neq i. \quad (12.38)$$

12.3.2. Abordarea Tiney ș.a.

O altă formă de implementare a metodei Newton – Raphson pentru calculul regimului permanent al SEE folosește tot modelul neliniar al bilanțului de puteri în noduri, dar utilizează atât pentru admitanțe cât și pentru tensiunile din noduri reprezentarea în coordonate carteziane [6]:

$$\begin{cases} \underline{Y}_{ii} = \sum_{k \in \alpha(i)} (\underline{y}_{ik} + \underline{y}_{ik0}) = G_{ii} + jB_{ii} \\ \underline{Y}_{ik} = -\underline{y}_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}, k \in \alpha(i), k \neq i \end{cases}, \quad (12.39)$$

$$\begin{cases} \underline{U}_i = U_i' + jU_i'' \\ \underline{U}_k = U_k' + jU_k'', k \neq i \end{cases}. \quad (12.40)$$

Ecuatiile bilanțului de puteri în noduri, utilizând coordonatele carteziane atât pentru tensiuni cât și pentru admitanțele nodale, se scriu:

$$\begin{aligned}
 \underline{S}_i &= \underline{U}_i \underline{I}_i^* = \underline{U}_i \sum_{k=1}^n \underline{Y}_{ik}^* \cdot \underline{U}_k = (U'_i + jU''_i) \sum_{k=1}^n (G_{ik} - jB_{ik})(U'_k - jU''_k) = \\
 &= U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U''_k + B_{ik} \cdot U'_k) + \\
 &+ j \left[-U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U''_k + B_{ik} \cdot U'_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) \right], i = 1 \dots n, i \neq e
 \end{aligned} \quad (12.41)$$

unde

- **n** reprezintă numărul de noduri independente;
- cu **e** s-a notat nodul de echilibrare.

Astfel, prin punerea în evidență a părții reale, respectiv a părții imaginare a puterii aparente, $\underline{S}_i$, se pot identifica puterile active (P_i) și reactive (Q_i) cu relațiile:

$$\begin{cases} P_i = U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U''_k + B_{ik} \cdot U'_k) \\ Q_i = -U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U''_k + B_{ik} \cdot U'_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) \end{cases}, i = 1 \dots n, i \neq e. \quad (12.42)$$

Astfel, se pot determina expresiile componentelor active și reactive ale curentului nodal $\underline{I}_i$:

$$\underline{I}_i = \frac{P_i - jQ_i}{\underline{U}_i^*} = \frac{(U'_i + jU''_i)(P_i - jQ_i)}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2} = \frac{U'_i \cdot P_i + U''_i \cdot Q_i}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2} + j \frac{U''_i \cdot P_i - U'_i \cdot Q_i}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (12.43)$$

respectiv

$$\begin{cases} I'_i = \frac{U'_i \cdot P_i + U''_i \cdot Q_i}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2} = \frac{[(U'_i)^2 + (U''_i)^2] \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k)}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2} = \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k); \\ I''_i = \frac{U''_i \cdot P_i - U'_i \cdot Q_i}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2} = \frac{[(U'_i)^2 + (U''_i)^2] \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U''_k + B_{ik} \cdot U'_k)}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2} = \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U''_k + B_{ik} \cdot U'_k). \end{cases} \quad (12.44)$$

Pentru aplicarea metodei Newton-Raphson se consideră că toate nodurile sunt noduri de tip PQ. Se pleacă de la valorile impuse pentru puteri în noduri P_i^{imp} și Q_i^{imp} . Se adoptă o aproximație inițială pentru tensiunile complexe și se calculează injecțiile de puteri nodale. În continuare se determină abaterile puterilor față de puterile impuse cu (12.19).

Aceste variații ale puterilor sunt corelate cu variațiile valorilor părților reale $\Delta U'_i$, respectiv imaginare $\Delta U''_i$, ale tensiunilor nodale prin relațiile:

$$\begin{cases} \Delta P_i = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial P_i}{\partial U'_k} \cdot \Delta U'_k + \frac{\partial P_i}{\partial U''_k} \cdot \Delta U''_k \right) \\ \Delta Q_i = \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial Q_i}{\partial U'_k} \cdot \Delta U'_k + \frac{\partial Q_i}{\partial U''_k} \cdot \Delta U''_k \right), i = 1 \dots n, i \neq e \end{cases} \quad (12.45)$$

Variațiile puterilor pot fi rescrise sub formă matriceală simbolic, astfel:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}' \\ \Delta \mathbf{U}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix}, \quad (12.46)$$

cu matricea Jacobian de forma (12.24).

Termenii matricei Jacobian pot fi identificați prin derivarea puterilor active, respectiv reactive:

➤ coeficienții H_{ii}

$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial U'_i} = \frac{\partial \left[U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k + B_{ik} \cdot U''_k) \right]}{\partial U'_i} =, \quad (12.47)$$

$$= G_{ii} \cdot U'_i + B_{ii} \cdot U''_i + \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) = I'_i + G_{ii} \cdot U'_i + B_{ii} \cdot U''_i$$

în conformitate cu relațiile (12.43);

➤ coeficienții H_{ik}

$$H_{ik} = \frac{\partial P_i}{\partial U'_k} = \frac{\partial \left[U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k + B_{ik} \cdot U''_k) \right]}{\partial U'_k} =; \quad (12.48)$$

$$= G_{ik} \cdot U'_i + B_{ik} \cdot U''_i, k \neq i$$

➤ coeficienții N_{ii}

$$N_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial U''_i} = \frac{\partial \left[U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k + B_{ik} \cdot U''_k) \right]}{\partial U''_i} =, \quad (12.49)$$

$$= -B_{ii} \cdot U'_i + G_{ii} \cdot U''_i + \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k + B_{ik} \cdot U''_k) = I''_i - B_{ii} \cdot U'_i + G_{ii} \cdot U''_i$$

în conformitate cu relațiile (12.43);

➤ coeficienții N_{ik}

$$N_{ik} = \frac{\partial P_i}{\partial U''_k} = \frac{\partial \left[U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k + B_{ik} \cdot U''_k) \right]}{\partial U''_k} =; \quad (12.50)$$

$$= -B_{ik} \cdot U'_i + G_{ik} \cdot U''_i, k \neq i$$

➤ coeficienții M_{ii}

$$M_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial U'_i} = \frac{\partial \left[-U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U''_k + B_{ik} \cdot U'_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) \right]}{\partial U'_i} =, \quad (12.51)$$

$$= -B_{ii} \cdot U'_i + G_{ii} \cdot U''_i - \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U''_k + B_{ik} \cdot U'_k) = -I''_i - B_{ii} \cdot U'_i + G_{ii} \cdot U''_i$$

➤ coeficienții M_{ik}

$$M_{ik} = \frac{\partial P_i}{\partial U'_k} = \frac{\partial \left[-U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U''_k + B_{ik} \cdot U'_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) \right]}{\partial U'_k} =; \quad (12.52)$$

$$= -B_{ik} \cdot U'_i + G_{ik} \cdot U''_i = N_{ik}, k \neq i$$

➤ coeficienții L_{ii}

$$L_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial U''_i} = \frac{\partial \left[-U'_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U''_k + B_{ik} \cdot U'_k) + U''_i \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) \right]}{\partial U''_i} =, \quad (12.53)$$

$$= -G_{ii} \cdot U'_i - B_{ii} \cdot U''_i + \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U'_k - B_{ik} \cdot U''_k) = I'_i - G_{ii} \cdot U'_i - B_{ii} \cdot U''_i$$

➤ coeficienții L_{ik}

$$L_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_k''} = \frac{\partial \left[-U_i' \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U_k'' + B_{ik} \cdot U_k') + U_i'' \cdot \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cdot U_k' - B_{ik} \cdot U_k'') \right]}{\partial U_k''} = . \quad (12.54)$$

$$= -G_{ik} \cdot U_i' - B_{ik} \cdot U_i'' = -H_{ik}, k \neq i$$

Expresiile finale ale coeficienților Jacobianului pot fi scrise, astfel:

$$H_{ii} = I_i' + G_{ii} \cdot U_i' + B_{ii} \cdot U_i'', \quad (12.55)$$

$$N_{ii} = I_i'' - B_{ii} \cdot U_i' + G_{ii} \cdot U_i'', \quad (12.56)$$

$$M_{ii} = -I_i'' - B_{ii} \cdot U_i' + G_{ii} \cdot U_i'', \quad (12.57)$$

$$L_{ii} = I_i' - G_{ii} \cdot U_i' - B_{ii} \cdot U_i'', \quad (12.58)$$

$$H_{ik} = -L_{ik} = G_{ik} \cdot U_i' + B_{ik} \cdot U_i'', k \neq i, \quad (12.59)$$

$$N_{ik} = M_{ik} = -B_{ik} \cdot U_i' + G_{ik} \cdot U_i'', k \neq i. \quad (12.60)$$

12.4. VARIANTE ALE METODEI NEWTON-RAPHSON APLICATE PENTRU CALCULUL REGIMULUI PERMANENT AL SEE

De-a lungul timpului au fost propuse și dezvoltate, de către o serie de cercetători, mai multe variante ale metodei Newton-Raphson aplicabile analizei sistemelor electroenergetice, metode care reprezintă abordări simplificate bazate pe specificitatea rețelelor electrice.

În principal aceste abordări sunt reprezentate prin:

- Metoda decuplată;
- Metoda decuplată rapidă;
- Metoda în c.c.

12.4.1. Varianta decuplată

În analiza sistemelor electroenergetice, metodele decuplate exploatează interdependența puternică dintre puterea activă P și argumentul tensiunii θ , respectiv dintre puterea reactivă Q și mărimea tensiunii U . Cuplajul dintre componentele $(P-U)$ și $(Q-\theta)$ fiind relativ slab, în consecință la nivelul modelului nelinier rezultă valori foarte mici ale derivatelor parțiale în raport cu variabilele respective. Astfel, metodele Netwon decuplate neglijează aceste interdependențe slabe și rezolvă separat problemele $(P-\theta)$ și $(Q-U)$.

Cea mai cunoscută metodă de decuplare a ecuațiilor corespunzătoare componentelor modelului de regim permanent este cea a lui Stott [7], în care ipotezele de decuplare sunt următoarele:

$$[N] = \left[\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}} \right] \mathbf{U} = 0; \quad (12.61)$$

$$[M] = \left[\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \theta} \right] = 0, \quad (12.62)$$

iar ecuația matriceală (12.24) se rescrie ca:

$$[\Delta \mathbf{P}] = [\mathbf{H}] \times [\Delta \theta]; \quad (12.63)$$

$$[\Delta \mathbf{Q}] = [\mathbf{M}] \times \left[\frac{\Delta \mathbf{U}}{\mathbf{U}} \right]. \quad (12.64)$$

Sistemul de ecuații liniare, atașat ecuațiilor (12.63, 64), capătă forma următoare:

$$\begin{cases} \Delta P_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n H_{ik} \cdot \Delta \theta_k \\ \Delta Q_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n L_{ik} \cdot \frac{\Delta U_k}{U_k}, i = 1 \dots n, i \neq e \end{cases} \quad (12.65)$$

și pune în evidență „decuplarea” adică separarea sistemului inițial în două subsisteme de ecuații independente.

Ca și consecințe ale *decuplării* ecuațiilor $P-\theta$ și $Q-U$ pot fi evidențiate următoarele:

- sistemul inițial, unic de $2(n-1)$ ecuații cu $2(n-1)$ necunoscute, este înlocuit cu 2 sisteme liniare cu câte $(n-1)$ ecuații și necunoscute, fiecare dintre ele putând fi soluționat independent în raport cu celălalt;
 - coeficienții H_{ik} și L_{ik} se calculează fără adoptarea vreunei aproximări.
- Pentru accelerarea convergenței cele două sisteme se rezolvă succesiv, astfel:
- se rezolvă sistemul $P-\theta$ și se determină corecțiile $\Delta \theta_i$;
 - cu aceste corecții, se recalculează argumentele θ_i , și apoi coeficienții L_{ik} ;
 - se rezolvă sistemul de ecuații $Q-U$ și, folosind corecțiile ΔU_i , se determină o nouă aproximație pentru tensiunile nodale.

Principalele avantaje oferite de aceste metode constau în [8]:

- volumul de memorie necesar se reduce cu circa 30 - 40 %;
- necesită un timp de calcul pe iterație mai redus (timpul de calcul pe iterație se reduce cu 10 - 20 %).

Dezavantajul principal al metodelor decuplate este legat de faptul că atingerea criteriului de oprire necesită, de regulă, un număr mai mare de iterații.

12.4.2. Varianta decuplată rapidă

Metoda *decuplată rapidă*, de calcul al regimului permanent (al circulației puterilor - “power flow”) în sistemele electroenergetice, este una dintre metodele elaborate prin simplificarea metodei Newton-Raphson pe baza unor supoziții suplimentare. Metoda, dezvoltată dintr-un număr de tehnici convergente, a fost propusă inițial de către Stott și Alsac [9]. Simplificarea calculelor, convergența rapidă și rezultatele pertinente fac din această metodă una dintre cele mai utilizate metode de analiză a rețelelor electrice. În unele cazuri, în care raportul R/X are valori mari sau sarcinile vehiculate au valori ridicate (joasă tensiune), metoda poate prezenta carențe în ceea ce privește convergența. Corectarea și depășirea acestor inconveniente legate de convergența metodei au constituit și constituie obiective majore a unor multitudini de cercetări și abordări de-a lungul timpului. Unele dintre ele au vizat convergența sistemelor de ecuații în cazul rețelelor cu rapoarte R/X ridicate, altele convergența metodei în cazul sistemelor care includ și rețele de joasă tensiune.

Suplimentar, față de presupunerile luate în calcul în cazul metodei decuplate Newton, se mai au în vedere următoarele supoziții simplificatoare:

- 1) Se consideră neglijabilă diferența dintre argumentele tensiunilor din două noduri adiacente, $\theta_i - \theta_k \approx 0$, astfel încât sunt valabile următoarele aproximări ale funcțiilor trigonometrice:

$$\begin{cases} \sin(\theta_i - \theta_k) \cong 0; \\ \cos(\theta_i - \theta_k) \cong 1; \end{cases} \quad (12.66)$$

- 2) Ipoteze simplificatoare suplimentare la nivelul termenilor G_{ik} :

- se neglijează conductanțele laturilor longitudinale ale rețelei G_{ik} în raport cu susceptanțele acelorași laturi:

$$G_{ik} \ll B_{ik}; \quad (12.67)$$

➤ în expresiile coeficienților H_{ii} și L_{ii} se neglijează puterile reactive, Q_i , în raport cu termenii $B_{ii} \cdot U_i^2$:

$$Q_i \ll B_{ii} \cdot U_i^2. \quad (12.68)$$

În aceste condiții expresiile elementelor matricei Jacobian (12.33 – 38) devin

$$\begin{cases} H_{ii} = L_{ii} \approx -B_{ii} \cdot U_i^2 \\ H_{ik} = L_{ik} \approx -B_{ik} \cdot U_i \cdot U_k, \\ N_{ii} = J_{ii} \approx 0 \\ N_{ik} = J_{ik} \approx 0 \end{cases}, \quad (12.69)$$

iar sistemul decuplat capătă forma

$$\begin{cases} \Delta P_i = -U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n B_{ik} \cdot U_k \cdot \Delta \theta_k \\ \Delta Q_i = -U_i \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n B_{ik} \cdot U_k \cdot \frac{\Delta U_k}{U_k}, i = 1 \dots n, i \neq e \end{cases}; \quad (12.70)$$

3) Ipoteze simplificatoare suplimentare la nivelul termenilor B_{ik} :

➤ în sistemul de ecuații $P - \theta$, din expresia termenilor B_{ik} se neglijează toate elementele de rețea care afectează cu precădere circulația puterii reactive și nivelul de tensiune și se neglijează componentele active ale susceptanțelor. Se notează:

$$B'_{ik} = -B_{ik} \cdot U_k; \quad (12.71)$$

➤ în sistemul de ecuații $Q - U$, din expresia termenilor B_{ik} se neglijează toate elementele de rețea care afectează cu precădere circulația puterii active. Se notează:

$$B''_{ik} = -B_{ik}. \quad (12.72)$$

Cu acestea, noua formă a sistemului decuplat de ecuații liniare (12.70) devine:

$$\begin{cases} \frac{\Delta P_i}{U_i} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n B'_{ik} \cdot \Delta \theta_k \\ \frac{\Delta Q_i}{U_i} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n B''_{ik} \cdot \Delta U_k, i = 1 \dots n, i \neq e \end{cases}. \quad (12.73)$$

Ca beneficii aduse de această metodă pot fi menționate:

- un avantaj important este faptul că coeficienții B'_{ik} și B''_{ik} au valori constante și în consecință, pentru sistemul $P - \theta$, matricea Jacobian se calculează și se factorizează o singură dată în cursul primei iterații. Același lucru este valabil și pentru sistemul $Q - U$, atunci când tipologia nodurilor din rețea nu se schimbă de la o iterație la alta;
- necesită un volum mai redus de memorie decât metoda decuplată;
- necesită un timp de calcul pe iterație mult mai mic de cca. 5 ori decât în cazul metodei decuplate.

Principalul dezavantaj al acestei variante constă în faptul că pentru un sistem la limita de funcționare, sau care conține un număr semnificativ de laturi cu valori mari ale raportului R/X , convergența se înrăutățește.

12.4.3. Metoda în curent continuu

Este o metodă folosită pentru evaluarea rapidă a regimurilor de funcționare ale sistemelor electroenergetice (studii de proiectare, dezvoltare, simulare a contingentelor sau pentru rezolvarea unor regimuri critice, neconvergente cu metodele uzuale) fără pretenții deosebite în

ceea ce privește precizia rezultatelor. Furnizează rezultate numai în ceea ce privește circulațiile de putere activă și pierderile de putere activă în sistem.

Ipozeze simplificatoare suplimentare avute în vedere, în plus față de metoda decuplată, se referă la următoarele:

se neglijează toate conductanțele din rețea deoarece se consideră că sistemul este caracterizat de elemente cu valori mici ale raportului parametrilor R/X , astfel:

$$G_{ik} \approx 0; G_{ii} \approx 0; \quad (12.74)$$

defazajele între fazorii tensiunilor de la extremitățile laturilor se consideră foarte mici, astfel încât se pot utiliza următoarele aproximări:

$$\begin{cases} \sin(\theta_i - \theta_k) \cong \theta_i - \theta_k; \\ \cos(\theta_i - \theta_k) \cong 1 \end{cases}; \quad (12.75)$$

tensiunile în noduri sunt aproximativ constante și egale cu valorile nominale corespunzătoare:

$$U_i \cong U_{iN}; \quad (12.76)$$

expresia inecției de putere activă într-un nod oarecare i (12.18) se simplifică și capătă forma:

$$P_i = U_{iN} \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n B_{ik} \cdot U_{kN} \cdot (\theta_i - \theta_k), \quad (12.77)$$

în care necunoscutele sunt argumentele θ_i și θ_k .

Sistemul de ecuații liniare de soluționat, sub formă matriceală, devine:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{U}_N \end{bmatrix} = [\mathbf{C}] \times [\boldsymbol{\theta}], \quad (12.78)$$

unde:

- $[\boldsymbol{\theta}]$ – vectorul defazajelor tensiunilor față de originea de fază;
- $[\mathbf{P}/\mathbf{U}_N]$ – vectorul termenilor liberi, format din rapoartele dintre puterile și tensiunile nodale;
- $[\mathbf{C}]$ – matricea pătrată a coeficienților:

$$C_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_{jN} \cdot B_{ij}; \quad (12.79)$$

$$C_{ik} = -U_{kN} \cdot B_{ik}. \quad (12.80)$$

Ca urmare circulațiile de putere activă pe laturi sunt:

$$\begin{cases} P_{ik} = B_{ik} \cdot U_{iN} \cdot U_{kN} \cdot (\theta_i - \theta_k + \alpha_{ik}) \\ P_{ki} = -P_{ik} \end{cases}, \quad (12.81)$$

unde α_{ik} reprezintă argumentul raportului de transformare de pe latura $i-k$ (dacă este cazul).

Pierderile de putere activă în întreaga rețea vor putea fi calculate cu următoarea relație:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \Delta P_{ik} = \frac{1}{\cos^2 \varphi_m} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \frac{P_{ik}^2}{U_{iN} \cdot U_{kN}} \Delta R_{ik}. \quad (12.82)$$

12.5. ALGORITMUL DE IMPLEMENTARE A METODELOR VARIAȚIONALE

Utilizarea metodei Newton-Raphson, pentru soluționarea problemei de regim permanent, presupune un proces repetitiv de estimare a tensiunilor nodale prin determinarea abaterilor valorii efective și a argumentului lor la pasul curent față de pasul precedent. Calculul se reia cu

noile valori ale potențialelor nodurilor calculate în iterația curentă ca valori inițiale pentru calculul în iterația următoare $it+1$, până când se verifică condițiile de oprire:

➤ Maximul abaterilor relative a puterilor active în noduri:

$$\varepsilon_P = \text{Maximum} \left(\frac{\Delta P_i^{(it)}}{P_i^{(it-1)}} \right) = \text{Maximum} \left| \frac{P_i^{(it)} - P_i^{(it-1)}}{P_i^{(it-1)}} \right| \leq \varepsilon_P^{imp}; \quad (12.83)$$

➤ Maximul abaterilor relative a puterilor reactive în noduri:

$$\varepsilon_Q = \text{Maximum} \left(\frac{\Delta Q_i^{(it)}}{Q_i^{(it-1)}} \right) = \text{Maximum} \left| \frac{Q_i^{(it)} - Q_i^{(it-1)}}{Q_i^{(it-1)}} \right| \leq \varepsilon_Q^{imp}. \quad (12.84)$$

ALGORITMUL SE DESFĂȘOARĂ CONFORM PAȘILOR URMĂTORI.

0) Introducerea datelor inițiale:

➤ **Date nodale:**

- număr nod – numărul nodurilor este suma dintre numărul nodurilor de echilibrare U_0 (1), a numărului nodurilor generatoare (n_G) și a numărului nodurilor de consum (n_C)
- codificare tip nod (PU, PQ, U0) - Ω_G reprezintă mulțimea nodurilor de tip PU, Ω_C este mulțimea nodurilor de tip consumator (PQ);
- potențialele nodurilor
 - pentru nodul de echilibrare (U_0) $U_e = U^{imp}$ și $\theta_e = \theta^{imp}$ ($\theta^{imp} = 0^\circ$);
 - în nodurile cu valori ale tensiunii fixate (PU) tensiunile se inițializează cu valorile date $U_i = U_i^{imp}$ și $\theta_i = \theta_e$, $i \in \Omega_G$;
 - pentru nodurile de tip consumator de obicei potențialele se inițializează cu valorile nominale ale nodurilor $U_i = U_{ni}$ și $\theta_i = \theta_e$ unde $i \in \Omega_C$;
- puteri generate (P_i) în nodurile generator cu $i \in \Omega_G$;
- limite ale puterilor reactive ($Q_i^{(min)}$, $Q_i^{(max)}$) în nodurile generator, $i \in \Omega_G$;
- puteri consumate (P_i , Q_i) la nodurile consumator, $i \in \Omega_C$;

➤ **Date laturi:** nod inițial, nod final, parametrii laturilor (impedanțe, admitanțe) sau date necesare pentru calculul acestora în funcție de tip (linie electrică, transformator, etc.);

1) Inițializarea procesului iterativ:

$$it = 1;$$

2) Considerarea succesivă a celor $n-1$ noduri independente, cu excepția nodului de echilibru: $i = 1 \dots n$, $i \neq e$:

2.1) Calculul injecțiilor de putere activă și reactivă în iterația curentă, P_i și Q_i ;

2.2) Calculul abaterilor pentru puterea activă $\Delta P_i = P_i^{imp} - P_i$;

2.3) Calculul abaterilor pentru puterea reactivă $\Delta Q_i = Q_i^{imp} - Q_i$;

2.3.1) Tratarea nodurilor de tip PU. Dacă nodul i este de tip PU:

➤ Dacă $Q_i < Q_{imin}$, nodul i se transformă temporar în nod de tip PQ, pentru care $Q_i^{imp} = Q_{imin}$ salt la 2.3.2;

➤ Dacă $Q_i > Q_{imax}$, nodul i se transformă temporar în nod de tip PQ, pentru care $Q_i^{imp} = Q_{imax}$ salt la 2.3.2;

➤ Dacă $Q_{imin} < Q_i < Q_{imax}$, nodul i se păstrează ca nod de tip PU, pentru care $Q_i^{imp} = Q_i$;

2.3.2) Sistemului de ecuații liniare i se adaugă o ecuație corespunzătoare corecției pentru puterea reactivă;

2.4) Se calculează abaterea pentru puterea reactivă $\Delta Q_i = Q_i^{imp} - Q_i$;

2.5) Se trece la următorul nod i ($i = i + 1$) și se revine la pasul 3.1, până la epuizarea tuturor nodurilor.

3) Verificarea criteriului de oprire:

➤ Se determină abaterile maxime pentru puterea activă (în toate nodurile) și puterea reactivă (în nodurile de tip PQ) și se verifică dacă acestea se înscriu sub limitele admisibile:

$$\varepsilon_P = \text{Maximum} \left(\frac{\Delta P_i^{(it)}}{P_i^{(it-1)}} \right) = \text{Maximum} \left| \frac{P_i^{(it)} - P_i^{(it-1)}}{P_i^{(it-1)}} \right| \leq \varepsilon_P^{imp}; \quad (12.85)$$

$$\varepsilon_Q = \text{Maximum} \left(\frac{\Delta Q_i^{(it)}}{Q_i^{(it-1)}} \right) = \text{Maximum} \left| \frac{Q_i^{(it)} - Q_i^{(it-1)}}{Q_i^{(it-1)}} \right| \leq \varepsilon_Q^{imp}. \quad (12.86)$$

➤ Dacă relațiile sunt adevărate procesul iterativ se întrerupe și se trece la **pasul 7**. În caz contrar, procesul iterativ continuă, prin trecerea la **pasul 5**.

4) Calculul elementelor matricei Jacobian și rezolvarea sistemului de ecuații liniare cu o metodă directă (eliminare Gauss, eliminare completă Gauss-Jordan), pentru determinarea corecțiilor $\Delta U_k/U_k$ și $\Delta \theta_k$.

5) Determinarea noii aproximații pentru tensiunile nodale:

$$\theta_k^{(it)} = \theta_k^{(it-1)} + \Delta \theta; \quad (12.87)$$

$$U_k^{(it)} = U_k^{(it-1)} + \frac{\Delta U_k}{U_k} \cdot U_k^{(it-1)}; \quad (12.88)$$

6) Test pentru numărul de iterații it_{max} :

- dacă $it = it_{max}$, procesul de calcul se întrerupe cu afișarea mesajului „Depășire număr maxim de iterații” și se trece la pasul 8.
- dacă $it < it_{max}$, se trece la o nouă iterație ($it = it+1$) și se revine la pasul 3.

7) Calculul circulațiilor de puteri și al pierderilor de putere pe laturi și încheierea cu succes a algoritmului.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Mihai Talmaciu, Alina-Mihaela Patriciu - Calcul numeric, Editura PIM, Iași, 2008, ISBN: 978-606-520-013-5.
- [2]. https://en.wikipedia.org/wiki/Joseph_Raphson
- [3]. Ward, J.B. and Hale, H.W., Digital computer solution of power-flow problems, ATEE Trans. Power Apparatus & Systems, Vol. 75, June 1956, pp. 398-404.
- [4]. Van Ness, J.E.; Griffin, J.H. Elimination methods for load-flow studies. Trans. Am. Inst. Electr. Eng. Part III 1961, 80, 299–302
- [5]. Darie, S., Vădan, I., Producerea, Transportul și Distribuția Energiei Electrice. Instalații pentru transportul și distribuția energiei electrice, UT Press, Cluj Napoca 2003, ISBN 973-662-037-0.
- [6]. William. F. Tinney, and Clifford E. Hart, Power Flow Solution by Newton's Method, IEEE Transactions on Power Apparatus And Systems Vol. Pas-86, No. 11 November 1967, 1449-1460.
- [7]. Stott, B., Decoupled Newton load flow, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-91, September 1972, pp. 1955-1959.
- [8]. Stott, B., Review of load-flow calculation methods, Proc. IEEE, Vol. 62, No. 7, July 1974, pp. 916-929.
- [9]. Stott, B., and Alsac, O., Fast-decoupled load flow, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, May/June 1974, pp. 859-869.

ANEXĂ. PROGRAM ÎN MATLAB PENTRU ANALIZA REGIMULUI PERMANENT DE FUNCȚIONARE A REȚELELOR ELECTRICE

Programul dezvoltat în MATLAB permite soluționarea problemei de regim permanent în rețelele electrice.

Rezolvarea sistemului de ecuații algebrice – determinarea potențialelor nodurilor - corespunzător unei anumite direcții de abordare a modelării rețelei electrice în regim permanent de funcționare, poate fi realizată apelând la una dintre cele 10 metode de calcul implementate în acest program:

- 1) Metoda inversării matricei admitanțelor nodale, funcția - *f_Inversare*;
- 2) Metoda eliminării Gauss, funcția - *f_Gauss*;
- 3) Metoda eliminării complete Gauss- Jordan, funcția - *f_Jordan*;
- 4) Metoda iterativă, funcția - *f_Iterativa*;
- 5) Metoda iterativă Gauss-Seidel, funcția - *f_Gauss_Seidel*;
- 6) Metoda Newton-Raphson varianta Ness, funcția - *f_Newton_Raphson_Ness*;
- 7) Metoda Newton-Raphson varianta Tiney, funcția - *f_Newton_Raphson_Tiney*;
- 8) Metoda decuplată, funcția - *f_Decuplata*;
- 9) Metoda decuplată rapidă, funcția - *f_Decuplata_Rapida*;
- 10) Metoda mixtă - Gauss-Seidel + Newton-Raphson varianta Ness.

Se pot afișa ca rezultate, atât în valori raportate (unități relative u.r.) cât și în valori fizice, următoarele:

- 1) Matricea de incidență noduri-laturi Ann;
- 2) Matricea de admitanțelor nodale calculată fie utilizând relațiile de definiție (Ynn_def), fie utilizând matricea Ann;
- 3) Numărul de iterații it;
- 4) Eroarea relativă $\varepsilon\%$;
- 5) Tensiunile nodurilor în complex, atât în coordonate carteziene cât și în coordonate polare;
- 6) Pierderile complexe de tensiune pe laturi și pierderile algebrice de tensiune pe laturi;
- 7) Circulația curenților în laturi în coordonate carteziene și în valoare efectivă;
- 8) Injecțiile de putere în noduri: puterea complexă aparentă $\underline{S}$, puterea activă P și reactivă Q;
- 9) Pierderile de putere în laturi: pierderi de putere în complex $\Delta \underline{S}$, pierderi de putere activă ΔP și pierderi de putere reactivă ΔQ .

A1. REȚEA DE TEST

În figura A.1, a este prezentată schema echivalentă monofază a rețelei de testare.

Admitantele laturilor reprezentate în figura A.1 sunt în valori raportate (unități relative).

Nodurile sunt numerotate de la 0 la 6, astfel:

- Nodul 0 este nodul dependent/referință („pământul”) cu potențial 0;
- Nodul 1 este nod de echilibrare a puterilor cu tensiunea fixată în modul și argument;
- Nodul 3 este nod generator puterea activă și valoarea efectivă a tensiunii constante;
- Nodurile 2, 5, 6 sunt noduri consumator cu puteri active și reactive constante;
- Nodul 4 este nod de transfer, adică un nod de consum zero.

În figura A.2 este reprezentat graful orientat corespunzător rețelei din figura A.1.

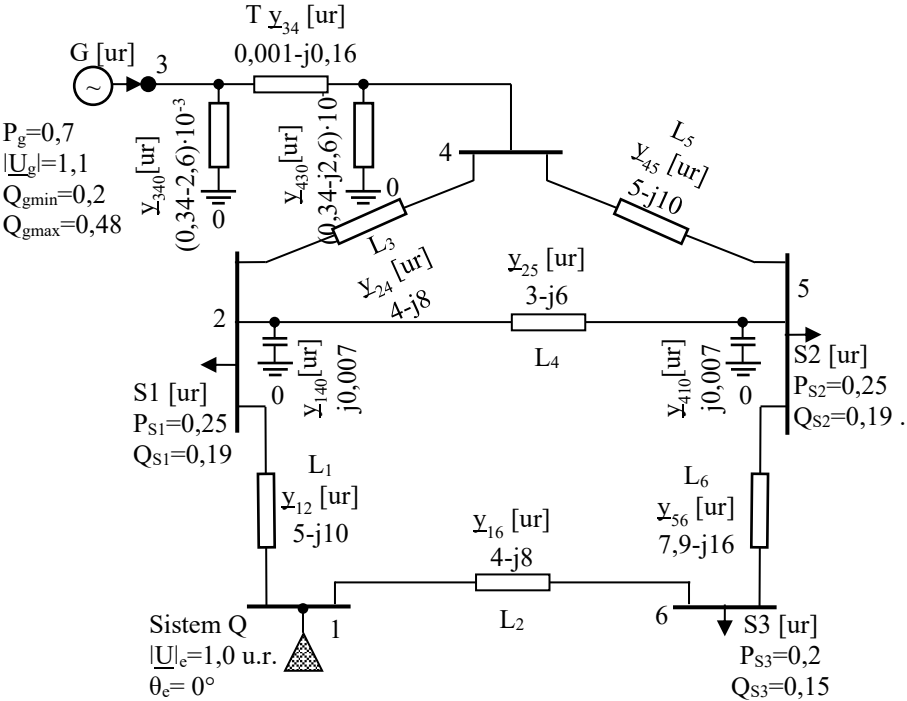


Fig.A.1. Schema echivalentă monofazătă în unități raportate a rețelei de test.

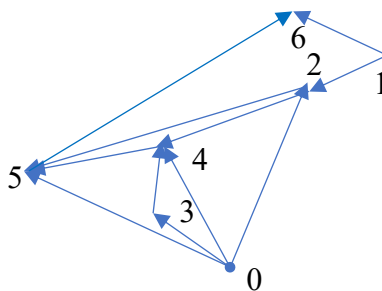
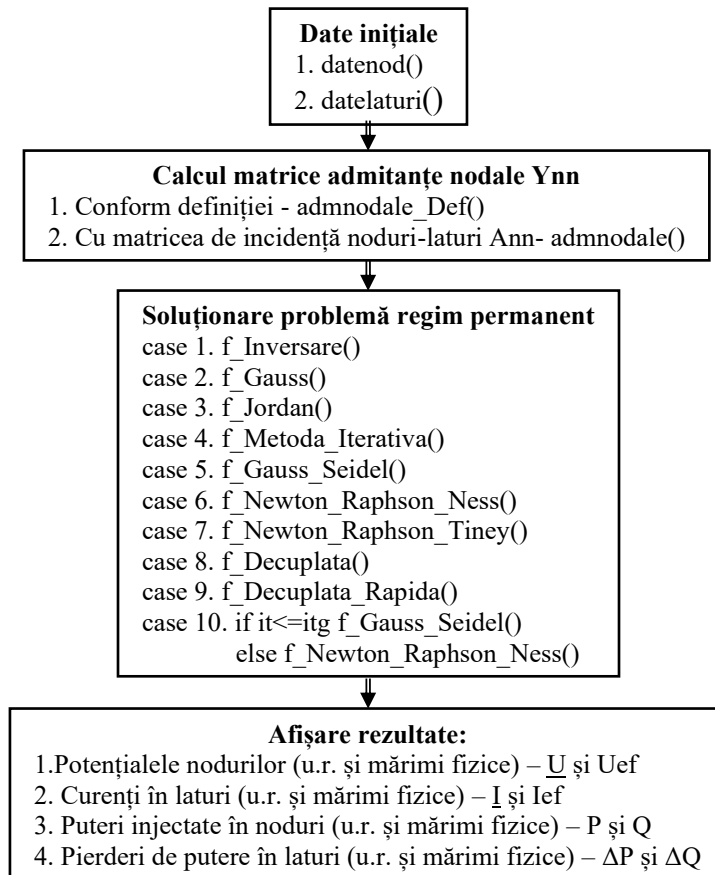


Fig.A.2. Graful orientat corespunzător rețelei de test.

A2. DIAGRAMA PROGRAMULUI



A3. PROGRAM

% Date nodale pentru calculul regimului permanent

```

function busdata = datenod() % Introducere date noduri

%Retea 6 noduri independente
%      |Bus | Type | Vsp | theta | PGi | QGi | PLi | QLi | Qmin | Qmax |
busdata = [ 0   0  0.0  0   0.0  0  0   0   0   0;
            1   1  1.0  0   0.0  0  0   0   0   0;
            2   3  1.0  0   0.0  0.25 0.19 0  0;
            3   2  1.1  0   0.7  0.0 0.0  0.0  0.2  0.48;
            4   3  1.0  0   0.0  0  0.0  0.0  0  0;
            5   3  1.0  0   0.0  0  0.5  0.4  0  0;
            6   3  1.0  0   0.0  0  0.2  0.15 0  0];

% toate marimile sunt in unitati relative u.r.
% 0 - nod de referinta
% 1 - nod de echilibrare |U|, theta
% 2 - nod generator P, |U|
% 3 - nod consumator (load) P, Q
  
```

% Date laturi

```
function datelaturi = datelaturi() % Introducere date laturi
```

```
% Date laturi 6 noduri independente
```

```
%      | Nod | Nod |   yik   |
%      |initial|final|   u.r.   |
datelaturi=[0      2  complex(0.00,0.007);
            0      3  complex(0.34e-3,-0.0026);
            0      4  complex(0.34e-3,-0.0026);
            0      5  complex(0.00,0.007);
            1      2  complex(5,-10);
            1      6  complex(4,-8);
            2      4  complex(4,-8);
            2      5  complex(3,-6);
            3      4  complex(0.1,-3.12);
            4      5  complex(5,-10);
            5      6  complex(7.9,-16);];
```

% Formare matrice admitante nodale - admnodale_Def

```
function [ylaturi,zlaturi,ynn,znn,Ann] = admnodale_Def() % Introducere matricea
admitantelor nodale
```

```
laturi = datelaturi(); %
nodinit = laturi(:,1); % nod initial
nodfin = laturi(:,2); % nod final
yl=laturi(:,3);
noduri = datenod(); % Calling "busdata6.m" for bus data.
nod = noduri(:,1); % Bus number.
nnod = size(nod,1)-1; % To get no. of buses
nlaturi=size(laturi,1);
ylaturi = zeros(nlaturi,nlaturi); % initializare matrice admitante laturi
```

```
% Formarea matricilor admitantelor laturilor
```

```
for i=1:nlaturi
    ylaturi(i,i)=laturi(i,3);
end
zlaturi=inv(ylaturi);
```

```
ynn = zeros(nnod,nnod);
```

```
% Formation of the Off Diagonal Elements...
```

```
for k=2:nlaturi,
    if nodinit(k)~=0
        ynn(nodinit(k),nodfin(k)) = -yl(k);
        ynn(nodfin(k),nodinit(k)) = -yl(k);
    end
end
```

% Formare elemente diagonale

```
for m=1:nnod,
    for n=1:nlaturi,
        if nodinit(n)== m || nodfin(n) == m
            ynn(m,m) = ynn(m,m) + yl(n);
        end
    end
end
```

%Formare matrice admitante nodale YNN, NNXNN

znn = inv(ynn); % Bus Impedance Matrix

Ann=zeros(nnod,nnod);

% Formare matrice admitante nodale – matricea de incidență noduri-laturi Ann

function [ylaturi,zlaturi,ynn,znn,Ann] = admnodale_Ann() % Introducere matricea admitantelor nodale

```
laturi = datelaturi(); %
nodinit = laturi(:,1); % nod initial
nodfin = laturi(:,2); % nod final
noduri = datenod(); % Calling "busdata6.m" for bus data.
nod = noduri(:,1); % Bus number.
nnod = size(nod,1)-1; % To get no. of buses
nlaturi=size(nodinit,1);
ylaturi = zeros(nlaturi,nlaturi); % initializare matrice admitante laturi
```

% Formarea matricilor admitantelor laturilor

```
for i=1:nlaturi
    ylaturi(i,i) =laturi(i,3);
end
zlaturi=inv(ylaturi);
```

%Formare matrice incidenta noduri-laturi ANL, NNXNL

```
for i=1:nnod,
    for j=1:nlaturi,
        Ann(i,j)=0;
        if i==laturi(j,1)
            Ann(i,j)=1;
        end
        if i==laturi(j,2)
            Ann(i,j)=-1;
        end
    end
end
```

%Formare matrice admitante nodale YNN, NNXNN

ynn=Ann*ylaturi*Ann.;

znn = inv(ynn); % Bus Impedance Matrix

% Program de calcul regim permanent - program principal

```

[ylaturi,zlaturi,Ynn,Znn,Ann] = admnodale_Def();%
laturi = datelaturi(); % Date laturi
nodinit = laturi(:,1); % Nod initial latura
nodfin = laturi(:,2); % Nod final latura
datenod = datenod(); % Date noduri
nod = datenod(:,1); % Numar nod
Nnod = size(nod,1); % Numar noduri
Nlat=size(nodinit,1);
%Eliminare nod de referinta
% fprintf('Matricea a =%2.0f iteratie2 =%2.0f eroare[%%]=%1.4f\n',it-it1,it1,100*eroare);
nnod=0;
for i=1:Nnod,
    if datenod(i,2) ~= 0
        nnod=nnod+1; % Numar noduri fara nodul "0"
        tip(nnod,1) = datenod(i,2); % Codificare nod: 0-Referinta(Pamant); 1-Nod echilibrare;
        2-PU; 3-PQ.
        U0(nnod,1)=datenod(i,3); %Potentiale noduri - complex
        th(nnod,1)= datenod(i,4); %Argument potentiale nodale
        Pgen(nnod,1) = datenod(i,5); % Puteri active generate (injectate) in noduri
        Qgen(nnod,1) = datenod(i,6); % Puteri reactive generate (injectate) in noduri
        Pcon(nnod,1) = datenod(i,7); % Puteri active consumate (ejectate) in noduri
        Qcon(nnod,1) = datenod(i,8); % Puteri reactive consumate (ejectate) in noduri
        Qmin(nnod,1) = datenod(i,9); % Limita inferioara a puterilor reactive generate
        Qmax(nnod,1) = datenod(i,10);% Limita superioara a puterilor reactive generate
    end
end
%*****
P0 = Pgen - Pcon; % Puterile active in noduri
Q0 = Qgen - Qcon; % Puterile reactive in noduri
intrare = input('Doriti afisarea matricei admitantelor laturilor ylaturi? d/n: ','s');
if intrare == 'd'
    fprintf('*****Ylaturi*****\n');
    fprintf(1,' Numar laturi = %2.0f% \n',Nlat);
    fprintf('\n');
    for i=1:Nlat,
        for k=1:Nlat,
            fprintf(1,' %1.2f%+1.4fi ',real(ylaturi(i,k)),imag(ylaturi(i,k)));
        end
        fprintf('\n');
    end
end
intrare = input('Doriti afisarea matricei admitantelor nodale Ynn? d/n: ','s');
if intrare == 'd'
    fprintf('*****Ynn*****\n');
    fprintf(1,' Numar noduri independente = %2.0f% \n',nnod);
    fprintf('\n');
    for i=1:nnod,

```

```

    for k=1:nnod,
        fprintf(1,' %2.3f%+2.3fi ',real(Ynn(i,k)),imag(Ynn(i,k)));
    end
    fprintf('\n');
end
end
Continuati=true;
while Continuati
    U=U0;P=P0;Q=Q0;
    eroare = 1;% Initializare eroare de calcul [ur]
    it = 0;  % Initializare numar iteratii
    itmax=200; % Setare numar maxim iteratii
    itl=0;
% Calcul putere initiala in nodul de echilibrare
sumYe = 0;
for k = 2:nnod % for 1
    sumYe = sumYe + conj(Ynn(1,k))* conj(U(k));
end % end for 1
Sinit=U(1)*conj(U(1))*conj(Ynn(1,1))+U(1)*sumYe;
    Continuati=false;
    intrare = input('Alegeti metoda de rezovare:\n 1: Metoda inversarii matricei admitantelor
nodale\n 2: Metoda eliminarii Gauss\n 3: Metoda Jordan\n 4: Metoda iterativa\n 5: Metoda
iterativa Gauss-Seidel\n 6: Metoda variationala Newton-Raphson_Ness\n 7: Metoda
variationala Newton-Raphson_Tiney\n 8: Metoda Decuplata\n 9: Metoda Decuplata Rapida\n
10: Metoda mixta - Gauss-Seidel+Newton-Raphson_Ness\n','s');
    switch intrare
        case '1'
            z=1;
            fprintf('-----METODA  INVERSARII  MATRICEI  ADMITANTELOR
NODALE [Ynn]-----\n');
        case '2'
            z=2;
            fprintf('-----METODA ELIMINARII GAUSS-----\n');
        case '3'
            z=3;
            fprintf('-----METODA Jordan-----\n');
        case '4'
            z=4;
            fprintf('-----METODA ITERATIVA-----\n');
        case '5'
            z=5;
            fprintf('-----METODA ITERATIVA GAUSS-SEIDEL-----\n');
        case '6'
            z=6;
            fprintf('-----METODA NEWTON-RAPHSON_Ness-----\n');
        case '7'
            z=7;
            fprintf('-----METODA NEWTON-RAPHSON_Tiney-----\n');
        case '8'
            z=8;

```

```

        fprintf('-----METODA DECUPLATA-----\n');
    case '9'
        z=9;
        fprintf('-----METODA DECUPLATA RAPIDA-----\n');
    case '10'
        z=10;
        fprintf('-----METODA      MIXTA      -      GAUSS-SEIDEL+NEWTON-
RAPHSON_Ness-----\n');
        iteratii_GS = input('Introduceti numar iteratii pentru Gauss-Seidel iteratii GS=\n','s');
        itg=str2num(iteratii_GS);
    end
while (eroare > 0.001)&&(it<=itmax)    % Start of while loop
    it=it+1;
    switch z
        case 1
            [u,p,q,cod] = f_Inversare(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Call Metoda Inversarii
        case 2
            [u,p,q,cod] = f_Gauss(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Call Metoda Gauss
        case 3
            [u,p,q,cod] = f_Jordan(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Call Metoda Jordan
        case 4
            [u,p,q,cod] = f_Iterativa(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Call Metoda Iterativa
        case 5
            [u,p,q,cod] = f_Gauss_Seidel(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Call Metoda Gauss-
Seidel
        case 6
            [u,p,q,cod] = f_Newton_Raphson_Ness(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Call
Metoda Newton-Raphson var. Ness
        case 7
            [u,p,q,cod] = f_Newton_Raphson_Tiney(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Call
Metoda Newton-Raphson var. Tiney
        case 8
            [u,p,q,cod] = f_Decuplata(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Call Metoda Decuplata
        case 9
            [u,p,q,cod] = f_Decuplata_Rapida(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Metoda
Decuplata Rapida
        case 10
            if it<=itg
                [u,p,q,cod] = f_Gauss_Seidel(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Call Metoda
Gauss-Seidel
            else
                [u,p,q,cod] = f_Newton_Raphson_Ness(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);%Call
Metoda Newton-Raphson
                itl=itl+1;
            end
        end
    end

    U=u;P=p; Q=q;tip=cod;
    % Calcul putere initiala in nodul de echilibrare 1
    sumYe = 0;

```

```

for k = 2:nnod
    sumYe = sumYe + conj(Ynn(1,k))* conj(U(k)); % Uk * Yik
end
Sfin=U(1)*conj(U(1))*conj(Ynn(1,1))+U(1)*sumYe;

eroare=abs(Sfin-Sinit)/abs(Sfin);
Sinit=Sfin;
P(1)=real(Sfin);Q(1)=imag(Sfin);
end % End of while loop / Iteration

Ang = 180/pi*angle(U); % Final Bus Voltage Angles in Degree.
fprintf('\n');

fprintf('iteratie1 =%2.0f iteratie2 =%2.0f eroare[%%%]=%1.4f\n',it-it1,it1,100*eroare);
% fprintf('\n');
intrare = input('Pentru a continua afisarea rezultatelor apasati tasta Enter');
fprintf('*****Potentialele nodurilor*****\n');
fprintf('Nod U[u.r.] Uef[u.r] U[kV] Uef[kV] theta[grd]\n');
for i=1:nnod,
% fprintf(1,'%1.0f U[u.r.]=%1.4f%+1.4fi Uef[u.r.]=%1.4f U[kV]=%3.4f%+3.4fi
Uef[kV]=%3.4f
theta[grd]=%3.3f\n',i,real(U(i)),imag(U(i)),abs(U(i)),110*real(U(i)),110*imag(U(i)),abs(110*
U(i)),Ang(i));
fprintf(1,' %1.0f %1.4f%+1.4fi %1.4f %3.3f%+3.3fi %3.3f
%3.3f\n',i,real(U(i)),imag(U(i)),abs(U(i)),110*real(U(i)),110*imag(U(i)),abs(110*U(i)),Ang(
i));
end
fprintf('\n');
intrare = input('Pentru a continua afisarea rezultatelor apasati tasta Enter');
fprintf('*****Puterile injectate in noduri*****\n');
fprintf('Nod P[u.r.] P[MW] Q[u.r.] Q[Mvar]\n');
Sgc=0;
for i=1:nnod,
fprintf(1,' %1.0f %1.4f %2.3f %1.4f %2.3f\n',i,P(i),100*(P(i)),Q(i),100*(Q(i));
Sgc=Sgc+100*(P(i))+j*100*(Q(i));
end
fprintf('\n');
nlaturi=size(ylaturi,1);
[DU,Ilut,DS] = DU_IL_DS(nnod,U);
DU=DU.';
intrare = input('Pentru a continua afisarea rezultatelor apasati tasta Enter');
fprintf('*****Caderi de tensiune pe laturi*****\n');
fprintf('Latura DU[u.r.] DU[kV]\n');
for i=1:nlaturi,
fprintf(1,' %1.0f-%1.0f %1.4f%+1.4fi
%3.3f%+3.3fi\n',nodinit(i),nodfin(i),real(DU(1,i)),imag(DU(1,i)),real(DU(2,i)),imag(DU(2,i)
));
end
fprintf('\n');
intrare = input('Pentru a continua afisarea rezultatelor apasati tasta Enter');

```

```
Ilat=Ilat.';
fprintf('*****Curentii in laturi*****\n');
fprintf('Latura  Ilat[u.r.]  Ilat[A]\n');
for i=1:nlaturi,
    fprintf(1,'                %1.0f-%1.0f                %1.4f%+1.4fi\n',
    %3.1f%+3.1fi\n',nodinit(i),nodfin(i),real(Ilat(1,i)),imag(Ilat(1,i)),real(Ilat(2,i)),imag(Ilat(2,i)))
;
end
fprintf('\n');
DS=DS.';
intrare = input('Pentru a continua afisarea rezultatelor apasati tasta Enter');
fprintf('*****Pierderi de putere pe laturi*****\n');
fprintf('Latura  DS[u.r.]  DS[MVA]\n');
DeltaS=0;
for i=1:nlaturi,
    fprintf(1,'                %1.0f-%1.0f                %1.4f%+1.4fi\n',
    %3.3f%+3.3fi\n',nodinit(i),nodfin(i),real(DS(1,i)),imag(DS(1,i)),real(DS(2,i)),imag(DS(2,i)))
;
DeltaS=DeltaS+DS(2,i);
end
fprintf('\n');
fprintf('*****Bilantul puterilor: Sgen-Scons-DS*****\n');
fprintf(1,'Sgen-Scon-DS =%1.4f%+1.4fi [MVA]\n',real(Sgc-DeltaS),imag(Sgc-DeltaS));
fprintf('\n');
fprintf('Sfarsit afisare rezultate\n');
intrare = input('Reluati calculul cu o alta metoda ? d/n: ','s');
if intrare ~= 'n'|intrare ~= 'N'
    Continuati=true;
end
end
```

%1.METODA INVERSARII MATRICEI ADMITANTELOR NODALE [Ynn]

```
function [u,p,q,cod] = f_Inversare(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);
```

```
Uprev=U;Ynnprim=Ynn(2:nnod,2:nnod);
for i = 2:nnod %for 1
    sumYi = 0;
    for k = 1:nnod % for 2
        if i ~= k % if 1
            sumYi = sumYi + Ynn(i,k)* U(k);
        end % end if 1
    end % end for 3
    if tip(i) == 2 % Calcul Qi pentru nodurile PU
        Q(i) = imag(U(i)*conj(sumYi + Ynn(i,i)*U(i))); % if 3
        if (Q(i) > Qmax(i)) || (Q(i) < Qmin(i)) % Verificare limite Qi if 4
            if Q(i) < Qmin(i)
                Q(i) = Qmin(i);
            else
                Q(i) = Qmax(i);
            end % end if 4
        end
    end
```

```

        tip(i) = 3;
    end % end if 3
end % end if
end %for 1
%Calcul curenti innoduri
for k = 2:nnod % for 1
    crt(k-1)=(P(k)-j*Q(k))/conj(U(k))-Ynn(1,k)*U(1);
end % end for 1
crt=crt.';
%Metoda
inversarii*****
*
Uinv=inv(Ynnprim)*crt;
%end
Metoda
inversarii*****
for i=2:nnod %for
    U(i)=Uinv(i-1);
    if tip(i) == 2 % Pentru nodurile de tip PU (generatoare) modulul tensiunii este fixat,
argumentul tensiunii variabila
        U(i) = pol2rect(abs(Uprev(i)), angle(U(i)));
    end % end if
end % end for
u=U;p=P; q=Q;cod=tip;

```

%2. METODA ELIMINARII GAUSS

```

function [u,p,q,cod] = f_Gauss(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);
Uprev=U;Ynnprim=Ynn(2:nnod,2:nnod);
for i = 2:nnod %for 1
    sumYi = 0;
    for k = 1:nnod % for 2
        if i ~= k % if 1
            sumYi = sumYi + Ynn(i,k)* U(k);
        end % end if 1
    end % end for 3
    if tip(i) == 2 % Calcul Qi pentru nodurile PU
        Q(i) = imag(U(i)*conj(sumYi + Ynn(i,i)*U(i))); % if 3
        if (Q(i) > Qmax(i)) || (Q(i) < Qmin(i)) % Verificare limite Qi if 4
            if Q(i) < Qmin(i)
                Q(i) = Qmin(i);
            else
                Q(i) = Qmax(i);
            end % end if 4
            tip(i) = 3;
        end % end if 3
    end % end if
end %for 1
%Calcul curenti innoduri
for k = 2:nnod % for 1
    B(k-1)=(P(k)-j*Q(k))/conj(U(k))-Ynn(1,k)*U(1);
end % end for 1

```

```
B=B.';
A=Ynnprim;
n=nnod-1;
for p = 1:n-1,
    for i = p+1:n,
        t=A(i,p)/A(p,p);
        for k = 1:n,
            A(i,k)= A(i,k)-t*A(p,k);
        end
        B(i)=B(i)-t*B(p);
    end
end
% Calculul vectorului solutiei X
X(n) = B(n)/A(n,n);
for i=1:(n-1),
    Suma = 0;
    m=n-i;
    for k=m+1:n,
        Suma=Suma+A(m,k)*X(k);
    end
    X(m)=(B(m)-Suma)/A(m,m);
end
u(1)=U(1);
u(2:nnod)=X;
for i=2:nnod %for
    if tip(i) == 2 % Pentru nodurile de tip PU (generatoare) modulul tensiunii este fixat,
        argumentul tensiunii variabila
        u(i) = pol2rect(abs(Uprev(i)), angle(u(i)));
    end % end if
end % end for
p=P; q=Q;cod=tip;
```

%3. METODA Jordan

```
function [u,p,q,cod] = f_Jordan(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);
Uprev=U;Ynnprim=Ynn(2:nnod,2:nnod);
for i = 2:nnod %for 1
    sumYi = 0;
    for k = 1:nnod % for 2
        if i ~= k % if 1
            sumYi = sumYi + Ynn(i,k)* U(k);
        end % end if 1
    end % end for 3
    if tip(i) == 2 % Calcul Qi pentru nodurile PU
        Q(i) = imag(U(i)*conj(sumYi + Ynn(i,i)*U(i))); % if 3
        if (Q(i) > Qmax(i)) || (Q(i) < Qmin(i)) % Verificare limite Qi if 4
            if Q(i) < Qmin(i)
                Q(i) = Qmin(i);
            else
                Q(i) = Qmax(i);
            end % end if 4
        end
    end
end
```

```

        tip(i) = 3;
    end % end if 3
end % end if
end %for 1
%Calcul curenti innoduri
for k = 2:nnod % for 1
    B(k-1)=(P(k)-j*Q(k))/conj(U(k))-Ynn(1,k)*U(1);
end % end for 1
B=B.';
A=Ynnprim;
n=nnod-1;
D=[A B];
for k=1:n,
    for i=1:n,
        if i~=k
            for p=k+1:n+1,
                D(i,p)=(D(k,k)*D(i,p)-(D(i,k)*D(k,p)))/D(k,k);
            end
        end
    end
end
for i=1:n,
    X(i)=(D(i,n+1)/D(i,i));
end
u(1)=U(1);
u(2:nnod)=X;
for i=2:nnod %for
    if tip(i) == 2 % Pentru nodurile de tip PU (generatoare) modulul tensiunii este fixat,
        argumentul tensiunii variabila
        u(i) = pol2rect(abs(Uprev(i)), angle(u(i)));
    end % end if
end % end for
p=P; q=Q;cod=tip;

```

%4. METODA ITERATIVA

```

function [u,p,q,cod] = f_Iterativa(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);

Uprev=U;
for i = 2:nnod %for 1
    sumYi = 0;
    for k = 1:nnod % for 2
        if i ~= k % if 1
            sumYi = sumYi + Ynn(i,k)* Uprev(k);
        end % end if 1
    end % end for 3
    if tip(i) == 2 % Calcul Qi pentru nodurile PU
        Q(i) = imag(U(i)*conj(sumYi + Ynn(i,i)*Uprev(i))); % if 3
        if (Q(i) > Qmax(i)) || (Q(i) < Qmin(i)) % Verificare limite Qi if 4
            if Q(i) < Qmin(i)
                Q(i) = Qmin(i);
            end
        end
    end
end

```

```

        else
            Q(i) = Qmax(i);
        end % end if 4
        tip(i) = 3;
    end % end if 3
end % end if

%Metoda
iterativa*****
    U(i) = (1/Ynn(i,i))*((P(i)-j*Q(i))/conj(Uprev(i)) - sumYi); % Compute Bus Voltages.
%End                                                    metoda
Iterativa*****

    if tip(i) == 2 % For PV Buses, Voltage Magnitude remains same, but Angle changes.
        U(i) = pol2rect(abs(Uprev(i)), angle(U(i)));
    end
end
u=U;p=P; q=Q;cod=tip;

```

%5. METODA ITERATIVA GAUSS-SEIDEL

```
function [u,p,q,cod] = f_Gauss_Seidel(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);
```

```

Uprev=U;
for i = 2:nnod %for 1
    sumYi = 0;
    for k = 1:nnod % for 2
        if i ~= k % if 1
            sumYi = sumYi + Ynn(i,k)* U(k);
        end % end if 1
    end % end for 3
    if tip(i) == 2 % Calcul Qi pentru nodurile PU
        Q(i) = imag(U(i)*conj(sumYi + Ynn(i,i)*U(i))); % if 3
        if (Q(i) > Qmax(i)) || (Q(i) < Qmin(i)) % Verificare limite Qi if 4
            if Q(i) < Qmin(i)
                Q(i) = Qmin(i);
            else
                Q(i) = Qmax(i);
            end % end if 4
            tip(i) = 3;
        end % end if 3
    end % end if
end % end if

```

```

%Metoda                                                    Gauss-
Seidel*****
    U(i) = (1/Ynn(i,i))*((P(i)-j*Q(i))/conj(U(i)) - sumYi); % Compute Bus Voltages.
%End                                                    metoda
Seidel*****

```

```

    if tip(i) == 2 % For PV Buses, Voltage Magnitude remains same, but Angle changes.
        U(i) = pol2rect(abs(Uprev(i)), angle(U(i)));
    end
end

```

```

    end
end
u=U;p=P; q=Q;cod=tip;

%6. METODA NEWTON-RAPHSON_Ness
function [u,p,q,cod] = f_Newton_Raphson_Ness(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);

Umag=abs(U);Uprev=U;G=real(Ynn);B=imag(Ynn);th=angle(U);
for i=1:nnod,
    S=0;
    for k=1:nnod,
        S=S+U(i)*conj(U(k))*conj(Ynn(i,k));
    end
    Pcalc(i)=real(S);Qcalc(i)=imag(S);
    if tip(i) == 2 % Computing Qi for PU bus
        Q(i) = Qcalc(i);
        if (Q(i) > Qmax(i)) || (Q(i) < Qmin(i)) % Checking for Qi Violation.
            if Q(i) < Qmin(i) % Whether violated the lower limit.
                Q(i) = Qmin(i);
            else % No, violated the upper limit.
                Q(i) = Qmax(i);
            end
            tip(i) = 3; % If Violated, change PU bus to PQ bus.
        end
    end
end
eroarep=P-Pcalc'; eroareq=Q-Qcalc';
for i=1:nnod-1,
    ii=i+1;
    for k=1:nnod-1
        kk=k+1;
        H(i,k)=Umag(ii)*Umag(kk)*(G(ii,kk)*sin(th(ii)-th(kk))-B(ii,kk)*cos(th(ii)-th(kk)));
        N(i,k)=Umag(ii)*Umag(kk)*(G(ii,kk)*cos(th(ii)-th(kk))+B(ii,kk)*sin(th(ii)-th(kk)));
        L(i,k)=H(i,k);
        M(i,k)=-N(i,k);
    end
    H(i,i)=-Qcalc(ii)-B(ii,ii)*Umag(ii)^2;
    L(i,i)=+Qcalc(ii)-B(ii,ii)*Umag(ii)^2;
    N(i,i)=Pcalc(ii)+G(ii,ii)*Umag(ii)^2;
    M(i,i)=+Pcalc(ii)-G(ii,ii)*Umag(ii)^2;
end
% Formare jacobian si calcul variatii argument si potential
jacob=[H N;M L];
eroarepq=[eroarep(2:nnod);eroareq(2:nnod)];
corr=inv(jacob)*eroarepq;
th=th+[0;corr(1:nnod-1)];
Umag=Umag+[0;Umag(2:nnod).*corr(nnod:2*nnod-2)];
%eroare=max(abs(eroarepq));
for i=1:nnod,
    U(i)=Umag(i)*complex(cos(th(i)),sin(th(i)));
end

```

```

    if tip(i) == 2 % For PU Buses, Voltage Magnitude remains same, but Angle changes.
        U(i) = pol2rect(abs(Uprev(i)),angle(U(i)));
        Umag(i)=abs(Uprev(i));
    end
end
u=U;p=P; q=Q;cod=tip;

```

%7. METODA NEWTON-RAPHSON_Tiney

```

function [u,p,q,cod] = f_Newton_Raphson_Tiney(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);

```

```

Uprim=real(U);Usec=imag(U);Uprev=U;G=real(Ynn);B=imag(Ynn);
for i=1:nnod,
    S=0;
    for k=1:nnod,
        S=S+U(i)*conj(U(k))*conj(Ynn(i,k));
    end
    Pcalc(i)=real(S);Qcalc(i)=imag(S);Icom=conj(S)/conj(U(i));
    Iprim(i)=real(Icom); Isec(i)=imag(Icom);
    if tip(i) == 2 % Computing Qi for PU bus
        Q(i) = Qcalc(i);
        if (Q(i) > Qmax(i)) || (Q(i) < Qmin(i)) % Checking for Qi Violation.
            if Q(i) < Qmin(i) % Whether violated the lower limit.
                Q(i) = Qmin(i);
            else % No, violated the upper limit.
                Q(i) = Qmax(i);
            end
            tip(i) = 3; % If Violated, change PU bus to PQ bus.
        end
    end
end
eroarep=P-Pcalc'; eroareq=Q-Qcalc';
for i=1:nnod-1,
    ii=i+1;
    for k=1:nnod-1
        kk=k+1;
        H(i,k)=G(ii,kk)*Uprim(ii)+B(ii,kk)*Usec(ii);
        N(i,k)=-B(ii,kk)*Uprim(ii)+G(ii,kk)*Usec(ii);
        L(i,k)=-H(i,k);
        M(i,k)=N(i,k);
    end
    H(i,i)=Iprim(ii)+G(ii,ii)*Uprim(ii)+B(ii,ii)*Usec(ii);
    L(i,i)=Iprim(ii)-G(ii,ii)*Uprim(ii)-B(ii,ii)*Usec(ii);
    N(i,i)=Isec(ii)-B(ii,ii)*Uprim(ii)+G(ii,ii)*Usec(ii);
    M(i,i)=-Isec(ii)-B(ii,ii)*Uprim(ii)+G(ii,ii)*Usec(ii);
end
% Formare jacobian si calcul variatii argument si potential
jacob=[H N;M L];
eroarepq=[eroarep(2:nnod);eroareq(2:nnod)];
corr=inv(jacob)*eroarepq;
Uprim=Uprim+[0;corr(1:nnod-1)];

```

```

Usec=Usec+[0;corr(nnod:2*nnod-2)];
%eroare=max(abs(eroarepq));
for i=1:nnod,
    U(i)=Uprim(i)+j*Usec(i);
    if tip(i) == 2 % For PU Buses, Voltage Magnitude remains same, but Angle changes.
        U(i) = pol2rect(abs(Uprev(i)),angle(U(i)));
    end
end
u=U;p=P; q=Q;cod=tip;

```

%8. METODA DECUPLATA

```

function [u,p,q,cod] = f_Decuplata(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);

Umag=abs(U);Uprev=U;G=real(Ynn);B=imag(Ynn);th=angle(U);
for i=1:nnod,
    S=0;
    for k=1:nnod,
        S=S+U(i)*conj(U(k))*conj(Ynn(i,k));
    end
    Pcalc(i)=real(S);Qcalc(i)=imag(S);
    if tip(i) == 2 % Computing Qi for PU bus
        Q(i) = Qcalc(i);
        if (Q(i) > Qmax(i)) || (Q(i) < Qmin(i)) % Checking for Qi Violation.
            if Q(i) < Qmin(i) % Whether violated the lower limit.
                Q(i) = Qmin(i);
            else % No, violated the upper limit.
                Q(i) = Qmax(i);
            end
            tip(i) = 3; % If Violated, change PU bus to PQ bus.
        end
    end
end
eroarep=P-Pcalc'; eroareq=Q-Qcalc';
for i=1:nnod-1
    ii=i+1;
    for k=1:nnod-1
        kk=k+1;
        H(i,k)=Umag(ii)*Umag(kk)*(G(ii,kk)*sin(th(ii)-th(kk))-B(ii,kk)*cos(th(ii)-th(kk)));
    end
    H(i,i)=-Qcalc(ii)-B(ii,ii)*Umag(ii)^2;
end
% Calcul corectii
eroarepq=[eroarep(2:nnod);eroareq(2:nnod)];
eroarepc=eroarep(2:nnod);
corrth=inv(H)*eroarepc;
th=th+[0;corrth(1:nnod-1)];
for i=1:nnod-1
    ii=i+1;
    for k=1:nnod-1
        kk=k+1;

```

```

        L(i,k)=Umag(ii)*Umag(kk)*(G(ii,kk)*sin(th(ii)-th(kk))-B(ii,kk)*cos(th(ii)-th(kk)));
    end
    L(i,i)=Qcalc(ii)-B(ii,ii)*Umag(ii)^2;
end
eroareqc=eroareq(2:nnod);
corrUmag=inv(L)*eroareqc;
Umag=Umag+[0;Umag(2:nnod).*corrUmag(1:nnod-1)];
%eroare=max(abs(eroarepq));
for i=1:nnod
    U(i)=Umag(i)*complex(cos(th(i)),sin(th(i)));
    if tip(i) == 2 % Corectie tensiune pentru nodurile de tip PU
        U(i) = pol2rect(abs(Uprev(i)), angle(U(i)));
        Umag(i)=abs(Uprev(i));
    end
end
u=U;p=P; q=Q;cod=tip;

```

%9. METODA DECUPLATA RAPIDA

```
function [u,p,q,cod] = f_Decuplata_Rapida(nnod,U,Ynn,P,Q,Qmax,Qmin,tip);
```

```

Umag=abs(U);Uprev=U;G=real(Ynn);B=imag(Ynn);th=angle(U);
for i=1:nnod,
    S=0;
    for k=1:nnod,
        S=S+U(i)*conj(U(k))*conj(Ynn(i,k));
    end
    Pcalc(i)=real(S);Qcalc(i)=imag(S);
    if tip(i) == 2 % Computing Qi for PU bus
        Q(i) = Qcalc(i);
        if (Q(i) > Qmax(i)) || (Q(i) < Qmin(i)) % Checking for Qi Violation.
            if Q(i) < Qmin(i) % Whether violated the lower limit.
                Q(i) = Qmin(i);
            else % No, violated the upper limit.
                Q(i) = Qmax(i);
            end
            tip(i) = 3; % If Violated, change PU bus to PQ bus.
        end
    end
end
eroarep=P-Pcalc'; eroareq=Q-Qcalc';
for i=1:nnod-1
    ii=i+1;
    for k=1:nnod-1
        kk=k+1;
        H(i,k)=-Umag(ii)*Umag(kk)*B(ii,kk);
        L(i,k)=H(i,k);
    end
    H(i,i)=-B(ii,ii)*Umag(ii)^2;
    L(i,i)=-B(ii,ii)*Umag(ii)^2;
end

```

```
% Calcul corectii
eroarepq=[eroarep(2:nnod);eroareq(2:nnod)];
eroarepc=eroarep(2:nnod);
eroareqc=eroareq(2:nnod);
corrth=inv(H)*eroarepc;
th=th+[0;corrth(1:nnod-1)];
corrUmag=inv(L)*eroareqc;
Umag=Umag+[0;Umag(2:nnod).*corrUmag(1:nnod-1)];
% eroare=max(abs(eroarepq));
for i=1:nnod

    U(i)=Umag(i)*complex(cos(th(i)),sin(th(i)));

    if tip(i) == 2 % For PU Buses, Voltage Magnitude remains same, but Angle changes.
        Umag(i)=abs(Uprev(i));
        U(i) = Umag(i)*complex(cos(th(i)),sin(th(i)));
    end
end
P(1)=Pcalc(1);Q(1)=Qcalc(1);
u=U;p=P; q=Q;cod=tip;
```

%10. METODA MIXTA - GAUSS-SEIDEL+NEWTON-RAPHSON_Ness
